

"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材

电工技术

第3版

高有华 袁宏 主编





机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

VISIT…

LANZAROTE Caliente.com

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

电 工 技 术

第 3 版

主编　高有华　袁　宏
参编　申永山　龚淑秋　李忠波



机 械 工 业 出 版 社

本书是根据教育部电工学课程指导组拟订的非电类电工、电子技术系列课程教学基本要求和深化教学改革、培养素质型人才目标而编写的，可供高等理工科院校本科、专科机械类、材料类、化工类、建筑类、经贸管理类、计算机类等相关专业使用，也可作为夜大、函授、电大、职工大学及相关专业技术人员的培训教材和自修教材。

本书注重教学方法和能力的培养，具有基础性、应用性和先进性等特点。内容分为基础和应用两部分，第1篇为基础部分，共7章，供相关专业30~40学时教学使用。在内容安排上以元件伏安特性、功率和能量关系为基础，以基本定律和基本分析方法为手段，按认识规律使内容逐步深化。第2篇为应用部分，共5章，供相关专业20~30学时教学使用。该部分内容力求满足不同专业的需要和反映科学技术发展的新成果，书中带“*”的内容可根据专业和学时情况取舍。

与本书配套将同时出版《电工技术试题题型精选汇编》（第3版），方便广大学生学习和教师使用。

图书在版编目（CIP）数据

电工技术/高有华，袁宏主编. —3版. —北京：机械工业出版社，2016.7

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

ISBN 978-7-111-54094-6

Ⅰ.①电… Ⅱ.①高…②袁… Ⅲ.①电工技术-高等学校-教材 Ⅳ.①TM

中国版本图书馆CIP数据核字（2016）第142642号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）
策划编辑：贡克勤 王 康 责任编辑：贡克勤
封面设计：陈 沛 责任校对：李锦莉
责任印制：常天培
北京京丰印刷厂印刷
2016年8月第3版·第1次印刷
184mm×260mm·18.5印张·438千字
标准书号：ISBN 978-7-111-54094-6
定价：39.80元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务
服务咨询热线：010-88379833
读者购书热线：010-88379649

网络服务
机 工 官 网：www.cmpbook.com
机 工 官 博：weibo.com/cmp1952
教育服务网：www.cmpedu.com
金 书 网：www.golden-book.com

封面无防伪标均为盗版

第3版前言

本书的第1版和第2版先后于2002年11月和2010年1月出版，此次出版的为第3版。本书自2002年出版发行以来，得到广大读者的支持与关爱。历时15年，先后于2007年和2014年被评为辽宁省普通高等学校精品教材、“十二五”省级规划教材和“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材。为了使教材在论述的科学性、取材的广度性、内容的合理性等方面更能适应高等教育迅速发展的需要，以及高等理工科院校对电工技术基础课程深化教学改革的要求，编者在广泛吸收读者意见和建议的基础上进行了修订。

由于电工技术课程是高等理工科院校非电类专业的学科基础课，因此本书的核心内容相对稳定，继续着重于电工技术的基本概念和基本定律，并兼顾非电类理工科不同专业的教学要求和人才培养需要。本书内容注重教学方法和能力的培养，具有基础性、应用性和先进性等特点。基础部分力求提高起点、加大跨度、通俗易懂、便于自学；应用部分力求满足不同专业的需要和反映科学技术发展的新成果。与第2版相比，修订后的教材在内容和结构上进行了一定的调整，以解决基础理论与新技术、传统教学模式与现代教学方法、课程内容多与讲授学时少等矛盾。具体修改内容为：(1) 删减了各章原理性内容的详细介绍，重点突出原理的应用，适量增加例题解析；(2) 增加了附录B（本书中英文名词对照表）；(3) 第10章修订为基本控制环节和基本保护环节，基本控制环节包括电动机的直接起动和正反转控制环节、顺序控制、行程控制环节和时间控制环节。基本保护环节包括短路保护、过载保护、欠电压或零电压保护环节；(4) 对章后的习题进行了增删，使其更具有典型性。

修订后的《电工技术》内容分为基础和应用两部分，基础部分共7章，供相关专业30～40学时教学使用。应用部分共5章，供相关专业20～30学时教学使用。书中带“*”的内容可根据专业和学时情况取舍。与本书配套将同时出版《电工技术试题题型精选汇编》(第3版)，方便了广大学生学习和教师使用。

本书由沈阳工业大学高有华教授（编写第2、4、12章及附录）和袁宏教授（编写第1、5、9章）担任主编。李忠波教授编写第3章，申永山编写第6、8章，龚淑秋编写第7、10、11章。

本书可供高等理工科院校本科、专科机械类、材料类、化工类、建筑类、经贸管理类、计算机类等相关专业使用，也可作为夜大、函授、电大、职工大学及相关专业技术人员的培训教材和自修教材。本书修订后，将深化电工技术课程的教学体系、教学内容、教学方法及教学手段等方面的改革，更加方便广大读者学习和使用。

由于编者水平有限，本书难免有不妥和错误之处，恳请读者批评指正。

编　者

第 2 版前言

本书自 2002 年 11 月出版发行以来，得到广大读者的支持与关爱。历时 7 年，已成为辽宁省精品课——电工学课程的使用教材，并于 2007 年被评为辽宁省普通高等学校精品教材。为了使该教材在论述的科学性、取材的广度性、内容的合理性等方面，更能适应高等教育迅速发展的需要以及高等理工科院校对电工技术基础课程深化教学改革的要求，编者在广泛吸收读者意见和建议的基础上进行修订再版。

由于电工技术课程是高等理工科院校非电类专业的学科基础课，因此本书的核心内容相对稳定，继续着重于电工技术的基本概念和基本定律，并兼顾非电类理工科不同专业的教学要求和人才培养需要，基础部分力求提高起点、加大跨度、通俗易懂、便于自学；应用部分力求满足不同专业的需要和反映科学技术发展的新成果。与第 1 版相比，修订后的教材在内容和结构上进行了一定的调整，以解决基础理论与新技术、传统教学模式与现代教学方法、课程内容多与讲授学时少等矛盾。具体修改内容为“删减了第 2 ~5 章原理性内容的详细介绍，重点突出原理的应用；在第 5 章中增加了 *RL* 电路的时域响应内容，删除了 *RL* 电路时间常数的求法；在第 1、2、3、4、5、8 章中增加了实际电路的仿真分析实例；将第 10 章 10.2 节修改为三相异步电动机的基本控制环节和基本保护环节；对全书每节后的练习与思考和章后的习题做了必要的增减，力求题型多样化，难度层次化。

修订后的《电工技术》内容分为基础和应用两部分，基础部分共 7 章，供相关专业 30 ~40 学时教学使用；应用部分共 5 章，供相关专业 20 ~ 30 学时教学使用。书中带“*”的内容可根据专业和学时情况取舍。与其配套的《电工技术试题题型精选汇编》(第 2 版)，方便了广大学生学习和教师使用。

本书由沈阳工业大学高有华教授（编写第 2、4、12 章及附录）和袁宏教授（编写第 1、5、9 章）担任主编。李忠波教授编写第 3 章，申永山编写第 6、8 章，龚淑秋编写第 7、10、11 章。曹承志教授对本书进行了仔细审阅，提出许多修改意见，在此深表谢意。

本书可供高等理工科院校本、专科机械类、材料类、化工类、建筑类、经贸管理类、计算机类等相关专业使用，也可作为夜大、函授、电大、职工大学及相关专业技术人员的培训教材和自修教材。

由于编者水平有限，本书难免有不妥和错误之处，恳请读者批评指正。

编　者

第 1 版前言

本书是根据国家教育部电工学课程指导组拟订的非电类电工、电子技术系列课程教学基本要求和面向 21 世纪教育教学改革目标而编写的，可供高等工科院校大学本科、专科机械类、材料类、经贸管理类、化工类、建筑类、计算机类等有关专业教学使用。

电工技术是理工科非电类专业的学科基础课程。通过本课程的学习，应使学生得到电工技术必要的基础理论、基本知识和基本技能，了解电工事业发展概况，为学习后续专业课程以及从事工程技术工作和科学研究工作打下理论和实践基础。

本书是十几年教学改革实践的结晶，试用期间收到满意效果。本书分基础和应用两部分。基础部分有 7 章，可供有关专业 30 ~ 40 学时教学使用。为适应教学改革和人才素质培养的需要，该部分力求作到提高起点、加大跨度、精练内容和便于自学。在内容安排上以元件模型的伏安关系、功率关系和能量关系为基础，以基本定律和基本分析方法为手段，以激励和响应为主线，按认识规律使课程内容逐步深化。为使学生掌握先进的分析、设计工具，促进教学手段的现代化，大部分章节后有利用电子设计自动化（EDA）软件对教学内容进行分析、研究和设计的作业题。在与本书配套的《电工技术试题题型精选汇编》中有相关的引导性例题。应用部分有 5 章，可供有关专业 30 ~ 40 学时教学使用。该部分内容应力求满足不同专业的需要和反映科学技术发展的新成果。书中带“ * ”号的内容可根据专业和学时情况取舍，或在教师指导下由学生自学。

本书由沈阳工业大学袁宏担任主编，并编写其中的第一、五章，沈阳工业大学高有华编写第二、四章，李忠波编写第三、九、十、十二章和附录，申永山编写第六、八章，龚淑秋编写第七、十一章。范振铨教授对本书原稿进行了仔细审阅，提出了许多修改意见，在此深表谢意。

由于编者水平所限，书中难免有不妥和错误之处，恳请使用本书的教师、学生和广大读者批评指正。

编　者

目　　录

第 3 版前言
第 2 版前言
第 1 版前言

第 1 篇　基 础 部 分

第 1 章　电路的基本概念与定律 …………… 1
1.1　电路和电路模型 …………… 1
1.2　电路的基本物理量及其参考方向 …………… 2
1.3　电阻、电感和电容 …………… 4
1.4　电压源和电流源 …………… 9
1.5　受控源 …………… 11
1.6　基尔霍夫定律 …………… 12
1.7　电路中的功率和电位计算 …………… 16
*1.8　非线性电阻电路的分析 …………… 19
1.9　元件伏安特性的仿真分析 …………… 21
小结 …………… 24
习题 …………… 25
第 2 章　电路分析方法 …………… 28
2.1　电源等效变换法 …………… 28
2.2　支路电流法 …………… 31
2.3　节点电压法 …………… 34
2.4　叠加定理 …………… 38
*2.5　替代定理 …………… 41
2.6　戴维南定理和诺顿定理 …………… 42
2.7　电路分析方法的仿真分析 …………… 46
小结 …………… 54
习题 …………… 55
第 3 章　正弦交流电路 …………… 58
3.1　正弦交流电的基本概念 …………… 58
3.2　正弦量的相量表示法 …………… 61
3.3　电阻元件的正弦交流电路 …………… 63
3.4　电感元件的正弦交流电路 …………… 64
3.5　电容元件的正弦交流电路 …………… 67
3.6　正弦稳态电路的分析 …………… 69
3.7　功率因数的提高 …………… 76
*3.8　正弦交流电路的频率特性 …………… 79
3.9　谐振电路 …………… 81
3.10　正弦稳态电路的仿真分析 …………… 86
小结 …………… 88
习题 …………… 89
第 4 章　三相交流电路 …………… 94
4.1　三相电动势的产生与三相电源的联结 …………… 94
4.2　三相电路负载的联结 …………… 97
4.3　三相电路的功率 …………… 106
4.4　三相电路的仿真分析 …………… 110
小结 …………… 116
习题 …………… 116
第 5 章　电路的时域分析 …………… 119
5.1　概述 …………… 119
5.2　*RC* 电路的时域分析 …………… 122
5.3　求解一阶电路的三要素法 …………… 130
5.4　*RC* 串联电路对矩形波电压的响应 …………… 134
5.5　一阶电路的仿真分析 …………… 137
小结 …………… 141
习题 …………… 142
第 6 章　电工测量与安全用电 …………… 145
6.1　测量误差与仪表准确度 …………… 145
6.2　电工仪表的类型 …………… 146
6.3　电流、电压和单相功率的测量 …………… 149
6.4　万用表和绝缘电阻表 …………… 152
6.5　电桥及电阻、电容和电感的测量 …………… 154
6.6　安全用电常识 …………… 155
小结 …………… 159
习题 …………… 159
*第 7 章　非正弦周期信号电路 …………… 161
7.1　非正弦周期信号的分解 …………… 162

7.2　非正弦周期量的有效值、平均值和平均功率 …… 165
7.3　非正弦周期信号线性电路的谐波分析法 …… 168
小结 …… 171
习题 …… 172

第2篇　应 用 部 分

第8章　铁心线圈与变压器 …… 174
8.1　磁路的基本概念和定律 …… 174
8.2　直流铁心线圈与直流电磁铁 …… 180
8.3　交流铁心线圈与交流电磁铁 …… 181
8.4　变压器 …… 186
8.5　理想变压器的仿真分析 …… 193
小结 …… 194
习题 …… 195
第9章　异步电动机 …… 197
9.1　三相异步电动机的构造及工作原理 …… 197
9.2　三相异步电动机的等效电路 …… 202
9.3　三相异步电动机的电磁转矩与机械特性 …… 204
9.4　三相异步电动机的起动、调速和制动 …… 207
9.5　三相异步电动机的选择 …… 212
*9.6　单相异步电动机 …… 216
小结 …… 218
习题 …… 219
第10章　电动机的继电器-接触器控制 …… 220
10.1　常用控制电器与电气图形符号 …… 220
10.2　三相异步电动机的基本控制和基本保护环节 …… 225
小结 …… 229
习题 …… 229
第11章　其他常用电动机 …… 231
11.1　伺服电动机 …… 231
11.2　步进电动机 …… 240
11.3　直流电动机 …… 244
小结 …… 248
习题 …… 249
***第12章　可编程序控制器** …… 250
12.1　PLC的特点及应用场合 …… 250
12.2　PLC的基本结构及工作原理 …… 251
12.3　MASTER-K30 PLC的I/O配置及内部软继电器 …… 253
12.4　MASTER-K30的指令系统与编程语言 …… 255
12.5　PLC控制系统的应用举例 …… 267
小结 …… 270
习题 …… 270
附录 …… 273
附录A　电气原理图中常用新旧电气图形及符号对照表 …… 273
附录B　本书中英文名词对照表 …… 277
参考文献 …… 286

第 1 篇　基 础 部 分

第 1 章　电路的基本概念与定律

本章主要讨论电路和电路模型、电路的基本物理量及其参考方向、理想电路元件及其伏安特性、电路的基本定律、功率和电位的计算等，其目的是为电路和电子电路的分析与计算建立基础。

1.1　电路和电路模型

1.1.1　电路的组成及其功能

电路是电流流通的路径，是为某种需要由若干个电路元件或电工设备相互连接而成。实际电路繁简不一，电路结构形式各异，但作为电路的组成必须具有电源（或信号源）、负载和中间环节 3 个部分。

在图 1-1a 所示的输配电电路中，发电机是提供电能的设备，称为电源；用电设备如电动机、电灯、电冰箱、空调等是取用电能的设备，称为负载；变压器和输电线是连接电源和负载的部分，称为中间环节。在图 1-1b 所示的扩音机电路中，传声器（俗称话筒）是输出信号的设备，称为信号源，扬声器是接收和转换信号的设备，称为负载，放大器是连接信号源和负载的部分，称为中间环节。

电路的功能按其所能完成的任务可分为两种：一种是实现电能的传输与转换，如输配电电路，先由发电机将热能、水能或原子能等转换为电能，经变压器和输电线将电能传输到负载，再由负载把电能转换为光能、热能、机械能等；另一种是实现信号的传递与处理，如扩音机电路，先由传声器将声音信号转换为电信号，经放大器对输入的电信号进行放大处理后传递到扬声器，再由扬声器将电信号还原为声音。

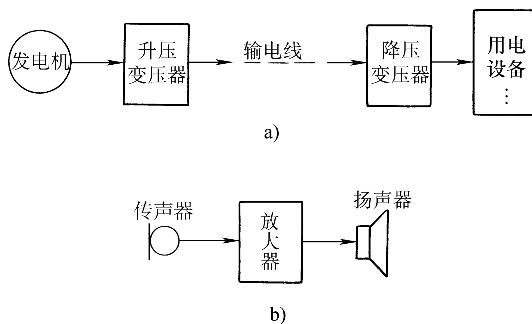


图 1-1　两种电路示意图

a）输配电电路　b）扩音机电路

无论是电能的传输和转换电路，还是信号的传递与处理电路，其中电源或信号源向电路、输入的电压和电流将推动电路工作，称为激励。激励在电路中各部分产生的电压和电流输出称为响应。所谓电路分析，就是在已知电路结构和元件参数的条件下，分析激励与响应之间的关系。

1.1.2　电路模型

实际电路是由电磁性质较为复杂的电路元件和电工设备组成。当电流通过一个实际电路元件时，该元件所呈现的电磁性质往往不是单一的。例如，当一个白炽灯通以电流时，会消耗电能呈电阻性，同时还会产生磁场呈电感性。由于电感性微弱，可以忽略不计，因此可将白炽灯理想化一电阻元件。

为了便于对实际电路进行分析与计算，需要将实际电路元件按其主要物理性质，用一些理想电路元件来替代。理想电路元件，就是只反映某一种能量转换关系的电路元件。如理想电阻元件，只反映电能转换成其他能量且能量转换不可逆的物理过程；理想电感元件只反映电能转换成磁场能量的物理过程；理想电容元件只反映电能转换成电场能量的物理过程。因为以上这些理想电路元件工作时都将电能转换成其他形式的能量，故称为理想负载元件。此外，还有一些理想电路元件工作时可以向电路提供电能，故称为理想电源元件，如理想电压源和理想电流源等。理想电路元件的图形与符号如图1-2所示。由理想电路元件组成的电路，称为实际电路的电路模型。它是对实际电路电磁性质的科学抽象与概括。



图1-2　理想电路元件的图形与符号

例如常用的手电筒，是由干电池、灯泡、开关和筒体等实际电路元件组成，如图1-3a所示。干电池是电源元件，可用一理想电压源和一个内电阻（简称内阻）的串联来替代，其参数为电动势 E 和电阻 R_0；灯泡消耗电能，可用一理想电阻元件替代，其参数为电阻 R；筒体和开关是连接干电池和灯泡的中间环节，其电阻忽略不计，可用一个无电阻的理想导体替代，由此构成了手电筒电路模型，如图1-3b所示。

今后所分析的都是电路模型，简称电路。而理想电路元件中的“理想”二字常略去不写，简称电路元件。

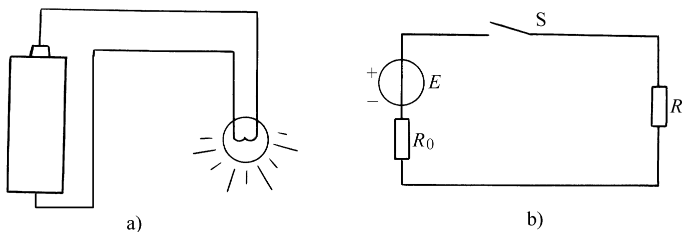


图1-3　手电筒实际电路及其电路模型

a）手电筒实际电路　b）手电筒电路模型

1.2　电路的基本物理量及其参考方向

1.2.1　电流及其参考方向

电流是由电荷的定向移动而形成的，单位时间内通过某一导体横截面积的电荷量，称为

电流。或者说，电流 i 是电荷 q 对时间 t 的变化率，即

$$i=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \tag{1-1}$$

随时间而变化的电流，称为时变电流（通常称为交流电流），用小写字母 i 表示；不随时间而变化的电流，即 $\mathrm{d}q/\mathrm{d}t$ = 常数，称为恒定电流，简称直流，用大写字母 I 表示。

在法定计量单位中，电流的单位是安培（A）。如果 1 秒（s）内通过导体横截面的电荷量是 1 库仑（C），导体中的电流就是 1 安培（A）。

早期的科学家规定，电流的正方向是正电荷流动的方向，这个规定沿用至今。后来，科学家发现电流本质上是电子的运动，而电子是带负电荷的。因此，电流的正方向是与电子运动的方向相反的。在分析复杂电路时，一般很难事先判断出电流的实际方向，而在列写方程、进行定量计算时，又必须以已知其电流的方向为先决条件，因此，可先任意选定某一方向作为电流的方向，这个方向就称为电流的参考方向。当电流的参考方向与其实际方向一致时，电流为正值；当电流的参考方向与其实际方向相反时，电流为负值。于是，在选定参考方向之后，电流值便成为代数量，有正负之分，由此可以判断出电流的实际方向。

电流的参考方向是任意指定的，在电路中一般用箭头表示，也可用双下标表示，如图 1-4所示。电流的参考方向表示以及参考方向与实际方向之间的关系如图 1-5 所示。



图 1-4　电流的参考方向表示

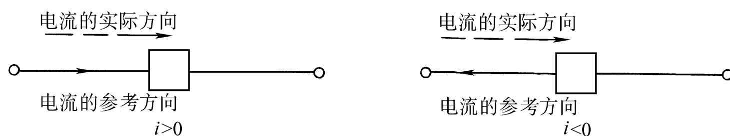


图 1-5　电流的参考方向表示以及参考方向与实际方向之间的关系

1.2.2　电压及其参考方向

为衡量电路元件吸收或发出电能的情况，在电路分析中引入了电压这一物理量。电路中 A、B 两点间的电压被定义为：电场力把单位正电荷从 A 点移动到 B 点所做的功。如果 $\mathrm{d}q$ 为微小电荷量，$\mathrm{d}W$ 为电场力把微小电荷量从一点移动到另一点所做的功，则电压

$$u=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}q} \tag{1-2}$$

随时间而变化的电压，称为时变电压（通常称为交流电压），用小写字母 u 表示；大小和极性都不随时间而变化的电压，称为恒定电压，也称直流电压，用大写字母 U 表示。

在法定计量单位中，电压的单位是伏特（V）。当电场力把 1 库仑（C）的电荷量从一点移动到另一点所做的功为 1 焦耳（J）时，该两点间的电压为 1 伏特（V）。

电路中两点间电压的实际方向是由高电位点指向低电位点的方向，即电位降低的方向。与电流相同，在分析电路时，也要先为电压选定参考方向。当电压的参考方向与其实际方向一致时，电压为正值；当电压的参考方向与其实际方向相反时，电压为负值。同理，在选定电压参考方向之后，可根据电压值的正负来判断电压的实际方向。

电压的参考方向也是任意指定的，可以用箭头表示，即箭头由参考高电位点指向参考低电位点；也可以用双下标表示，如 u_{AB}表示 A 和 B 之间的电压参考方向是由 A 指向 B；还可以用正（+）、负（-）极性表示，正极性端指向负极性端的方向即为电压的参考方向。电压的参考方向表示以及参考方向与实际方向之间的关系如图 1-6a、b 所示。

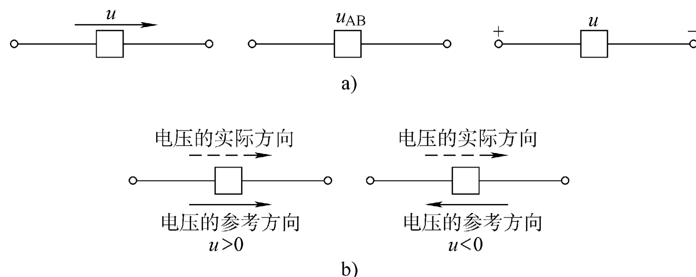


图 1-6　电压的参考方向表示以及参考方向与实际方向之间的关系

“参考方向”在电路分析中起着十分重要的作用。对于一般电路或一个元件上的电压和电流参考方向，原本可以独立无关地任意指定，但为了分析方便起见，通常把电流的参考方向从电压参考“+”极性端指向电压参考“-”极性端称为关联参考方向，如图 1-7a 所示。反之，为非关联参考方向，如图 1-7b 所示。

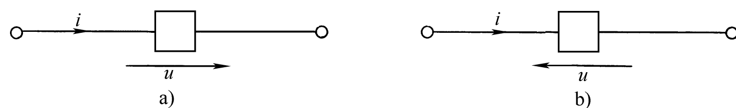


图 1-7　电压和电流的关联、非关联参考方向

练习与思考

1-2-1　在图 1-8a 中，$U_{ab}=-10V$，试画出 a、b 两点的实际电压方向。

1-2-2　在图 1-8b 中，$U_1=-6V$，$U_2=4V$，求 U_{ab}等于多少？

1-2-3　在图 1-9 中元件 B 的电压和电流的参考方向为关联参考方向，而对元件 A，则是（　　）。

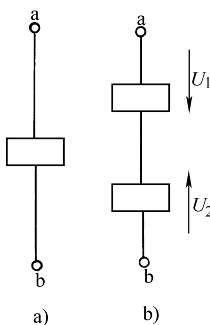


图 1-8　练习与思考 1-2-1、1-2-2 图

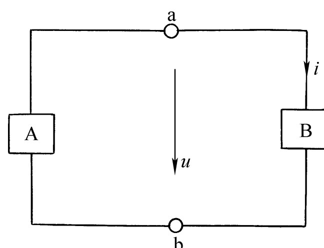


图 1-9　练习与思考 1-2-3 图

1.3　电阻、电感和电容

电阻、电感和电容是组成电路模型的理想电路元件。所谓理想电路元件，就是突出元件

的主要物理性质，而忽略其次要因素。元件的主要物理性质是指当把元件接入电路时，其内部将进行什么样的能量转换过程以及表现在元件外部的主要特征。电路分析中，人们最感兴趣的是元件的外部特性，其中最主要的就是元件端钮上的电压、电流关系，即伏安关系。本节将讨论电阻、电感和电容 3 种电路元件的伏安关系。

1.3.1　电阻元件

电阻元件可分为线性电阻和非线性电阻两类，这里只讨论线性电阻。所谓线性电阻，是指电阻元件上的电压与通过的电流成线性关系，即电阻元件的阻值 R 为常数。在图 1-10a 中，电压与电流取关联参考方向，由欧姆定律可得出线性电阻元件端钮伏安关系

$$i=\frac{u}{R}$$

或
$$u=iR \tag{1-3}$$

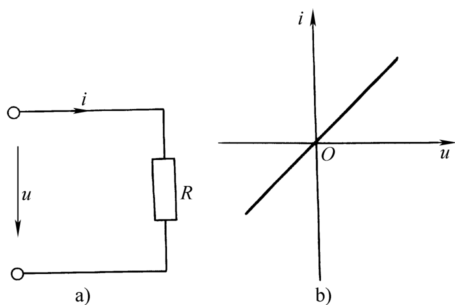


图 1-10　线性电阻元件符号及伏安特性曲线

图 1-10b 为线性电阻的伏安特性曲线，是一条通过坐标原点的直线。

如果将式（1-3）两边乘以 i，并对时间 t 取积分，则得

$$\int_0^t ui\mathrm{d}t = \int_0^t i^2R\mathrm{d}t$$

上式表明，电能全部消耗在电阻上，并转换成热能而释放掉。可见，电阻元件中的能量转换不可逆。因此，电阻是耗能元件。

在法定计量单位中，电阻的单位是欧姆（Ω）。电阻的倒数称为电导，用符号 G 表示，即

$$G=\frac{1}{R} \tag{1-4}$$

电导的单位是西门子（S）。因此，欧姆定律还可以表示为

$$i=Gu \tag{1-5}$$

1.3.2　电感元件

线圈是典型的电感元件。当忽略线圈电阻时，它就成为一个理想的电感元件。

当电流 i 通过图 1-11 所示的电感线圈时，线圈中会产生磁通 Φ。若线圈匝数为 N，则与 N 匝线圈相交链的磁链为

$$\Psi=N\Phi \tag{1-6}$$

磁通 Φ 与电流 i 的参考方向符合右手螺旋定则。当磁通 Φ 发生变化时，线圈中要产生感应电动势。感应电动势 e_L 与磁链 Ψ 的参考方向仍然符合右手螺旋定则。若线圈两端的电压 u 与通过它的电流 i 取关联参考方向，如图 1-11 所示，则感应电动势

$$e_L=-\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}=-N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{1-7}$$

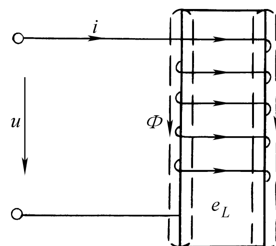


图 1-11　电感元件

式（1-7）表明，感应电动势的大小等于磁链对时间的变化率。当电流 i 增大时，$\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t>0$，$e_L$ 为负值，其实际方向与图 1-11 中选定的参考方向相反，感应电动势 e_L 将阻碍电流 i 的增加。同理，当电流 i 减小时，$\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t<0$，则 e_L 为正值，其实际方向与参考方向一致，感应电动势 e_L 将阻碍电流 i 的减小。

磁链或磁通是由通过线圈的电流产生的，当线圈为空心线圈（线圈中无铁磁材料）时，Ψ 或 Φ 与 i 成正比，比例系数称为线圈的电感量，用 L 表示。其关系式为

$$\Psi = N\Phi = Li$$

或

$$L=\frac{\Psi}{i}=\frac{N\Phi}{i}$$

通常称 L 为电感，是电感元件的参数。线圈匝数越多，电感越大；线圈中单位电流产生的磁通愈大，电感也愈大。当 Ψ 的单位是韦伯（Wb），电流的单位是安培（A）时，电感 L 的单位是亨利（H）。由于亨利（H）的单位太大，工程上多采用毫亨（mH）或微亨（μH），其换算关系为

$$1\mathrm{H}=10^3\mathrm{mH}=10^6\mu\mathrm{H}$$

图 1-12a、b 给出了线性电感元件及韦安特性曲线。线性电感元件的韦安特性曲线是通过原点的一条直线，电感值 L 为常数，与电感中电流的大小无关。

将磁链 $\Psi=Li$ 代入式（1-7），可得

$$e_L=-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{1-8}$$

根据图 1-12a 中的参考方向，可得

$$u+e_L=0$$

或

$$u=-e_L=-\left(-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\right)=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

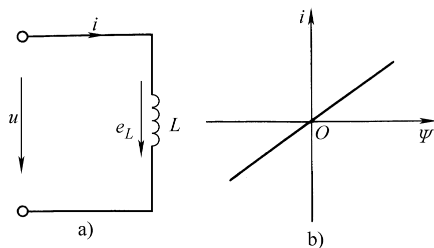


图 1-12　线性电感元件及韦安特性曲线

即

$$u=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{1-9}$$

式(1-9)表明线性电感元件两端的电压与流过它的电流对时间的变化率成正比,比例系数即为电感 L。

当电感元件中通过不随时间而变化的恒定电流时,$\mathrm{d}i/\mathrm{d}t=0$,则 $u=0$,说明电感对直流电流没有阻力,故电感元件对直流电流相当于短路;当线圈中通过随时间而变化的交流电流时,$\mathrm{d}i/\mathrm{d}t\neq0$,则 $u\neq0$,说明电感对交流电流具有一定的阻力,欲使交流电流通过电感,必须在电感两端加电压。由此得出结论:电感元件是一种动态元件。

式(1-9)是电感元件上的电压与电流的微分关系式。若将其两边积分,便可得出电感元件伏安关系的积分关系式,即

$$i=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u\mathrm{d}t=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{0}u\mathrm{d}t+\frac{1}{L}\int_{0}^{t}u\mathrm{d}t=i_0+\frac{1}{L}\int_{0}^{t}u\mathrm{d}t \tag{1-10}$$

式中，i_0 是初始值，即在 $t=0$ 时电感元件中通过的电流。若 $i_0=0$，则

$$i=\frac{1}{L}\int_{0}^{t}u\mathrm{d}t \tag{1-11}$$

将式（1-9）两边乘以 i 并积分，可得电感元件中储存的磁场能量

$$W_L = \int_0^t ui\mathrm{d}t = \int_0^i Li\mathrm{d}i = \frac{1}{2}Li^2 \tag{1-12}$$

式（1-12）表明，电感元件储存的磁场能量与流过的电流的平方成正比。当电流增加时，磁场能量增大，电感元件从电源取用电能，即电能转换成磁场能量；当电流减小时，磁场能量减小，电感元件向电源放还能量，即磁场能量转换成电能。理想电感元件在能量转换过程中不消耗能量，故称为储能元件。

1.3.3　电容元件

在电力系统和电子装置中常用的电容器就是典型的电容元件。图 1-13a 给出了电容元件的电路符号及电压、电流的参考方向。

电容器极板（由绝缘材料隔开的两个金属体）上所储集的电荷 q 与其两端所加电压 u 成正比，比例系数为

$$C = \frac{q}{u} \tag{1-13}$$

式中，C 称为电容量，简称电容，是电容元件的参数。线性电容的电容量 C 是常数。图 1-13b 给出了线性电容元件的库伏特性曲线。

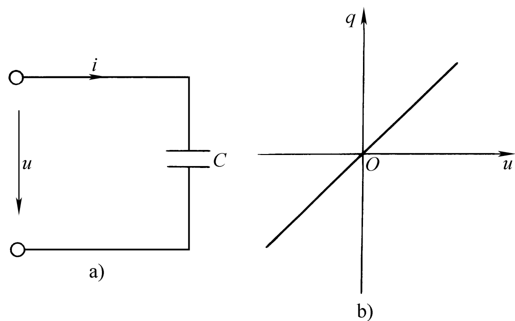


图 1-13　电容元件

a）电路符号及电压、电流参考方向　b）库伏特性曲线

当电荷的单位是库仑（C），电压的单位是伏特（V）时，电容的单位是法拉（F）。由于法拉（F）的单位太大，工程上多采用微法（μF）或皮法（pF）。其换算关系为

$$1\mathrm{F} = 10^6\mu\mathrm{F} = 10^{12}\mathrm{pF}$$

在图 1-13a 所示的电压、电流参考方向下，当电压为正值时，上极板上储集的是正电荷，下极板上储集的是等量的负电荷。当电荷 q 或电压 u 发生变化时，电容中要产生电流

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{1-14}$$

式（1-14）说明线性电容元件中的电流与其两端电压对时间的变化率成正比，比例系数即为电容 C。

当电容元件两端所加的电压是不随时间而变化的恒定电压（即直流电压）时，$\mathrm{d}u/\mathrm{d}t = 0$，则 $i = 0$，说明电容具有隔直作用，故电容元件对直流电流相当于开路；当电容两端所加电压是随时间而变化的交流电压时，$\mathrm{d}u/\mathrm{d}t \neq 0$，则 $i \neq 0$，说明电容允许交流电流通过。因此得出结论：电容元件也是一种动态元件。

式（1-14）是电容元件伏安关系的微分形式。若将其两边积分，便可得出电容元件伏安关系的积分关系式，即

$$u = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^t i\mathrm{d}t = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^0 i\mathrm{d}t + \frac{1}{C}\int_0^t i\mathrm{d}t = u_0 + \frac{1}{C}\int_0^t i\mathrm{d}t \tag{1-15}$$

式中，u_0 是初始值，即在 $t = 0$ 时电容元件上的电压。若 $u_0 = 0$ 或 $q_0 = 0$，则

$$u = \frac{1}{C}\int_0^t i\mathrm{d}t \tag{1-16}$$

将式（1-14）两边乘以 u 并积分，可得电容元件中储存的电场能量

$$W_C = \int_0^t ui\mathrm{d}t = \int_0^u Cu\mathrm{d}u = \frac{1}{2}Cu^2 \tag{1-17}$$

式（1-17）表明，电容元件储存的电场能量与其两端电压的平方成正比。当电压升高时，电场能量增大，电容元件从电源取用电能（电容充电），即电能转换成电场能量；当电压降低时，电场能量减小，电容元件向电源放还能量（电容放电），即电场能量转换成电能。理想电容元件在能量转换过程中不消耗能量，故称为储能元件。

为了便于比较和记忆，将电阻元件、电感元件和电容元件的特征列于表 1-1 中。

表 1-1 电阻元件、电感元件和电容元件的特征

特征 \ 元件	电阻元件	电感元件	电容元件
伏安关系式	$u = iR$	$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$	$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$
参数意义	$R = \frac{u}{i}$	$L = \frac{N\Phi}{i}$	$C = \frac{q}{u}$
能量	$\int_0^t i^2 R\mathrm{d}t$	$\frac{1}{2}Li^2$	$\frac{1}{2}Cu^2$

对于表 1-1 有两点需要注意：

1）表 1-1 中列出的伏安关系式是在 u 和 i 取关联参考方向下得出的；否则，式中应有负号。

2）3 个电路元件都是线性元件，R、L 和 C 都是常数，即相应的 u 与 i、Φ 与 i 及 q 与 u 之间都是线性关系。

练习与思考

1-3-1 试分别确定图 1-14 所示 4 个电路中的电压 u_C 和电流 i_L。

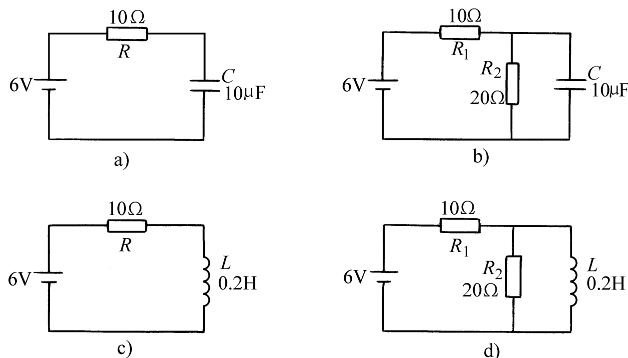


图 1-14 练习与思考 1-3-1 图

1-3-2 将一线圈通过开关接在电池上，试分析在下列 3 种情况下，线圈中感应电动势的方向：1）开关闭合瞬间；2）开关闭合较长时间；3）开关断开瞬间。

1-3-3 如果一个电感元件两端电压为零，其储能是否也一定等于零？如果一个电容元件中的电流为

零，其储能是否也一定等于零？

1-3-4　电感元件中通过直流电流时可视作短路，是否此时电感 L 为零？电容元件两端加直流电压时可视作开路，是否此时电容 C 为无穷大？

1.4　电压源和电流源

电源是将非电能转换为电能的元件或装置，它的作用是给外电路提供电能或电信号。干电池、蓄电池、发电机和电子稳压、稳流装置等都是常见的实际电源。

任何一个电源可以用两种不同的电路模型来表示。一种是用电压的形式来表示，称为电压源；一种是用电流的形式来表示，称为电流源。

1.4.1　电压源

电压源是实际电源的一种抽象，它能向外电路提供较为稳定的电压。电压源的电路模型是理想电压源 U_s 与内阻 R_0 的串联。如图 1-15 所示。图中 U 是电压源输出端口电压，即向外电路提供的电压，R_L 是负载电阻，I 是负载电流，也是电压源发出的电流。

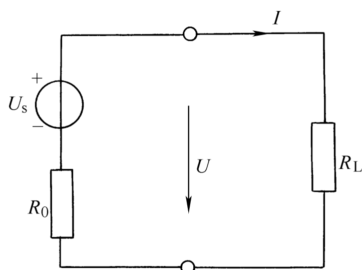


图 1-15　电压源电路模型

由图 1-15 所示电路，可得

$$U = U_s - IR_0 \qquad (1\text{-}18)$$

即电压源输出端口的伏安关系式，称为电压源的外特性方程。由此可作出电压源的外特性曲线，如图 1-16 所示。根据图 1-16 和式（1-18）可以得出电压源的特点：

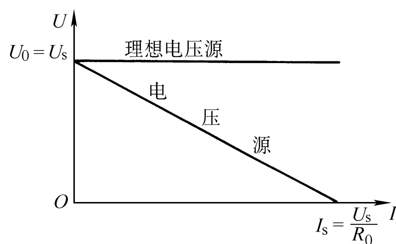


图 1-16　电压源和理想电压源外特性曲线

1）当电压源开路（空载）时，$I = 0$，$U = U_{oc} = U_s$，U_{oc}称为开路电压。

2）当电压源有负载时，$U < U_s$，其差值是内阻上的电压降 IR_0。显然，当负载增加，即外电路的电阻（负载电阻）减小时，输出电压 U 将下降。R_0 越小，输出电压 U 随负载电流 I 增加而降落的越少，则外特性曲线越平。

3）当电压源短路时，$U = 0$，$I = I_{sc} = U_s/R_0$，I_{sc}称为短路电流。短路电流通常远远大于电压源正常工作时提供的电流。

4）当 $R_0 = 0$（相当于电压源的内阻 R_0 短路）时，电压 U 恒等于理想电压源电压 U_s，而其中的电流 I 是任意的，由负载电阻 R_L 和 U_s 确定。这样的电压源称为理想电压源或恒压源，其电路如图 1-17 所示。理想电压源的外特性曲线是与横轴平行的一条直线，如图 1-16 所示。如果一个电压源的内阻远小于负载电阻，即 $R_0 << R_L$，则内阻上的压降 $IR_0 << U$，输出电压 $U \approx U_s$，基本上恒定，可以认为该电压源为理想电压源。通常用的稳压电源可以近似看作理想电压源。

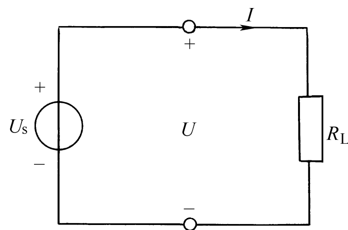


图 1-17　理想电压源电路

1.4.2 电流源

电流源也是实际电源的一种抽象，它能向外电路提供较为稳定的电流。电流源的电路模型是理想电流源 I_s 和内阻 R_0 的并联，如图1-18 所示。图中 I_s 是理想电流源发出的电流称为电激流，U 与 I 分别是电源输出端口电压和负载电流。

由图1-18 所示电路，可得

$$I_s = \frac{U}{R_0} + I \tag{1-19}$$

即电流源输出端口的伏安关系式，称为电流源的外特性方程。由此可作出电流源的外特性曲线，如图1-19 所示。根据图1-19 和式（1-19）可以得出电流源的特点：

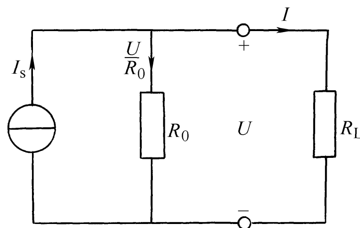


图1-18　电流源电路

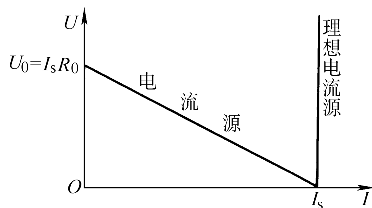


图1-19　电流源和理想电流源的外特性

1）当电流源开路时，$I = 0$，$U = U_{oc} = I_sR_0$，电激流全部流过内阻 R_0。

2）当电流源有负载时，I_s 分成两部分：一部分供给负载，一部分在其内阻中通过。当负载电阻 R 增加时，负载分得的电流减小，输出电压将随之增大。内阻 R_0 越大，输出电流 I 随输出电压 U 增大而减小得越少，则外特性越陡。

3）当电流源短路时，$U = 0$，$I = I_{sc} = I_s$，电激流全部成为输出电流。

4）当 $R_0 = \infty$（相当于电流源的内阻 R_0 断开）时，电流 I 恒等于电流 I_s，而其两端的电压 U 是任意的，由负载电阻 R_L 和电激流 I_s 确定。这样的电流源称为理想电流源或恒流源，其电路如图1-20 所示。如果一个电流源的内阻远大于负载电阻，即 $R_0 >> R_L$，则输出电流 $I \approx I_s$，基本上恒定，可以认为该电流源为理想电流源。晶体管可以近似地认为是一个理想电流源。由图1-21 所示晶体管输出特性曲线可见，当基极电流 I_B 为某一定值并 U_{CE} 超过一定值时，集电极电流 I_C 基本上不随管压降 U_{CE} 的变化而变化。

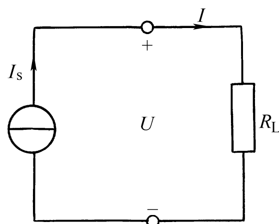


图1-20　理想电流源或恒流源电路

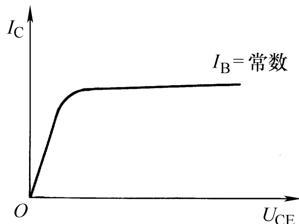


图1-21　晶体管的输出特性

练习与思考

1-4-1　理想电压源能否短路？理想电流源能否开路？为什么？

1-4-2　一个理想电压源向外电路供电时，若再并联一个电阻，是否会影响理想电压源对原来外电路的供电情况？

1-4-3　一个理想电流源向外电路供电时，若再串联一个电阻，是否会影响理想电流源对原来外电路的供电情况？

1-4-4　在图 1-22 所示的两个电路中，1）R_1 是不是电源内阻？2）R_2 中的电流 I_2 及其两端的电压 U_2 各等于多少？3）改变 R_1 的阻值，对 I_2 和 U_2 有无影响？4）理想电压源中的电流 I 和理想电流源两端的电压 U 各等于多少？5）改变 R_1 的阻值，对 I 和 U 有无影响？

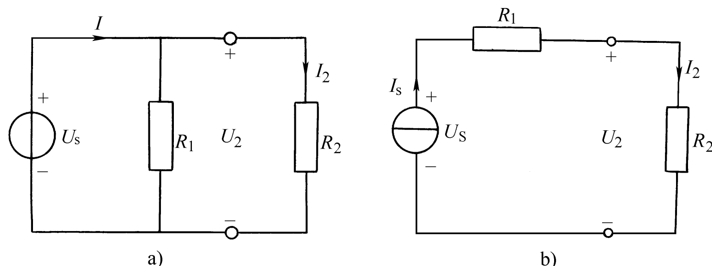


图 1-22　练习与思考 1-4-4 图

1.5　受控源

前面所讨论的电压源和电流源，其电压源的电压和电流源的电流不受外电路控制，是独立存在的，因此称为独立电源。除独立电源外，还有一类电源，它们在电路中虽然起电源作用，但其电压源的电压和电流源的电流受电路中某部分的电压或电流控制，因此称这种电源为非独立电源，又称为受控源。

例如，变压器的二次电压受一次电压控制，晶体管的集电极电流受基极电流控制，这些电路元件都可以用受控源来描述其工作性能。

根据受控电源是电压源还是电流源，是受电压控制还是受电流控制，可分为：电压控制电压源（VCVS）、电流控制电压源（CCVS）、电压控制电流源（VCCS）和电流控制电流源（CCCS）4 种类型。4 种理想受控源电路模型如图 1-23 所示。

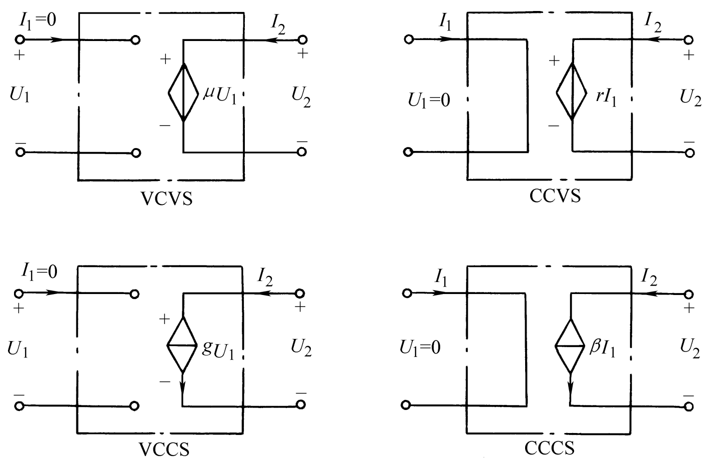


图 1-23　理想受控源电路模型

所谓理想受控源，是指受控源的控制端（输入端）和受控端（输出端）都是理想的。在控制端，控制量为电压的受控源，其输入端电阻为无穷大（$I_1=0$）；控制量为电流的受控源，其输入端电阻为零（$U_1=0$）；这样，控制端消耗的功率为零。在受控端，受控电压源，其输出电阻为零，输出电压恒定；受控电流源，其输出电阻为无穷大，输出电流恒定，这点和理想的独立电压源、电流源相同。

在图1-23所示电路中，受控源用菱形符号表示，以便与独立电源的圆形符号相区别。4种理想受控源的控制关系为

$$\text{VCVS：} U_2=\mu U_1 \tag{1-20}$$

$$\text{CCVS：} U_2=rI_1 \tag{1-21}$$

$$\text{VCCS：} I_2=gU_1 \tag{1-22}$$

$$\text{CCCS：} I_2=\beta I_1 \tag{1-23}$$

式中，μ、r、g 和 β 称为控制系数，其中 μ 和 β 是无量纲的纯数，r 具有电阻的量纲，g 具有电导的量纲。当这些控制系数均为常数时，被控量与控制量成正比，这种受控源为线性受控源。

练习与思考

1-5-1　图1-24所示电路中的电流 i 为多少？

1-5-2　求图1-25所示电路中受控源发出的功率。

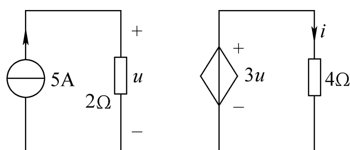


图1-24　练习与思考1-5-1图

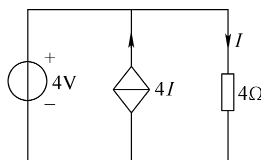


图1-25　练习与思考1-5-2图

1.6　基尔霍夫定律

电路中的电压和电流将要受到两种约束。一种是电路元件特性对元件的电压和电流形成的约束，这种约束与电路的连接无关，表示这种约束关系的是欧姆定律；另一种是电路元件的连接对各支路电压和各支路电流形成的约束，这种约束与电路元件特性无关，表示这种约束关系的是基尔霍夫电流定律和电压定律，统称为基尔霍夫定律。基尔霍夫电流定律应用于节点，基尔霍夫电压定律应用于回路。

首先根据图1-26所示电路，介绍电路分析中常用的几个名词

（1）支路　一个或几个电路元件相串联组成的无分支电路称为支路。同一条支路流过相同的电流。图1-26电路中共有3条支路，其中含有电源元件的支路称为有源支路，如acb和adb两条支路；不含有电源元件的支路称为无源支路，如ab支路。

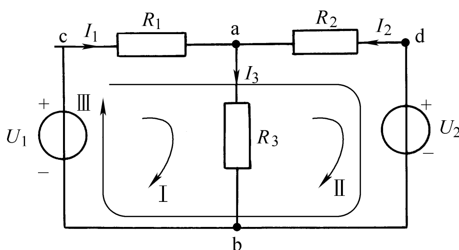


图1-26　电路举例

（2）节点　电路中3条或3条以上支路的连接点称为节点。图1-26电路中共有两个节点，即

节点 a 和节点 b。

（3）回路　电路中任意闭合的路径称为回路。图 1-26 电路中有 3 个回路，即回路Ⅰ、回路Ⅱ和回路Ⅲ。

（4）网孔　内部不含有其他支路的回路称为网孔，图 1-26 电路中有两个网孔，即回路Ⅰ和回路Ⅱ。显然，网孔一定是回路，回路不一定是网孔。

1.6.1　基尔霍夫电流定律（KCL）

基尔霍夫电流定律给出了电路中连接在任一节点上各支路电流之间的关系。即在任一瞬时，流入电路中任一节点的各支路电流的代数和恒等于零。其表达式为

$$\Sigma I = 0 \tag{1-24}$$

应用基尔霍夫电流定律列写节点电流方程时，首先要假定各支路电流的参考方向，然后规定参考方向指向节点的支路电流取正号，背离节点的取负号，或反之。由此可得出图 1-26 所示电路中节点 a 的电流方程

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

基尔霍夫电流定律，不仅适用于节点，还适用于广义节点，即包围部分电路的任一假想闭合面。也就是说，流过电路中任一假想闭合面的各支路电流代数和恒等于零。图 1-27 所示电路中，由点画线围成的闭合面可视为一个广义节点，该节点的电流方程为

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

或

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4$$

基尔霍夫电流定律体现的是电流的连续性，即电路中任何一点包括节点在内，电荷既不能堆积，也不能消失。

例 1-1　试列写出图 1-28 所示电路中的 b、c、d 3 个节点电流方程。

解　根据 KCL 和图 1-28 中标出的各支路电流参考方向，可得

节点 b　$I_1 + I_2 + I_3 = 0$

节点 c　$-I_2 - I_4 + I_6 = 0$ 或 $I_2 + I_4 = I_6$

节点 d　$-I_3 + I_4 - I_5 = 0$ 或 $I_3 + I_5 = I_4$

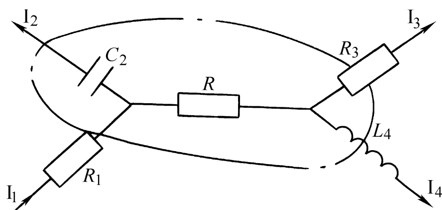


图 1-27　基尔霍夫定律的推广应用

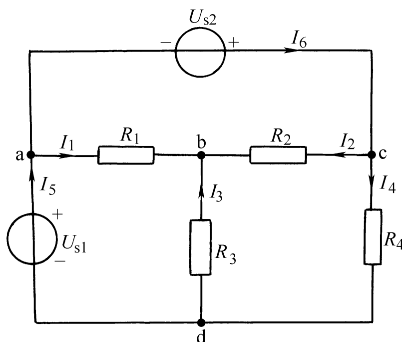


图 1-28　例 1-1 图

1.6.2　基尔霍夫电压定律（KVL）

基尔霍夫电压定律给出了电路中任一回路各部分电压之间的关系。即任一瞬时，作用于

电路中任一回路各部分电压的代数和恒等于零。其表达式为

$$\Sigma U=0 \tag{1-25}$$

应用基尔霍夫电压定律列写回路电压方程时，首先要假定回路中各部分电压的参考方向并指定回路的绕行方向（顺时针或逆时针），然后规定回路中各部分电压与回路绕行方向一致时取正号，相反时取负号，或反之。由此可得出图1-29所示电路的回路电压方程

$$-U_{1s}+U_3-U_4+U_{2s}=0$$

基尔霍夫电压定律不仅适用于闭合回路，还适用于开口回路。以图1-30所示电路为例，根据基尔霍夫电压定律和图示绕行方向列写图1-30a和1-30b的回路电压方程分别为

$$-U_{AB}+U_A-U_B=0$$

$$-U+E+IR=0$$

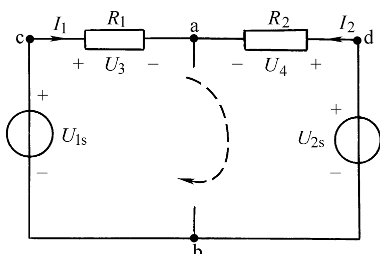


图1-29　电路举例

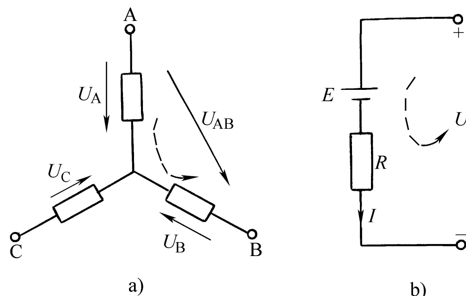


图1-30　基尔霍夫电压定律的推广应用

应该指出，基尔霍夫电流定律反映了电路中任一节点处各支路电流必须服从的约束关系，与各支路上是什么元件无关；基尔霍夫电压定律反映了电路中任一回路各部分电压必须服从的约束关系，而与构成回路的各部分是什么元件无关。基尔霍夫两个定律具有普遍性。它们不仅适用于各种不同元件构成的电路，也适用于任何变化的电压和电流。因此，基尔霍夫定律是分析电路中电压、电流关系的基本定律。

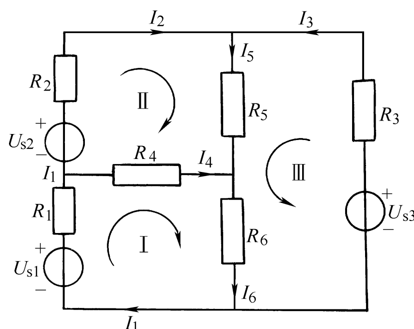


图1-31　例1-2图

例1-2　试写出图1-31所示电路中3个回路的电压方程。

解　根据KVL和图1-31中给出的各支路电流参考方向和回路绕行方向，可得

回路Ⅰ　$R_1I_1+R_4I_4+R_6I_6=U_{s1}$

回路Ⅱ　$R_2I_2+R_4I_4+R_5I_5=U_{s2}$

回路Ⅲ　$R_3I_3+R_5I_5+R_6I_6=U_{s3}$

例1-3　已知图1-32所示电路中，$R_1=10\Omega$，$R_2=20\Omega$，$E=6\text{V}$，$U_s=6\text{V}$，试求I_1、I_2、I_3和U_{AB}。

解　根据KCL列写节点C电流方程

$$-I_1+I_2-I_3=0$$

因为AB端开路

故　$I_3=0$

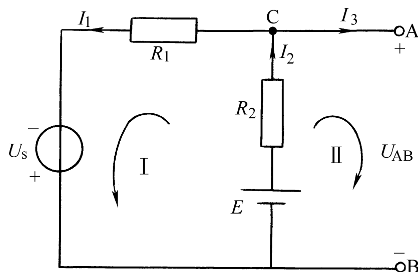


图1-32　例1-3图

则有
$$I_1 = I_2$$

根据 KVL 列回路Ⅰ电压方程

$$-E - U_s + I_1R_1 + I_2R_2 = 0$$

即
$$I_1 = \frac{E + U_s}{R_1 + R_2} = \frac{6 + 6}{10 + 20}\text{A} = 0.4\text{A}$$

则
$$I_2 = I_1 = 0.4\text{A}$$

根据 KVL 列写回路Ⅱ电压方程

$$R_2I_2 + U_{AB} = E$$

则
$$U_{AB} = E - R_2I_2 = (6 - 20 \times 0.4)\text{V} = -2\text{V}$$

练习与思考

1-6-1　求图 1-33 所示各电路中的未知电流。

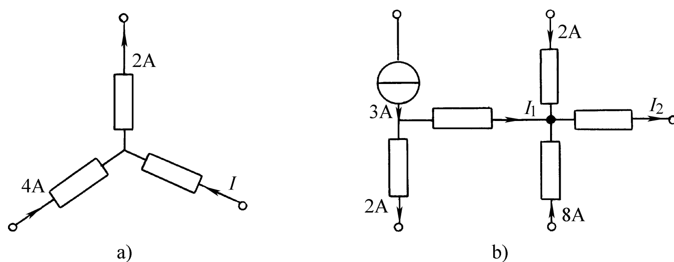


图 1-33　练习与思考 1-6-1 图

1-6-2　求图 1-34 所示电路中各未知电压与电流。

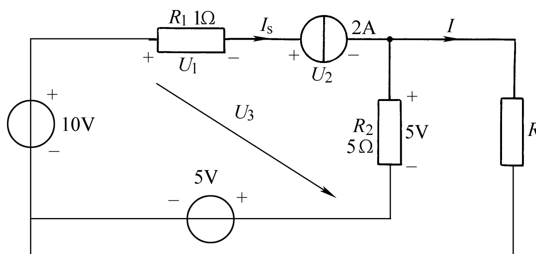


图 1-34　练习与思考 1-6-2 图

1-6-3　在图 1-35 所示的两个电路中，各有多少支路和节点？U_{ab} 和 I 是否等于零？

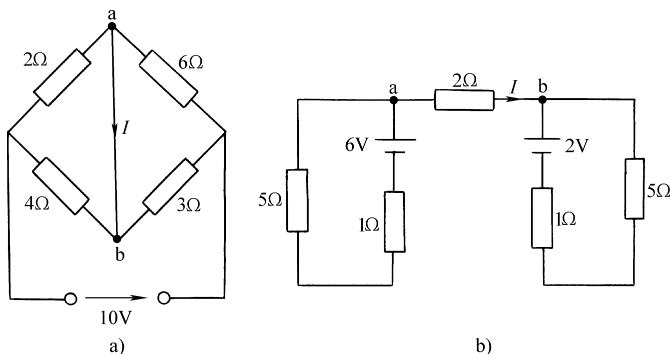


图 1-35　练习与思考 1-6-3 图

1.7　电路中的功率和电位计算

1.7.1　功率的计算

对于电路中任意一个元件，总存在着吸收功率还是发出功率的问题。在物理学中，功率的定义为单位时间内能量的变化，也就是能量对时间的变化率，即

$$p=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \tag{1-26}$$

式中，W 是能量，单位为焦耳（J）；t 是时间，单位为秒（s）；p 是功率，单位为瓦特（W）。

在电路中，功率还可以用电压和电流的乘积来表示，即

$$p=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}q}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=ui \tag{1-27}$$

式中，u 为任一电路元件两端的电压；i 为通过该元件的电流。当 u 的单位为 V，i 的单位为 A 时，p 的单位为 W。

对任一电路元件：

1）当电压、电流取关联参考方向时，假定该元件吸收功率，则功率表达式为

$$\left.\begin{aligned} &p=ui \\ \text{或}\quad &P=UI \qquad \text{（直流情况下）}\end{aligned}\right\} \tag{1-28}$$

2）当电压、电流取非关联参考方向时，假定该元件吸收功率，则功率表达式为

$$\left.\begin{aligned} &p=-ui \\ \text{或}\quad &P=-UI\end{aligned}\right\} \tag{1-29}$$

根据式（1-28）、式（1-29）计算功率，若结果为 $p>0$（或 $P>0$），则表示元件确实吸收功率，与假设相符，该元件为一负载；反之，若结果为 $p<0$（或 $P<0$），则表示元件并非吸收功率而是发出功率，与假设相反，该元件为一电源。

例 1-4　计算图 1-36 中各元件的功率，指出是发出功率还是吸收功率。

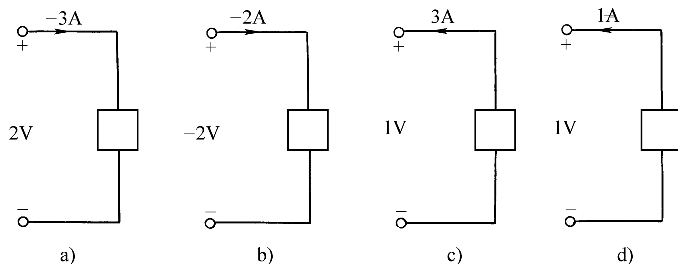


图 1-36　例 1-4 图

解　图 1-36a：电压、电流为关联参考方向，由 $P=UI$，得

$$P=2\times(-3)\mathrm{W}=-6\mathrm{W},\ P<0 \qquad \text{发出功率}$$

图 1-36b：电压、电流为关联参考方向，故

$$P=(-2)\times(-2)\mathrm{W}=4\mathrm{W},\ P>0 \qquad \text{吸收功率}$$

图 1-36c：电压、电流为非关联参考方向，故

$$P=-(1\times3)\mathrm{W}=-3\mathrm{W},\ P<0 \qquad \text{发出功率}$$

图 1-36d：电压、电流为非关联参考方向，故

$$P=-[1\times(-1)]\mathrm{W}=1\mathrm{W},\ P>0 \qquad \text{吸收功率}$$

例 1-5　已知图 1-37 所示电路中，$U_1=14\mathrm{V}$，$I_1=2\mathrm{A}$，$U_2=10\mathrm{V}$，$I_2=1\mathrm{A}$，求各元件的功率，并说明是吸收功率还是发出功率。

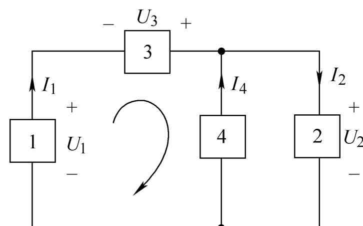


图 1-37　例 1-5 图

解　1）首先需求出未知的电流与电压

根据 KCL，列写节点电流方程

$$I_1+I_4=I_2$$

则 $$I_4=I_2-I_1=(1-2)\mathrm{A}=-1\mathrm{A}$$

根据 KVL，列写回路电压方程

$$U_1+U_3=U_2$$

则 $$U_3=U_2-U_1=(10-14)\mathrm{V}=-4\mathrm{V}$$

2）根据式（1-28）、式（1-29）计算功率

元件 1　$P_1=-U_1I_1=-14\times2\mathrm{W}=-28\mathrm{W}$，发出功率

元件 2　$P_2=U_2I_2=10\times1\mathrm{W}=10\mathrm{W}$，吸收功率

元件 3　$P_3=-U_3I_1=-(-4)\times2\mathrm{W}=8\mathrm{W}$，吸收功率

元件 4　$P_4=-U_2I_4=-10\times(-1)\mathrm{W}=10\mathrm{W}$，吸收功率

3）验证功率是否平衡，即

$$\Sigma P=P_1+P_2+P_3+P_4=(-28+10+8+10)\mathrm{W}=0\mathrm{W}$$

说明功率平衡，即吸收功率等于发出功率。

验证功率是否平衡是验证计算结果正误的有效方法，读者应充分利用。

1.7.2　电位的计算

在分析电子电路时，经常要用到电位的概念。例如二极管，只有当它的阳极电位高于阴极电位时，才能导通，否则就截止。前面我们给出了电压的概念，即两点间的电压就是两点间的电位差。电压只能说明一点是高电位，另一点是低电位，以及两点的电位相差多少等问题。至于电路中某点的电位概念，将在本节讨论。

在计算电路中各点电位时，必须先选定电路中某一点作为参考点，参考点的电位称为参考电位，通常设为零电位点。电路中其他各点的电位都同参考电位比较，比参考点电位高的为正电位，比参考点电位低的为负电位。参考点在电路图中标以接地符号“⊥”。所谓“接地”并非真与大地相接。

电路中某点的电位等于该点与参考点（零电位点）之间的电压。

例如在图 1-38 中，如果设 a 点为参考电位点，即 $V_a=0$（见图 1-39），则根据给出的电位定义可求出 b、c 和 d 3 点的电位。即

$$V_b-V_a=U_{ba} \qquad V_b=U_{ba}=-6\times10\mathrm{V}=-60\mathrm{V}$$

$$V_c-V_a=U_{ca} \qquad V_c=U_{ca}=20\times4\mathrm{V}=80\mathrm{V}$$

$$V_d-V_a=U_{da} \qquad V_d=U_{da}=5\times6\mathrm{V}=30\mathrm{V}$$

由计算结果得出 b 点电位比 a 点低 60V，而 c 点和 d 点的电位分别比 a 点高 80V 和 30V。

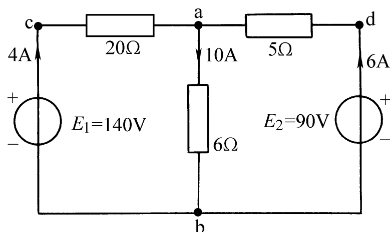


图 1-38　电路举例

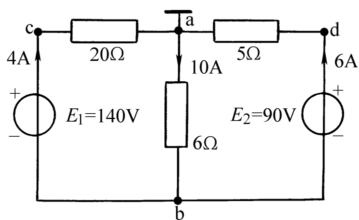


图 1-39　a 点为参考点电路图

如果设 b 点为参考电位点，即 $V_b=0$（见图 1-40），则

$$V_a=U_{ab}=60\text{V}$$

$$V_c=U_{cb}=140\text{V}$$

$$V_d=U_{db}=90\text{V}$$

由此可以看出，参考点选得不同，电路中各点的电位值将不同，但是，任意两点间的电压值是不变的，所以各点电位的高低是相对的，而两点间的电压值是绝对的，表明了电压的单值性。

最后，为简化电路的绘制，通常采用电位标注法，图 1-41 即是图 1-40 的简化电路。

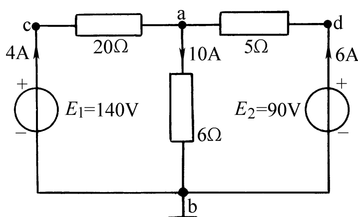


图 1-40　b 点为参考点电路图

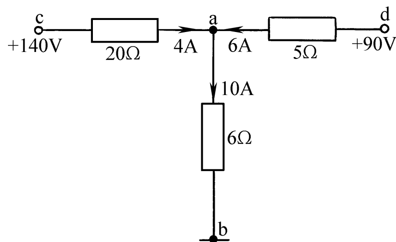


图 1-41　图 1-40 的简化电路

例 1-6　计算图 1-42 所示电路中开关 S 闭合与断开时各点电位。

解　1）S 断开时

$V_e=0\text{V}$，$V_a=12\text{V}$，由于各电阻中无电流通过，没有电压降，所以 $V_c=V_b=V_d=V_a=12\text{V}$。

2）S 闭合时

$V_e=0\text{V}$，$V_a=12\text{V}$ 不变，由于 4kΩ 电阻上仍无电流通过，所以 $V_b=V_c=\dfrac{12}{2+2}\times 2\text{V}=6\text{V}$，$V_d=V_e=0\text{V}$。

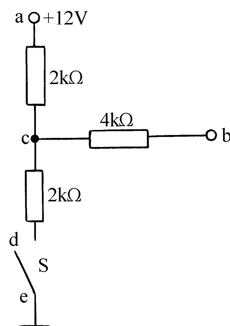


图 1-42　例 1-6 图

练习与思考

1-7-1　求图 1-43 电路中各点的电位。

1-7-2　电路如图 1-44 所示。1）试在电路图中画出零电位点。2）当 R_2 增大时，A、B 两点的电位是增高还是降低？

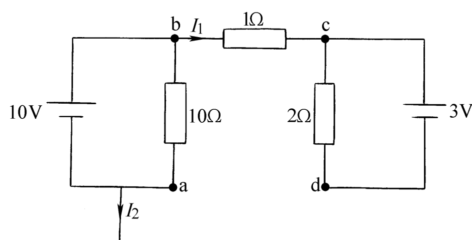


图 1-43　练习与思考 1-7-1 图

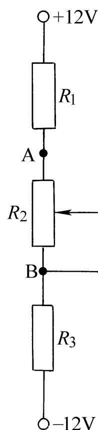


图 1-44　练习与思考 1-7-2 图

*1.8　非线性电阻电路的分析

只含电阻元件和电源元件的电路称为电阻电路。如果电阻元件是线性的，则称线性电阻电路，否则便称为非线性电阻电路。

非线性电阻的阻值不是一个常数，而是随着电压或电流的变化而改变的，因此，非线性电阻两端的电压与其中电流的关系不遵循欧姆定律，一般不能用数学式表示，而是用电压与电流的关系曲线 $U=f(I)$ 或 $I=f(U)$ 来表示，这种曲线就是前面所讲的伏安特性曲线，可通过实验得到。非线性电阻元件在生产中应用很广。图 1-45 分别示出白炽灯和二极管的伏安特性曲线。非线性电阻的电路符号如图 1-46 所示。

分析非线性电阻电路的基本依据仍然是 KCL、KVL 和元件的伏安关系。本节只讨论简单的非线性电阻电路的分析，为学习电子技术奠定基础。

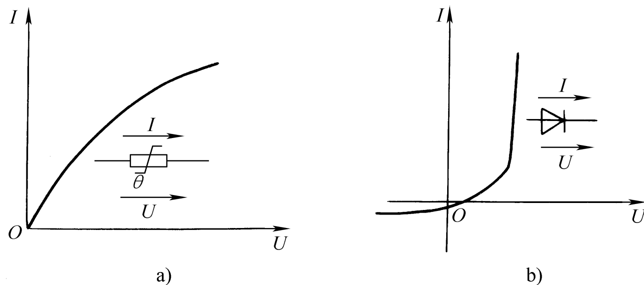


图 1-45　非线性电阻伏安特性曲线
a）白炽灯　b）二极管

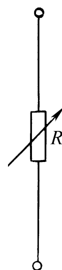


图 1-46　非线性电阻符号

1.8.1　非线性电阻的阻值

非线性电阻元件的电阻有两种表示方式：

一种称为静态电阻（或称直流电阻），它等于图 1-47 中工作点 Q 处电压与电流之比，即

$$R=\frac{U}{I} \tag{1-30}$$

由图1-47可见，Q点的静态电阻正比于$\tan\alpha$。α是过Q点的割线与纵轴的夹角。

另一种称为动态电阻（或称交流电阻），它等于工作点Q附近的电压微变量与电流微变量之比的极限，即

$$r=\lim_{\Delta I\to 0}\frac{\Delta U}{\Delta I}=\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}I} \tag{1-31}$$

由图1-47可见，Q的动态电阻正比于$\tan\beta$，β是过Q点的切线与纵轴的夹角。

显然，非线性电阻的静态电阻与动态电阻定义不同，阻值不等，且随工作点的不同而变化。因此，描述非线性电阻，以上两种电阻是必需的。

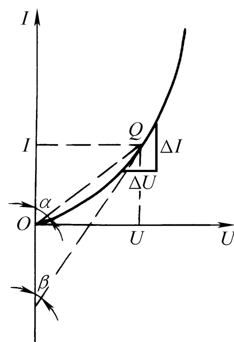


图1-47　动态电阻与静态电阻的图解

1.8.2　非线性电阻电路的图解法

因为非线性电阻元件的伏安特性通常不能用数学式表示，所以在分析与计算非线性电阻电路时一般都采用图解法。

含有一个非线性电阻的电路如图1-48所示，非线性电阻R的伏安特性曲线$I(U)$如图1-49所示。图解分析的目的是要求出电路中的电压U与电流I。

图解法的步骤：

1）对图1-48所示电路列KVL方程，即

$$U=E-R_1I \tag{1-32}$$

或

$$I=-\frac{1}{R_1}U+\frac{E}{R_1} \tag{1-33}$$

式（1-33）为一直线方程，其斜率为$\tan\alpha=-\dfrac{1}{R_1}$。

2）根据以上列出的直线方程，求出两点截距，即

$$\begin{cases} I=0,\ U=E \\ U=0,\ I=\dfrac{E}{R_1} \end{cases}$$

3）根据两点截距，在图1-49中作一直线，通常称为负载线。

4）求出负载线与非线性电阻元件伏安特性曲线的交点，即Q点，又称工作点。Q点对应的电压与电流即为图1-48所示电路中的电压U与电流I。

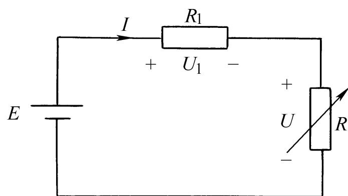


图1-48　非线性电阻电路

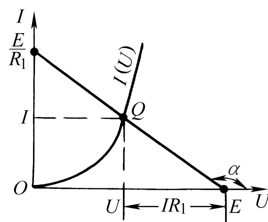


图1-49　非线性电阻电路图解分析

由上述分析可知：

1）负载线与电阻R_1及电动势E的大小有关。当E一定时，负载线的斜率将随R_1的变化而变化；当R_1一定时，负载线将随E的不同而平行移动，如图1-50所示。

2）非线性电阻电路的工作状态由式（1-34）的直线与非线性电阻元件 R 的伏安特性曲线 $I(U)$ 的交点 Q 确定。Q 点既表示了非线性电阻元件 R 上电压与电流的关系，同时也满足线性电阻（除非线性电阻以外）电路的电压与电流的关系。

图 1-50　对应不同的 R_1 和 E 的情况

例 1-7　求图 1-51a 所示电路工作点 Q。图 1-51b 是非线性电阻 R 的伏安特性曲线。

解　1）根据 KCL 列写节点电流方程，有

$$I = I_s - \frac{1}{R_0}U$$

2）根据上式求出两点截距，即

$$\begin{cases} U = 0, & I = I_s = 10\text{mA} \\ I = 0, & U = I_s R_0 = 10\text{V} \end{cases}$$

3）根据两点截距，在图 1-51b 中作一直线。

4）由直线与非线性电阻 R 的伏安特性曲线的交点得到 Q 点处的工作电压与工作电流。

$$U = 5\text{V}\quad I = 6\text{mA}$$

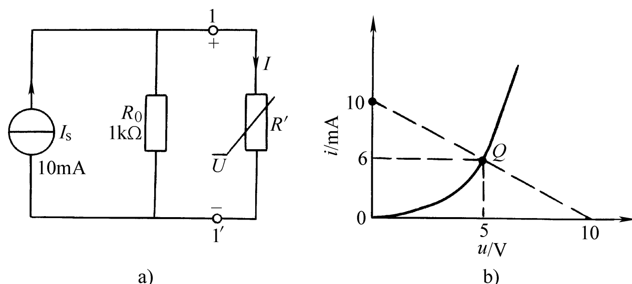


图 1-51　例 1-7 图

1.9　元件伏安特性的仿真分析

前面介绍了各种电路元件，重点是它们的外特性，即元件的伏安特性。利用 EDA（Electronic Design Automatization）中的 EWB（Electronics Workbench）可以对元件的伏安特性进行仿真分析，从而加深对元件伏安特性的理解。

图 1-52 为线性电阻元件的伏安特性仿真电路，其中 1-52a 为直流电路的仿真，图 1-52b 为交流电路的仿真。

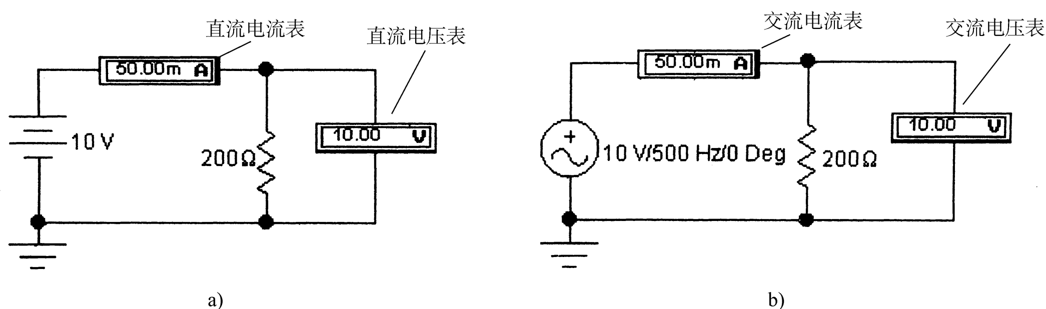


图 1-52　线性电阻元件的伏安特性仿真电路

线性电感元件的伏安特性仿真电路如图1-53所示。其中1-53a为直流电路的仿真，图1-53b为交流电路的仿真。

由图1-53b中电感元件的电压和电流波形可以通过虚拟示波器观察，关于这方面的仿真分析将在第3章中详细介绍。

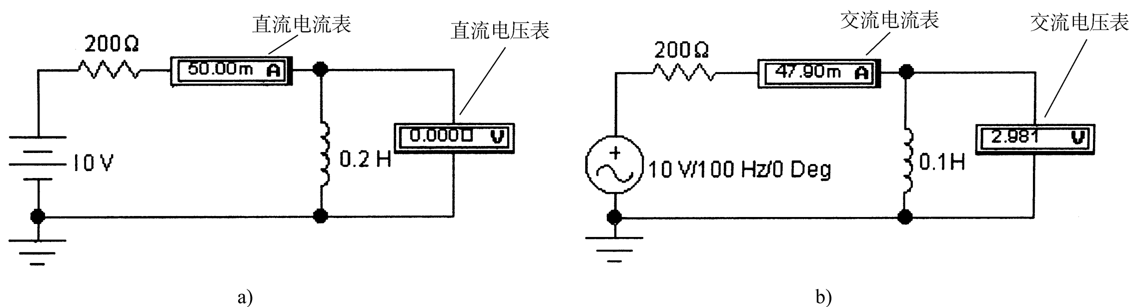


图1-53　线性电感元件的伏安特性仿真电路

图1-54为线性电容的仿真电路，其中1-54a为直流电路的仿真，图1-54b为交流电路的仿真。

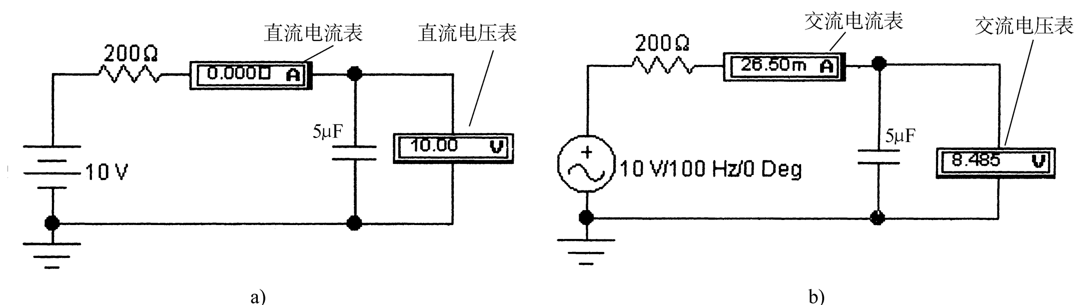


图1-54　线性电容元件的伏安特性仿真电路

用同样的方法可以对理想电压源和理想电流源进行仿真，仿真结果如图1-55和图1-56所示。

利用参数扫描分析（Parameter Sweep Analysis），改变图1-56中电阻的参数值，可观察电流源两端电压随 R 的变化，如图1-57所示。为了观测到图1-57所示的波形，需按图1-58和图1-59设置参数扫描对话框和瞬态分析对话框。

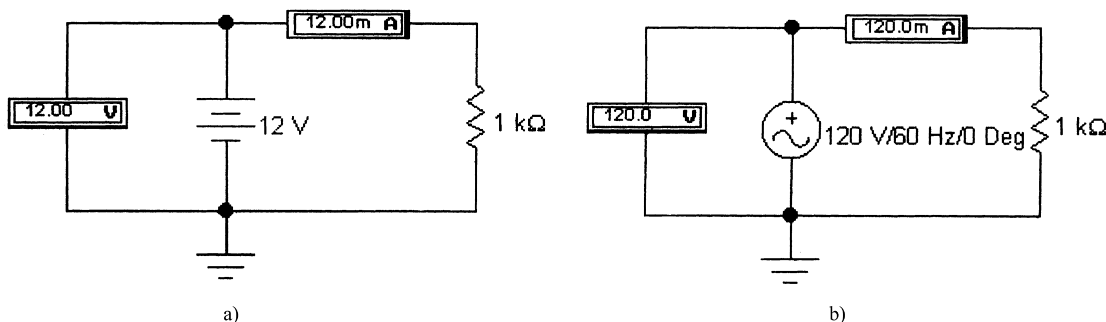


图1-55　理想电压源的伏安特性仿真电路

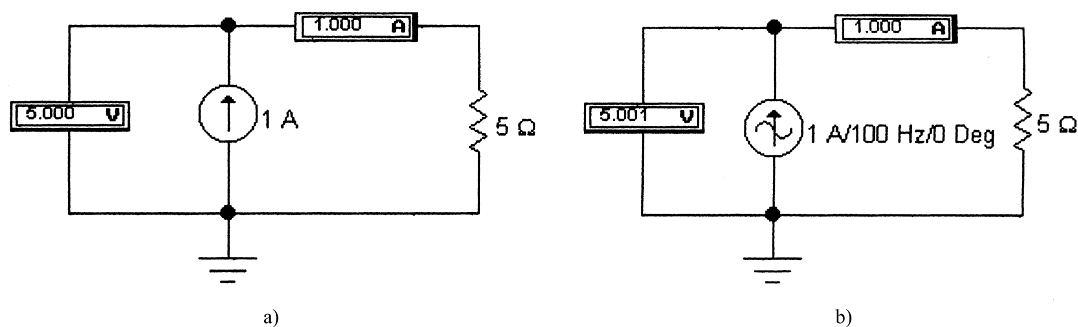


图 1-56　理想电流源的伏安特性仿真电路

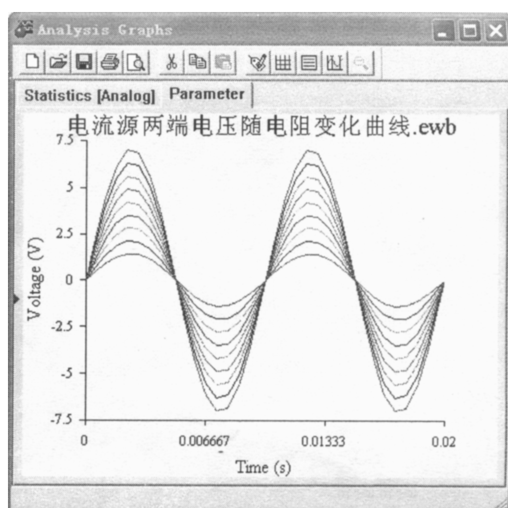


图 1-57　电流源两端电压随 R 变化曲线

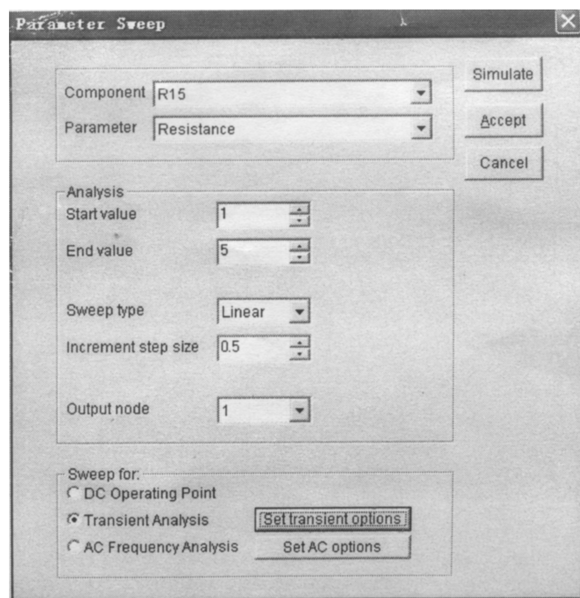


图 1-58　参数扫描对话框

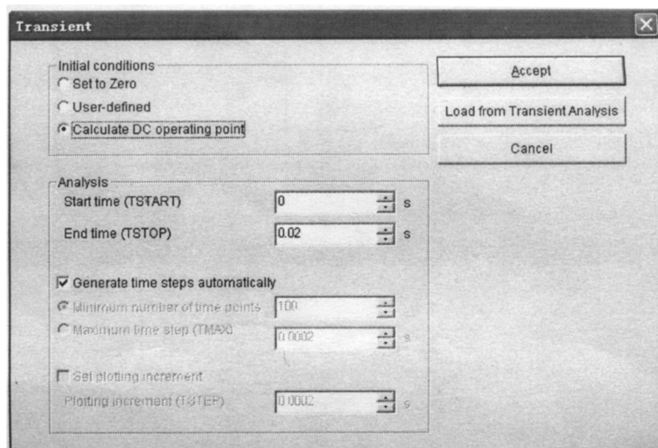


图 1-59　瞬态分析对话框

小　　结

1. 电路主要物理量及其参考方向

电压和电流是电路分析中两个主要物理量。在电路分析与计算之前，需要对参与分析计算的电压、电流假定一个方向，该方向可任意指定，称为参考方向。在参考方向确定之后，电压、电流均成为代数量，正值表示参考方向与实际方向相同，负值表示参考方向与实际方向相反。

2. 理想电路元件及其伏安关系

1）电阻元件 R：关联参考方向下　$u = Ri$

2）电感元件 L：关联参考方向下　$u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

3）电容元件 C：关联参考方向下　$i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$

4）电压源：两端电压恒定，其中电流为任意值。

5）电流源：发出的电流恒定，两端电压为任意值。

6）受控源　VCVS：$U_2 = \mu U_1$

CCVS：$U_2 = rI_1$

VCCS：$I_2 = gU_1$

CCCS：$I_2 = \beta I_1$

3. 基尔霍夫定律

KCL：$\Sigma i = 0$ 或 $\Sigma i_\mathrm{i} = \Sigma i_\mathrm{o}$

KVL：$\Sigma u = 0$ 或 $\Sigma u_\mathrm{r} = \Sigma u_\mathrm{d}$

4. 电路中的两种约束

一种约束来自元件的特性，即元件特性对元件本身的电压和电流形成的约束；另一种约束来自元件的连接，即与一个节点相连接的各支路电流受 KCL 的约束，与一个回路相联系的各支路电压受 KVL 的约束。前者与电路结构无关，后者与元件性质无关。

5. 功率的分析与计算

功率表达式：$p = ui$

当一个元件的 u、i 取关联参考方向时，即假定该元件吸收功率，若计算结果为负值，说明该元件在发出功率。当一个元件的 u、i 取非关联参考方向时，即假定元件在发出功率，若计算结果为负值，说明该元件在吸收功率。

6. 电位的概念与计算

1）当选定电路中某点作为参考点（又称参考电位点），并令其电位为零时，电路中其他各点的电位即是各点与参考点之间的电压。

2）参考点选择不同，电路中各点的电位值将不同，但是任意两点间的电位差（电压值）是不变的，即各点电位的高低是相对的，而两点间的电压值是绝对的。

7. 非线性电阻电路

1）非线性电阻元件的伏安关系：$U = f(I)$ 或 $I = f(U)$。

2）非线电阻元件的电阻两种表示方式

静态电阻：工作点 Q 的电压 U 与电流 I 之比，即 $R=U/I$；

动态电阻：工作点 Q 附近的电压微变量 ΔU 与电流微变量 ΔI 之比的极限，即 $r=\lim\limits_{\Delta I\to 0}\dfrac{\Delta U}{\Delta I}=\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}I}$

3）非线性电阻电路的图解法。

习　题

1-1　写出图 1-60 所示电路中各元件的伏安关系式。

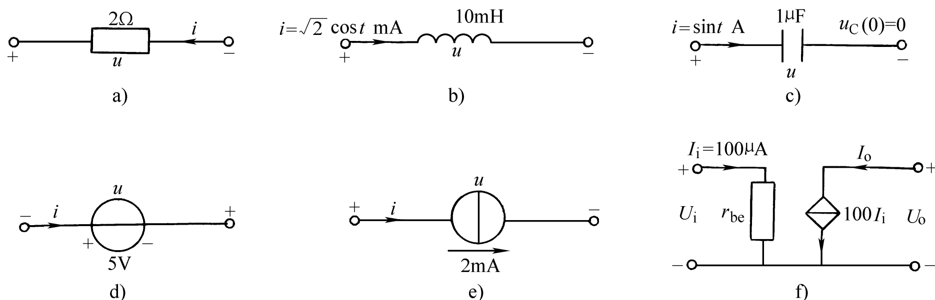


图 1-60　题 1-1 图

1-2　设电感 $L=1\mathrm{H}$，电流 i_L 的波形如图 1-61 所示。试写出电感两端电压 u_L 的表达式，并画出其波形图。

1-3　设电容 $C=0.5\mathrm{F}$，其两端电压 u_C 的波形如图 1-62 所示。试写出电容电流 i_C 的表达式，并画出其波形。

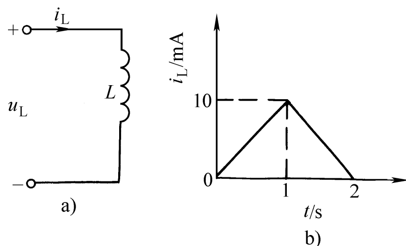


图 1-61　题 1-2 图

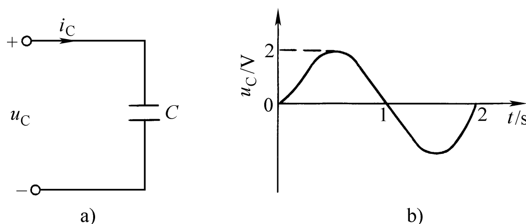


图 1-62　题 1-3 图

1-4　某电压源空载电压为 230V，内阻为 1Ω，满载时端电压下降 5%，求此时电源发出的电流。

1-5　求图 1-63 所示电路中的 U_s 和 I。

1-6　图 1-64 电路中 U_3 的参考方向已选定，若该电路的两个 KVL 方程为

$$U_1-U_2-U_3=0$$
$$-U_2-U_3+U_5-U_6=0$$
$$U_3+U_4-U_5=0$$

1）确定其余各电压的参考方向；

2）若 $U_2=10\mathrm{V}$、$U_3=5\mathrm{V}$、$U_6=-4\mathrm{V}$，试确定其余各电压。

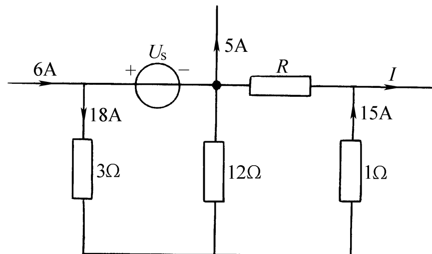


图 1-63　题 1-5 图

1-7　电路如图1-65所示，求U_x、I_x、U和I。

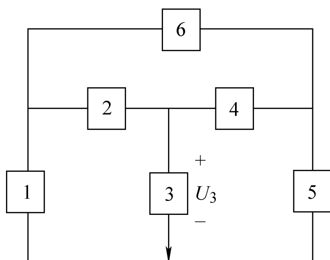


图1-64　题1-6图

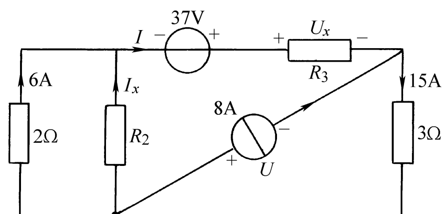


图1-65　题1-7图

1-8　在图1-66中，五个元件代表电源或负载。电流和电压的参考方向如图所示，由实验测得：$I_1=-4A$，$I_2=6A$，$I_3=10A$，$U_1=140V$，$U_2=90V$，$U_3=60V$，$U_4=-80V$，$U_5=30V$。1）判断哪些元件是电源？哪些元件是负载？2）计算各元件的功率并验证发出的功率和吸收的功率是否平衡？

1-9　求图1-67所示电路中的U和I。

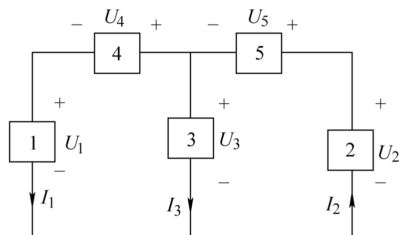


图1-66　题1-8图

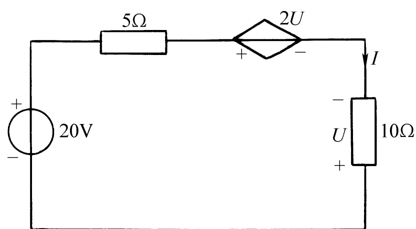


图1-67　题1-9图

1-10　求图1-68所示电路中受控源提供的电流及各元件的功率。

1-11　在图1-69所示电路中，已知$U_1=10V$，$E_1=4V$，$E_2=2V$，$R_1=4\Omega$，$R_2=2\Omega$，$R_3=5\Omega$，试求开路电压U_2。

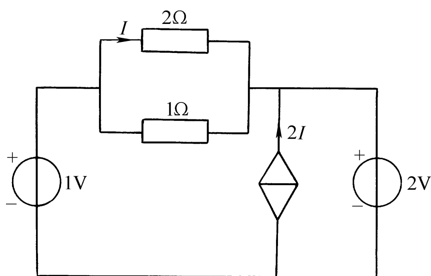


图1-68　题1-10图

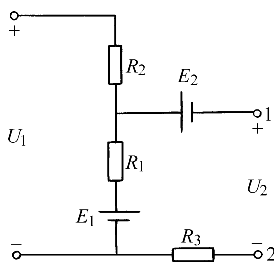


图1-69　题1-11图

1-12　求图1-70所示电路中A点的电位。

1-13　电路如图1-71所示，求开关S在断开和闭合两种情况下A点的电位。

1-14　求在图1-72所示电路中B点电位V_B及电阻R。

1-15　求1-73图示电路中A点电位。已知$R_1=10\Omega$，$R_2=5\Omega$，$R_3=20\Omega$。

1-16　求图1-74所示电路中A、B两点的电位。如果将A、B两点短接，电路的工作状态是否改变？

1-17　求图1-75所示电路中电阻R吸收的功率。

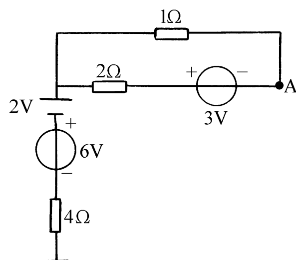


图1-70　题1-12图

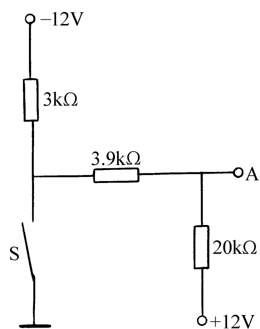


图 1-71　题 1-13 图

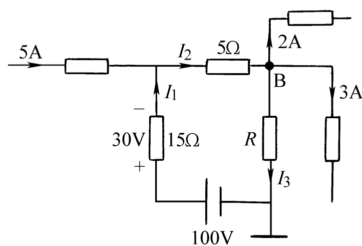


图 1-72　题 1-14 图

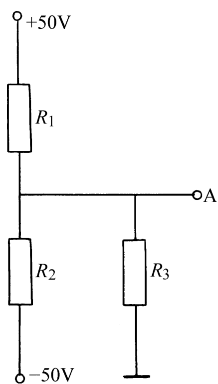


图 1-73　题 1-15 图

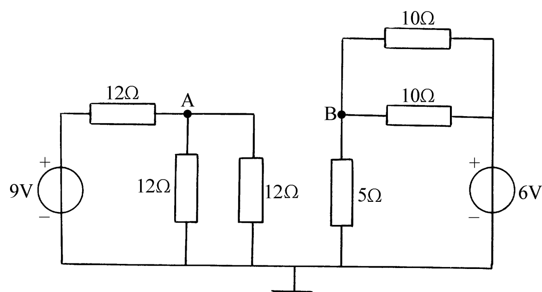


图 1-74　题 1-16 图

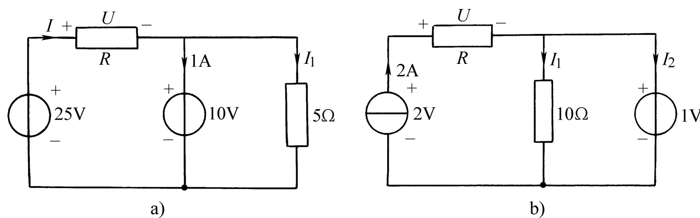


图 1-75　题 1-17 图

1-18　试用图解法计算图 1-76a 中非线性电阻元件 R 中的电流 I 及其两端电压 U。图 1-76b 是 R 的伏安特性曲线。

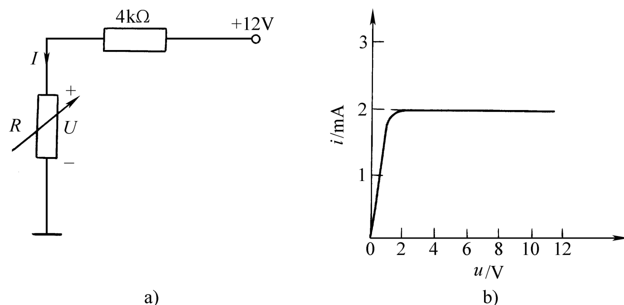


图 1-76　题 1-18 图

1-19　利用 EWB 仿真题 1-3，要求测量出电容电压和电流的有效值。

1-20　利用 EWB 仿真题 1-10，要求测出所有支路的电压和电流。

1-21　利用 EWB 仿真题 1-13。

第 2 章　电路分析方法

在电路分析中，常常利用“等效”的概念将多个元件组成的电路化简为只由少数几个元件甚至一个元件组成的电路，从而使问题得到简化。“等效”是指电路的端口伏安特性相同。不含独立电源的二端网络称为无源二端网络，不含受控源的无源二端网络可通过电阻串、并联或Y/△变换化简为简单的电路，含有受控源的无源二端网络可通过戴维南等效电路进行化简。含有独立电源的二端网络称为有源二端网络，有源二端网络可利用电源等效变换简化电路。本章首先阐述基于“等效”概念的电源等效变换法，然后介绍建立在 KCL 和 KVL 基础上的其他电路分析方法：支路电流法、节点电压法以及在线性电路和“等效”基础上的叠加定理、戴维南定理及诺顿定理。这些都是分析电路的基本方法，但在实际计算时，要根据电路的结构特点去分析与寻找计算的简便方法。

2.1　电源等效变换法

在含有多个电源（电压源或电流源）的复杂网络中，常常将电源进行合并，串、并联电阻等效为一个电阻，从而将复杂的网络简化。这种分析电路的方法称之为电源等效变换法。

由前面学到的知识可知，n 个电阻串联或并联可等效为一个电阻；n 个理想电压源串联可等效为一个理想电压源，其值为各个电压源值的代数和；n 个理想电流源并联可等效为一个理想电流源，其值为各个独立电流源值的代数和。在具体讲述电源等效变换电路分析方法之前，再介绍一个电路元件模型——实际电源，介绍它的两种外在表现形式及它们之间的等效变换。

2.1.1　实际电源的两种电路模型及等效变换

理想电压源的内阻恒等于零，理想电流源的内阻恒等于无穷。实际上，理想的电压源或理想的电流源是不存在的。对于电压源、总是存在着一个阻值较小的内阻；对于电流源，总是存在一个阻值较大的内阻。其电路模型如图 2-1 所示。

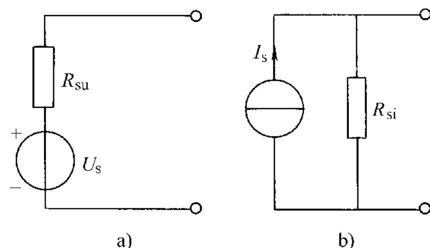


图 2-1　实际电源电路模型
a）实际电压源　b）实际电流源

既然实际电压源电路模型和实际电流源电路模型是实际电源的两种外在表现形式，那么这两种形式之间一定存在着等效变换。所谓的等效是指对同一个负载 R_L 而言，两种形式供电，负载 R_L 上的电压和流过 R_L 的电流应相等。对图 2-2，有下列等式：

$$I = I' \tag{2-1}$$

$$U = U' \tag{2-2}$$

由图 2-2 可知：

$$I = \frac{U_s - U}{R_{su}} \tag{2-3}$$

$$I' = I_s - \frac{U'}{R_{si}} \tag{2-4}$$

将式（2-3）和式（2-4）代入式（2-1）得

$$\frac{U_s}{R_{su}} - \frac{U}{R_{su}} = I_s - \frac{U'}{R_{si}} \tag{2-5}$$

由式（2-2）可知 $U = U'$，若令 $R_{su} = R_{si} = R_s$，则

$$I_s = \frac{U_s}{R_s} \tag{2-6}$$

由图 2-2a、b 和式（2-6）可以得出：实际的电压源可以转换成实际的电流源，电流源的电激流值等于电压源的电压值 U_s 除以内阻 R_{su}，方向对应关系为：高电位的方向对应电流源电激流的流出方向。同理，实际的电流源可以转换成实际的电压源，电压源的电压值等于实际电流源的电激流 I_s 乘以电流源的内阻 R_{si}，方向对应关系为：实际电流源电激流的流出方向对应电压源高电位的方向。

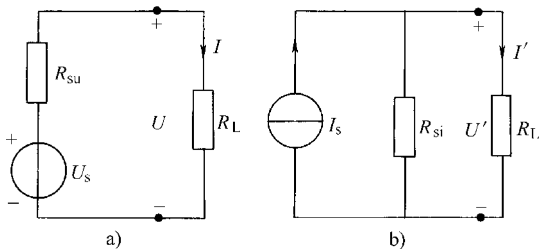


图 2-2　实际电源等效变换

利用电阻串、并联的等效变换、理想电压源或理想电流源的合并及实际电源的等效变换等，可将复杂网络化成简单的电路，从而简化了计算。下面重点介绍含电压源和电流源较多的网络化简方法——电源等效变换法。

2.1.2　电源等效变换法

利用上面提到的等效变换，可以对电路进行分析，为了能进一步化简电路，需补充以下几点。

1）与理想电压源并联的任何元件对外电路不起作用，等效变换时这些元件可以去掉。

2）与理想电流源串联的任何元件对外电路不起作用，等效变换时这些元件可以去掉。

3）理想电压源的内阻等于零，理想电流源的内阻等于无穷大，所以理想电压源和理想电流源之间不存在等效变换。

4）实际的电压源和实际的电流源之间存在着等效变换。这种变换只对端钮的伏安关系是等效的，即不改变端口电压 U 和端口电流 I 的数值；但是，对于电源内部，两组电路组合是不等效的。

例 2-1　求图 2-3 电路中的等效电路。

解　对于图 2-3a，5V 电压源与 1Ω 电阻并联，1Ω 电阻去掉，可等效成 5V 电压源；电路变换如图 2-4 所示。

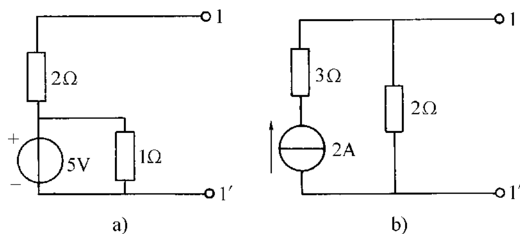


图 2-3　例 2-1 图

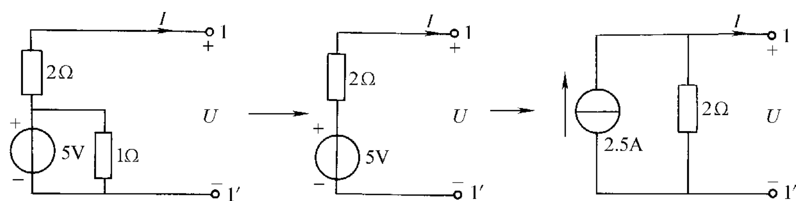


图 2-4　图 2-3a 的解

对于图 2-3b，2A 电流源与 3Ω 电阻串联，3Ω 电阻去掉，可等效成 2A 电流源，电路变换如图 2-5 所示。

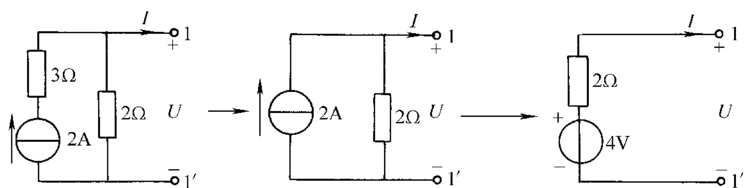


图 2-5　图 2-3b 的解

例 2-2　用电源等效变换求电流 I。

解　由图 2-6 可知，6V 电压源和 1Ω 并联，1Ω 去掉。6A 电流源和 12V 电压源串联，12V 电压源去掉。然后进行实际电压源和实际电流源的等效变换。电路的具体变换过程和结果如图 2-7 所示，故

$$I = \frac{9-4}{1+2+7}\text{A} = 0.5\text{A}$$

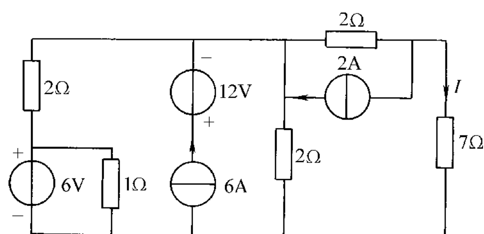


图 2-6　例 2-2 图

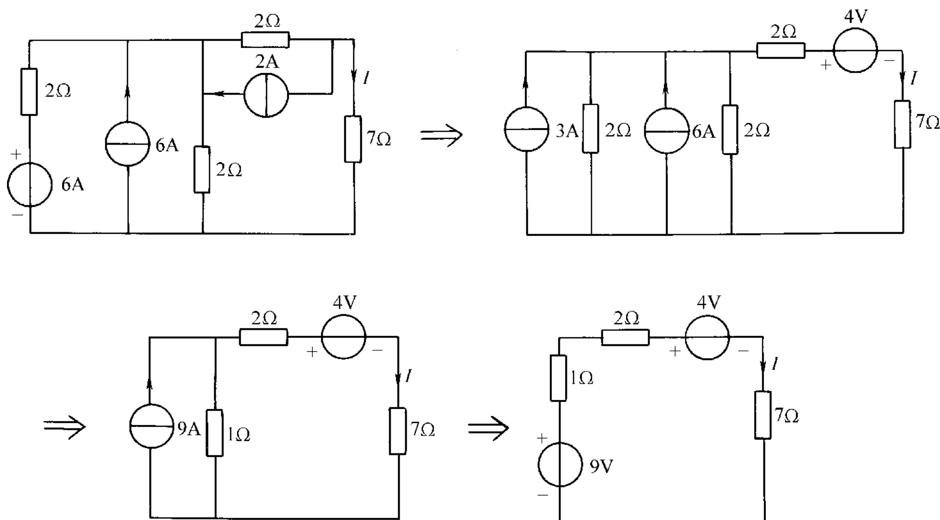


图 2-7　例 2-2 解

练习与思考

2-1-1　理想电压源和理想电流源之间是否存在着等效变换？为什么？

2-1-2　实际电压源转换成实际电流源时，电压源的电压值和电流源的电激流值有怎样的关系？电压源的极性如何？

2-1-3　求图 2-8 电路的等效电路。

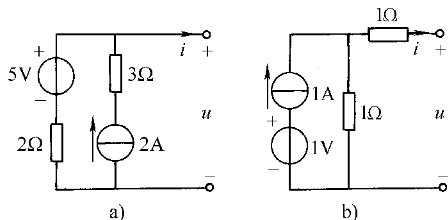


图 2-8　练习与思考 2-1-3 图

2.2　支路电流法

支路电流法是以支路电流为电路变量，应用 KCL 和 KVL，列出与支路电流数相等的独立方程，从而解得支路电流。

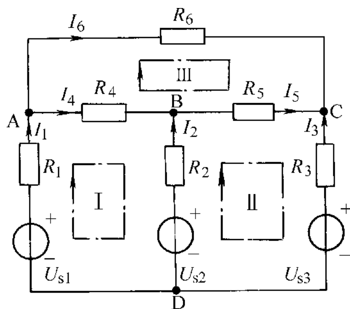


图 2-9　支路电流法电路图

设图 2-9 电路中各电阻和恒压源的参数已知，求各支路电流。由图可知，电路的支路数 $b=6$，节点数 $n=4$，回路数 $l=7$，网孔数 $m=3$，显然，对于一个有 6 条支路的电路来说，需列出 6 个方程才能求解。以支路电流 I_1、I_2、I_3、I_4、I_5、I_6 为电路变量，它们的参考方向如图 2-9 所示，根据 KCL，节点电流方程为

节点 A　$$I_1-I_4-I_6=0 \tag{2-7}$$

节点 B　$$I_2+I_4-I_5=0 \tag{2-8}$$

节点 C　$$I_3+I_5+I_6=0 \tag{2-9}$$

节点 D　$$-(I_1+I_2+I_3)=0 \tag{2-10}$$

仔细观察上述 4 个方程，发现式（2-7）、式（2-8）、式（2-9）相加的结果就是式（2-10），所以这 4 个方程线性相关，只有 3 个是独立的。这是因为在这些方程中，每个支路电流均作为一项出现两次，一次为“+”，另一次为“-”，而每条支路都是接在两个节点之间的，所以每个支路电流必然从其中的一个节点流出，而流入另一个节点，最终使 n（节点数）个方程之和出现了 $0=0$ 的形式，可见 n 个节点的电路只能提供（$n-1$）个独立的节点电流方程。通常称电路有 $N=n-1$ 个独立节点。

为了求解 b 个未知电流，还需应用 KVL 建立 $m=b-(n-1)$ 个独立方程式。图 2-9 还需列出 3 个方程。根据 KVL 定律,回路的电压方程为

回路Ⅰ　$$I_1R_1-I_2R_2+I_4R_4=U_{s1}-U_{s2} \tag{2-11}$$

回路Ⅱ　$$I_2R_2-I_3R_3+I_5R_5=U_{s2}-U_{s3} \tag{2-12}$$

回路Ⅲ　$$-I_4R_4-I_5R_5+I_6R_6=0 \tag{2-13}$$

上述3个方程是独立的，这是因为我们每选一个回路，使这个回路至少具有一条新支路（即该支路的电压源或电阻在已选取过的回路方程里未出现过），那么，按选取的先后次序来看后一个回路的方程必定具有前面回路方程所没有的电阻或电压源，因而它不能由前面那些回路方程导出。换句话说，用这样的方法所选取的回路，其回路方程一定是独立的。所以，可以用这种方法来选取独立回路，即每次选取的回路至少有一条新支路，并选足 m 个为止。另外，我们也可以按网孔列独立方程，一个网孔就是一个独立回路，网孔数就是独立回路数，按所有网孔列回路方程，就可以方便地得到 m 个独立的回路方程。

当然，并非所有回路的电压方程都是独立的，例如最外面回路的电压方程为

$$I_1R_1+I_6R_6-I_3R_3=U_{s1}-U_{s3} \tag{2-14}$$

式（2-14）是式（2-11）、式（2-12）、式（2-13）相加的结果。由图2-9可知，最外面回路所关联的支路或者与回路Ⅰ有关，或者与回路Ⅱ、回路Ⅲ有关，并不包含新的支路。这样，该回路电压方程可以通过其他回路电压方程进行加减运算得到，故式（2-14）不是独立方程。

总之，对于 b 条支路，n 个节点的电路，应用KCL可以列出（$n-1$）个独立的节点电流方程，应用KVL可以列出 $m=b-(n-1)$ 个独立回路方程。独立方程的数目总共为 $(n-1)+[b-(n-1)]=b$ 个，正好是未知支路电流的数目。故当网络中所有电源及其他元件的参数均已给定时，应用KCL和KVL恰好列出 b 个独立方程，从而解得 b 个未知的支路电流。

综上所述，用支路电流法进行网络分析求其支路电流时，可以按以下步骤进行：

1）选定各支路电流的参考方向。

2）根据网络的节点数 n，任选 $n-1$ 个节点，应用KCL列（$n-1$）个节点电流方程。

3）选取独立回路，独立回路数应为 $m=b-(n-1)$个，并规定回路的绕行方向，然后根据所选定的独立回路应用KVL列回路方程。

4）联立节点电流方程和回路电压方程组成线性方程组，从而解出 b 条支路电流。

例2-3 用支路电流法求图2-10中各支路电流。

解 首先规定各支路电流的参考方向及回路方向。在本例题中，支路电流方向已经给定只规定回路方向即可。回路方向如图2-10所示。应用KCL及KVL列方程如下：

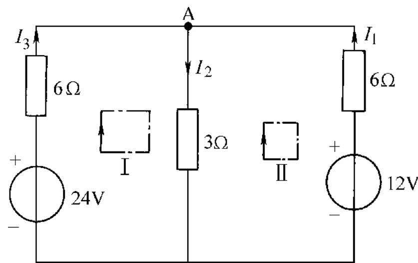


图2-10 例2-3图

节点A $$I_1+I_3=I_2 \tag{2-15}$$

回路Ⅰ $$3I_2+6I_3=24\text{V} \tag{2-16}$$

回路Ⅱ $$-3I_2-6I_1=-12\text{V} \tag{2-17}$$

联立求解由式（2-15）~式（2-17）组成的3元线性方程组。由式（2-16）和式（2-17）得

$$I_3=\frac{8\text{V}-1\Omega\times I_2}{2} \tag{2-18}$$

$$I_1=\frac{4\text{V}-1\Omega\times I_2}{2} \tag{2-19}$$

将式（2-18）和式（2-19）代入式（2-15）解得

$$I_2 = 3\text{A}$$

将 $I_2 = 3\text{A}$ 代入式（2-18）和式（2-19）分别得

$$I_3 = 2.5\text{A}$$

$$I_1 = 0.5\text{A}$$

例 2-4　用支路电流法求图 2-11 中各支路电流。已知：$U_{s1} = 48\text{V}$，$U_{s2} = 8\text{V}$，$R_1 = R_2 = 8\Omega$，$R_3 = 6\Omega$，$R_4 = 12\Omega$，$R_5 = 8\Omega$。

解　首先规定回路方向，然后利用 KCL 和 KVL 列方程（数值方程，下同）如下：

节点 A　$I_6 - I_1 - I_3 = 0$　（2-20）

节点 B　$I_1 - I_2 - I_5 = 0$　（2-21）

节点 D　$I_3 + I_5 - I_4 = 0$　（2-22）

回路Ⅰ　$8I_1 + 8I_5 - 6I_3 = -8$　（2-23）

回路Ⅱ　$8I_5 + 12I_4 - 8I_2 = -8$　（2-24）

回路Ⅲ　$6I_3 + 12I_4 = 48$　（2-25）

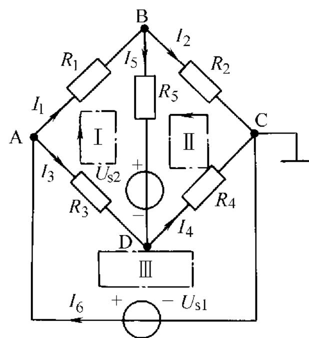


图 2-11　例 2-4 图

联立求解由式（2-20）~式（2-25）组成的 6 元线性方程组。由式（2-20）和式（2-21）分别得

$$I_6 = I_1 + I_3 \tag{2-26}$$

$$I_5 = I_1 - I_2 \tag{2-27}$$

将式（2-27）代入式（2-22）得

$$I_4 = I_1 + I_3 - I_2 \tag{2-28}$$

将式（2-26）~式（2-28）代入式（2-23）~式（2-25），并整理得

$$16I_1 - 8I_2 - 6I_3 = -8$$

$$20I_1 - 28I_2 + 12I_3 = -8$$

$$12I_1 - 12I_2 + 18I_3 = 48$$

用行列式或代入法求解上列 3 元线性方程组得

$$I_1 = 2.5\text{A}$$

$$I_2 = 3.5\text{A}$$

$$I_3 = 3.33\text{A}$$

将 I_1、I_2、I_3 代入式（2-26）~式（2-28）得

$$I_4 = 2.33\text{A}$$

$$I_5 = -1\text{A}$$

$$I_6 = 5.83\text{A}$$

若电路中含有受控电压源，那么除列（$n-1$）个节点电流方程和 $m = b - (n-1)$ 个电压方程外，还需将受控电压源的控制量用支路电流表示，暂时将受控电源视为独立电源，消除中间变量。

练习与思考

2-2-1　某电路有 3 个节点和 5 条支路，采用支路电流法求解各支路电流时，应列出 KCL 方程数和 KVL 方程数分别为多少？两者的和应为多少？

2-2-2　图2-12电路中，欲用支路电流法求解流过电阻 R_P 的电流 I_P，需列出独立电流方程和电压方程数分别为多少？

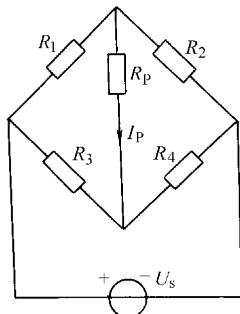


图2-12　练习与思考2-2-2图

2-2-3　含有受控源的电路应如何列写支路电流法的电路方程？

2.3　节点电压法

前面讲述的支路电流法是选用网络的电流变量建立电路方程的分析方法。本节主要讨论选用网络电压变量的分析方法。节点电压法是指以节点电压为电路的独立变量，应用KCL（对具有电流源的电阻电路，即为 $\Sigma G_K U_K = \Sigma I_{sK}$），列出与节点电压数相等的独立方程，从而解得节点电压和支路电流。

电路中，任意选择某节点为参考节点，其他节点与参考节点间的电压便是节点电压。节点电压的参考极性均是指向参考节点的，即以参考节点处为“－”极性。

图2-13所示电路，其节点数为3，设以节点“0”为参考节点（通常用接地符号⊥表示），节点“1”、“2”对“0”节点的电压就是它们的节点电压 U_{10} 和 U_{20}。这样，支路1、2（即电阻 R_1 和 R_2）上的电压就是 U_{10}，支路5、6（即电阻 R_5 和 R_6）上的电压就是 U_{20}，支路3、4（即电阻 R_3 和 R_4、U_s 串联）上的电压为相应的“1”、“2”节点的电位差，即

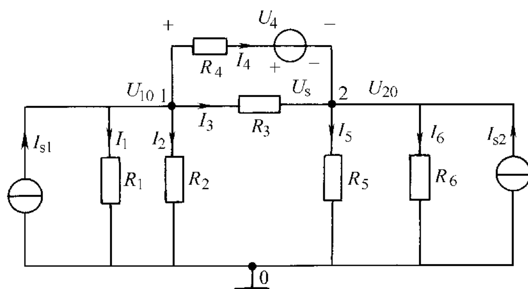


图2-13　节点电压法电路图

$$\left.\begin{aligned} U_{R1} &= U_{R2} = U_{10} \\ U_{R5} &= U_{R6} = U_{20} \\ U_{R3} &= U_4 = U_{10} - U_{20} \end{aligned}\right\} \tag{2-29}$$

所以只要求出网络的节点电压，那么其余变量（例如支路电压和电流）就随之求出来了。

节点电压是网络的一组独立变量，为列出节点电压方程，我们需对节点“1”和“2”应用KCL列电流方程，即

$$\left.\begin{aligned} &\text{节点 1} \qquad I_{s1} - I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0 \\ &\text{节点 2} \qquad I_3 + I_4 + I_{s2} - I_5 - I_6 = 0 \end{aligned}\right\} \tag{2-30}$$

应用欧姆定律和式（2-29），式（2-30）可用节点电压表示为

$$\left.\begin{aligned} I_{s1}-\frac{U_{10}}{R_1}-\frac{U_{10}}{R_2}-\frac{U_{10}-U_{20}}{R_3}-\frac{U_{10}-U_{20}-U_s}{R_4}=0 \\ \frac{U_{10}-U_{20}}{R_3}+\frac{U_{10}-U_{20}-U_s}{R_4}+I_{s2}-\frac{U_{20}}{R_5}-\frac{U_{20}}{R_6}=0 \end{aligned}\right\} \tag{2-31}$$

移项、整理后得

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)U_{10}-\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)U_{20}=I_{s1}+\frac{U_s}{R_4} \\ -\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)U_{10}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)U_{20}=I_{s2}-\frac{U_s}{R_4} \end{aligned}\right\} \tag{2-32}$$

用各支路电导来表示，可得

$$\left.\begin{aligned} (G_1+G_2+G_3+G_4)U_{10}-(G_3+G_4)U_{20}=I_{s1}+G_4U_s \\ -(G_3+G_4)U_{10}+(G_3+G_4+G_5+G_6)U_{20}=I_{s2}-G_4U_s \end{aligned}\right\} \tag{2-33}$$

电导 G 定义为电阻的倒数，即 $G=1/R$，单位是西门子（S）。

为归纳出更一般的节点电压方程，可令 $G_{11}=G_1+G_2+G_3+G_4$，$G_{22}=G_3+G_4+G_5+G_6$，分别为节点“1”、“2”的自电导，简称自导。自导总是正的，它等于与该节点都关联的所有支路电导之和；令 $G_{12}=G_{21}=-(G_3+G_4)$，为节点“1”和“2”的互导，互导总是负的，它等于连接于两节点间支路电导的负值。方程右端写成 I_{s11} 和 I_{s22}，分别表示流入节点的电流源的代数和，其中流入节点的电激流取“+”，流出节点的电激流取“-”。流入节点的电流源还应包括电压源和电阻串联组合经等效变换形成的电流源。上述两个独立的节点电压方程可写成

$$\begin{aligned} G_{11}U_{10}+G_{12}U_{20}=I_{s11} \\ G_{21}U_{10}+G_{22}U_{20}=I_{s22} \end{aligned} \tag{2-34}$$

由式（2-34）不难推导到具有（$n-1$）个独立节点的电路，有如下一般表达式：

$$\left.\begin{aligned} G_{11}U_{10}+G_{12}U_{20}+G_{13}U_{30}+\cdots+G_{1(n-1)}U_{(n-1)0}=I_{s11} \\ G_{21}U_{10}+G_{22}U_{20}+G_{23}U_{30}+\cdots+G_{2(n-1)}U_{(n-1)0}=I_{s22} \\ \vdots \\ G_{(n-1)1}U_{10}+G_{(n-1)2}U_{20}+G_{(n-1)3}U_{30}+\cdots+G_{(n-1)(n-1)}U_{(n-1)0}=I_{s(n-1)(n-1)} \end{aligned}\right\} \tag{2-35}$$

求得各节点电压后，可以根据元件伏安特性求出各支路电流。

对于有 N 个独立节点的一般网络，定义节点电导矩阵 G 为

$$\boldsymbol{G}=\begin{pmatrix} G_1 & -G_{12} & \cdots & -G_{1n} \\ -G_{21} & G_{22} & \cdots & -G_{2n} \\ & & \cdots & \\ -G_{n1} & -G_{n2} & \cdots & G_{nn} \end{pmatrix} \tag{2-36}$$

节点电压的列向量 $\boldsymbol{U}_N$ 为

$$\boldsymbol{U}_N=\begin{pmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ \vdots \\ U_{n0} \end{pmatrix} \tag{2-37}$$

节点电激流列向量 $\boldsymbol{I}_s$ 为

$$\boldsymbol{I}_s = \begin{pmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ \vdots \\ I_{sn} \end{pmatrix} \tag{2-38}$$

那么网络节点电流方程的一般（矩阵）形式可以写成

$$\boldsymbol{GU}_N = \boldsymbol{I}_s \tag{2-39}$$

综上所述，利用节点电压法进行网络分析时，可按以下步骤进行：

1）先标定各支路电压或支路电流的参考方向。

2）指定参考节点，其余节点与参考节点间的电压就是节点电压。

3）列节点电压方程，确定节点电导矩阵中的自电导，互电导和节点电激流向量中各节点电激流。自电导为“+”，互电导为“-”。流入节点的电激流为“+”，流出的为“-”。

4）从节点电压方程中解出各节点电压，并由节点电压计算各支路电压和各支路电流。

例 2-5 用节点电压法求图 2-14 所示电路的各节点电压和支路电流。

解 1）标定各支路电压或支路电流的参考方向。

由图 2-14 可知，待求的支路电流已标出。

2）指定参考节点，标出节点电压。

令节点3为参考节点，则节点1、2相对于参考节点的电压为 U_{10}、U_{20}。

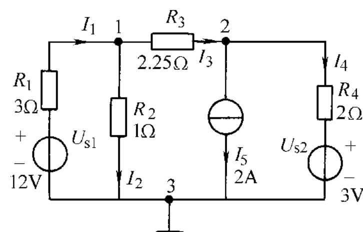


图 2-14 例 2-5 图

3）列节点电压方程

$$G_{11}U_{10} + G_{12}U_{20} = I_{s11}$$
$$G_{21}U_{10} + G_{22}U_{20} = I_{s22}$$

代入具体值得

$$\left(\frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{2.25}\right)U_{10} - \frac{1}{2.25}U_{20} = \frac{12}{3}$$
$$-\frac{1}{2.25}U_{10} + \left(\frac{1}{2.25} + \frac{1}{2}\right)U_{20} = -2 + \frac{3}{2}$$

解方程得

$$U_{10} = 2.4\text{V}$$
$$U_{20} = 0.6\text{V}$$

由 U_{10}、U_{20} 的值可得

$$I_1 = \frac{U_{s1} - U_{10}}{R_1} = \frac{12 - 2.4}{3}\text{A} = 3.2\text{A}$$
$$I_2 = \frac{U_{10}}{R_2} = \frac{2.4}{1}\text{A} = 2.4\text{A}$$
$$I_3 = \frac{U_{10} - U_{20}}{R_3} = \frac{2.4 - 0.6}{2.25}\text{A} = 0.8\text{A}$$

$$I_4=\frac{U_{20}-U_{s2}}{R_4}=\frac{0.6-3}{2}\text{A}=-1.2\text{A}$$

例 2-6　电路如图 2-15 所示，试用节点电压法求各节点的电压。

解　选关联支路多的节点作为参考节点。参考节点如图 2-15 所示，标注其他节点编号及各支路电流的参考方向。图示电路独立节点 $N=4-1=3$，利用 KCL 列节点电压方程

$$G_{11}U_{10}+G_{12}U_{20}+G_{13}U_{30}=I_{s11}$$
$$G_{21}U_{10}+G_{22}U_{20}+G_{23}U_{30}=I_{s22}$$
$$G_{31}U_{10}+G_{32}U_{20}+G_{33}U_{30}=I_{s33}$$

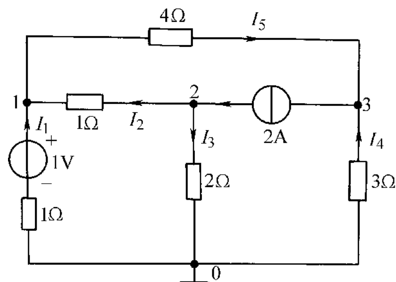


图 2-15　例 2-6 图

代入具体值得

$$\left(1+1+\frac{1}{4}\right)U_{10}-U_{20}-\frac{1}{4}U_{30}=1$$

$$-U_{10}+\left(1+\frac{1}{2}\right)U_{20}=2$$

$$-\frac{1}{4}U_{10}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)U_{30}=-2$$

整理上式得

$$\frac{9}{4}U_{10}-U_{20}-\frac{1}{4}U_{30}=1$$

$$-U_{10}+\frac{3}{2}U_{20}=2$$

$$-\frac{1}{4}U_{10}+\frac{7}{12}U_{30}=-2$$

解方程得

$$U_{10}=1\text{V}$$
$$U_{20}=2\text{V}$$
$$U_{30}=-3\text{V}$$

求出节点电压后，便可求各支路电流的数值方程（单位均为 A）为

$$I_1=\frac{U_{10}-U_s}{1}=\frac{1-1}{1}=0$$

$$I_2=\frac{U_{20}-U_{10}}{1}=\frac{2-1}{1}=1$$

$$I_3=\frac{U_{20}}{2}=\frac{2}{2}=1$$

$$I_4=\frac{-U_{30}}{3}=\frac{3}{3}=1$$

$$I_5=\frac{U_{10}-U_{30}}{4}=\frac{1-(-3)}{4}=1$$

例 2-7　求图 2-16 中各支路电流。

解　首先选参考节点，标明支路电流的参考方向。该网络的独立节点数 $N=n-1=2-1$。利用KCL列方程

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)U_{10}=\frac{U_{s1}}{R_1}+\frac{U_{s2}}{R_2}$$

则
$$U_{10}=\frac{U_{s1}/R_1+U_{s2}/R_2}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}}=\frac{12/100+8/50}{1/100+1/50+1/100}\text{V}=7\text{V}$$

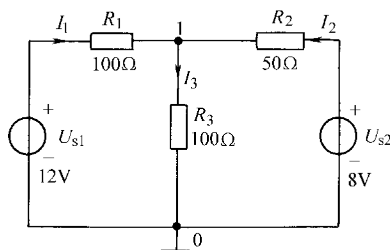


图2-16　例2-7图

各支路电流为

$$I_1=\frac{U_{s1}-U_{10}}{R_1}=\frac{12-7}{100}\text{A}=0.05\text{A}$$

$$I_2=\frac{U_{s2}-U_{10}}{R_2}=\frac{8-7}{50}\text{A}=0.02\text{A}$$

$$I_3=\frac{U_{10}}{R_3}=\frac{7}{100}\text{A}=0.07\text{A}$$

从上面的例题可知，只有两个节点而由多条支路并联组成的电路，在求各支路中响应时可以先求出这两个节点间的电压，而后再求各支路电流。对只有两个节点的电路，弥尔曼定理给出了直接求解节点电压的公式。

弥尔曼定理可表述为：在仅有两个节点的电路中，两节点间的电压等于流入节点电激流的代数和与并在两节点间所有电导之和的比值，即 $U_{10}=\Sigma I_s/(\Sigma G)$ 并规定流入所选定的参考高电位端的电激流为正。

如果电路中具有某些电压源支路，这些电压源没有电阻与之串联，则可以采用下述方法处理。

把电压源的电流作为变量。每引入一个这样的变量，同时也增加一个节点电压与电压源电压间的约束关系，把这些约束关系与节点电压方程合并成一组联立方程，其方程数将与变量数相同。例如图2-17电路中，设电压源 U_{s1} 的电流为 I_U，电路的节点电压方程为

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)U_{10}-I_U-\frac{1}{R_2}U_{20}=-I_{s2}$$

$$-\frac{1}{R_2}U_{10}+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)U_{20}=I_{s2}$$

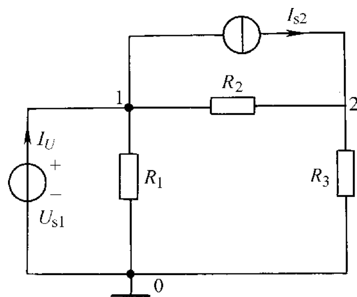


图2-17　含有电压源支路的节点电压法电路

再增加一个约束关系式，即 $U_{10}=U_{s1}$。由上面3个方程，可联立解得节点电压 U_{10}、U_{20} 以及电流 I_U。

如果电路中还有受控电压源，则首先把控制量用节点电压表示，暂时将受控电压源看作是独立的电压源，按上述方法列相关方程即可。

2.4　叠加定理

叠加定理是线性电路的一个重要定理，它反映了线性电路的两个基本性质，即叠加性和

比例性。

图 2-18a 电路中，当支路电流的参考方向如图所示时，根据 KVL 和 KCL 列出的求解各支路电流方程组为

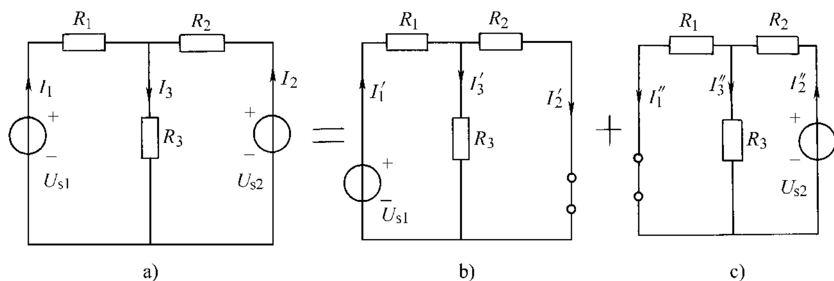


图 2-18　叠加定理电路图

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$
$$R_1 I_1 + R_3 I_3 = U_{s1}$$
$$R_2 I_2 + R_3 I_3 = U_{s2}$$

解得支路电流 I_1 为

$$I_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}U_{s1} - \frac{R_3 U_{s2}}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} = I_1' - I_1''$$

上式中 I_1'是电压源 U_{s1}单独激励时支路 1 的电流，见图 2-18b，I_1''是电压源 U_{s2}单独激励时支路 1 的电流，见图 2-18c，因为 I_1'和 I_1''分别和 I_1 的参考方向相同和相反，所以 $I_1 = I_1' - I_1''$。同理求得 $I_2 = I_2'' - I_2'$，$I_3 = I_3' + I_3''$。

综上所述，可得如下结论：在线性电路中，任一支路电流（或电压）都是电路中各个电压源单独作用时在该支路中产生的电流（或电压）之和，线性电路的这一性质称为叠加定理。

在某一独立电源单独激励时，对其余不激励电源的处理是：恒压源用短路来代替，恒流源用开路来代替。

叠加定理在线性电路分析中起着重要作用，它是分析线性电路的基础。线性电路的许多定理可以从叠加定理导出。

使用叠加定理时，应注意下列几点：

1）叠加定理只能用来计算线性电路的电流和电压。对非线性电路，叠加定理不适用。

2）叠加定理在叠加时要注意电流和电压的参考方向，求和时要注意各个电流和电压的正负。

3）叠加时，对不作用电源的处理是，电压源用短路替代，电流源用开路替代。

4）由于功率不是电压或电流的一次函数，所以不能用叠加定理来计算。

例 2-8　用叠加定理求图 2-19a 中的 U_{ab}。

解　先把图 2-19a 分解成图 b 和图 c 所示的电源单独作用的电路，然后按下列步骤进行计算：

1）当电压源单独作用时（见图 2-19b）

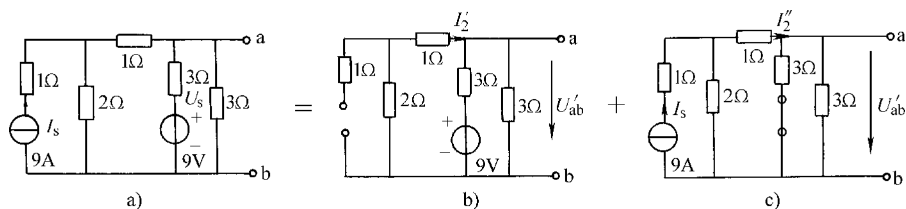


图 2-19 例 2-8 图

$$U'_{ab}=\left[\frac{\frac{(1+2)\times 3}{(1+2)+3}}{3+\frac{(1+2)\times 3}{(1+2)+3}}\times 9\right]\text{V}=\left(\frac{1.5}{3+1.5}\times 9\right)\text{V}=3\text{V}$$

2）当电流源单独作用时（见图 2-19c）

$$I''_2=\frac{2}{2+1+\frac{3\times 3}{3+3}}I_s=\left(\frac{2}{4.5}\times 9\right)\text{A}=4\text{A}$$

$$U''_{ab}=\frac{3\times 3}{3+3}\Omega I''_2=(1.5\times 4)\text{V}=6\text{V}$$

3）当两个电源共同作用时

$$U_{ab}=U'_{ab}+U''_{ab}=(3+6)\text{V}=9\text{V}$$

如果电路中还有线性受控源，那么这些受控源的作用将反映在自阻、互阻或自导互导中，因此任一支路电流（或电压）仍可按独立电源作用产生的电流（或电压）叠加计算，不过不允许把受控源像独立电源那样用开路或短路替代，而应当把它们保留在电路中。

例 2-9 电路如图 2-20a 所示，试用叠加定理求电流源两端的电压 U_3。

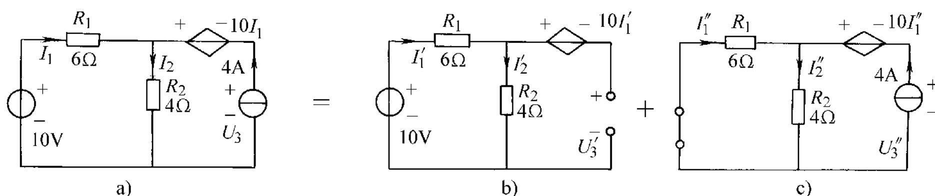


图 2-20 例 2-9 图

解 首先将图 2-20a 分解成图 b 和图 c 的形式，然后分别计算，注意，这里保留了电路中的 CCVS。

1）当电压源单独作用时（见图 2-20b）

$$I'_1=I'_2=\frac{10}{6+4}\text{A}=1\text{A}$$

$$U'_3=-10I'_1+4I'_2$$

解得

$$U'_3=(-10+4)\text{V}=-6\text{V}$$

2）当电流源单独作用时（见图 2-20c）

$$I''_1=-\left(\frac{4}{6+4}\times 4\right)\text{A}=-1.6\text{A}$$

$$I_2'' = \left(\frac{6}{6+4} \times 4\right)\text{A} = 2.4\text{A}$$

$$U_3'' = -10I_1'' + 4I_2''$$

解得

$$U_3'' = (16 + 9.6)\text{V} = 25.6\text{V}$$

3）电压源和电流源共同作用时

$$U_3 = U_3' + U_3'' = (-6 + 25.6)\text{V} = 19.6\text{V}$$

另外，在线性电路中，当所有激励（电压源和电流源）都增大 k 倍或缩小为 $1/k$ 时，响应（电流和电压）也将同样增大 k 倍或缩小为 $1/k$，这个定理称之为齐次定理。学过叠加定理后，此定理不难推出。

练习与思考

2-4-1　叠加定理适用哪一类电路？

2-4-2　如果激励源是一个非正弦的周期信号，此电路的分析是否能用叠加定理？

2-4-3　在计算线性电阻电路的电压和电流时，可用叠加定理。在计算线性电阻电路的功率时，是否可以用叠加定理？

2-4-4　在计算非线性电阻电路的电压和电流时，是否可以用叠加定理？

*2.5　替代定理

替代定理可以叙述如下：给定任意一个电路，其中第 k 条支路的电压 u_k 和电流 i_k 已知，那么这条支路就可以用一个具有电压等于 U_k 的独立电压源，或者用一个具有电流等于 I_k 的独立电流源来替代，替代后电路中全部电压和电流均保持原值。

图 2-21 中 3 个电路的结构是相同的，它们的区别只是支路 3 的元件分别是电阻、恒流源和恒压源。

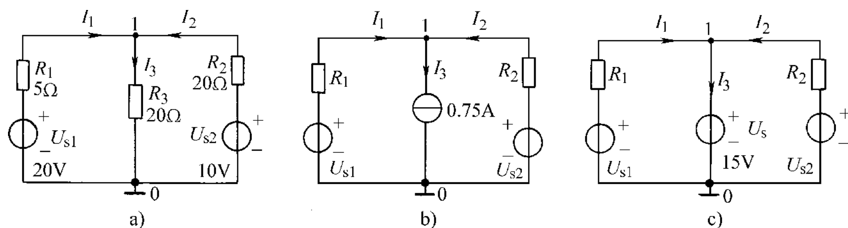


图 2-21　替代定理电路图

图 2-21a 电路的节点电流方程为

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)U_{10} = \frac{U_{s1}}{R_1} + \frac{U_{s2}}{R_2}$$

代入电路参数得

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20}\right)U_{10} = \frac{20}{5} + \frac{10}{20}$$

解得

$$U_{10} = 15\text{V}$$

图 2-21a 各支路电流为

$$I_1=\frac{U_{s1}-U_{10}}{R_1}=\frac{20-15}{5}\text{A}=1\text{A}$$

$$I_2=\frac{U_{s2}-U_{10}}{R_2}=\frac{10-15}{20}\text{A}=-0.25\text{A}$$

$$I_3=\frac{U_{10}}{R_3}=\frac{15}{20}\text{A}=0.75\text{A}$$

用一个大小和方向都等于流过原电阻 R_3 电流的恒流源替代电阻 R_3，即 $I_s=I_3=0.75\text{A}$，得到图2-21b 电路，其节点电流方程为

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)U_{10}=\frac{U_{s1}}{R_1}+\frac{U_{s2}}{R_2}-I_s$$

代入参数

$$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{20}\right)U_{10}=\frac{20}{5}+\frac{10}{20}-0.75$$

解得 $U_{10}=15\text{V}$。图2-21b 电路各支路电流同图2-21a 一致。

同理，如果用一个大小和方向都等于原电阻 R_3 上电压的恒压源代替 R_3，即 $U_s=U_{10}=15\text{V}$，解得各支路的电流仍然和图2-21a 一致。

用替代定理，可简化电路计算，由替代定理可得出以下推论：

网络的等位点可用导线短接；电流为零的支路可移去。

2.6 戴维南定理和诺顿定理

戴维南定理和诺顿定理是电路分析的又一种重要分析方法。尤其分析网络中的一条支路的响应时，往往利用此分析方法。

如图2-22a 所示，若想求得流过电阻 R_4 的电流 i_4，可作如下处理：首先将这条支路划出，而后把其余部分看作一个有源二端网络。图2-22a 点画线框住的部分，可用一个标有“N”的框代替，等效为如图2-22b 所示的电路。这个有源的二端网络“N”可以用一个电压源 u_{oc}和一个电阻 R_0 的串联来表示，也可以用一个独立的电流源 i_{sc}和一个电阻 R_0 的并联来表示。前者即为戴维南定理，后者即为诺顿定理。

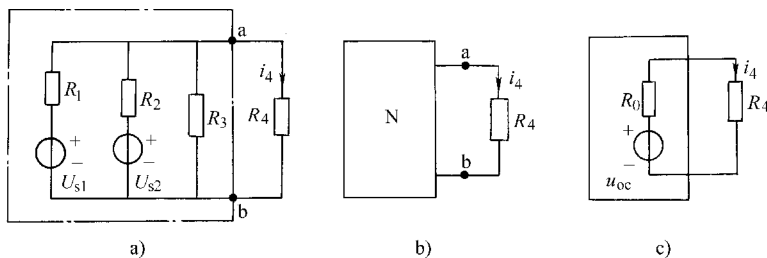


图2-22 戴维南方法电路

2.6.1 戴维南定理

戴维南定理可表述为：任何一个线性含源的二端网络，对外电路来说，可以用一条含源

支路来等效替代，该含源支路的电压源的电压等于二端网络的开路电压 u_{oc}，其电阻等于含源二端网络化成无源网络后的入端电阻 R_0。

前面提到的二端网络，就是指具有两个出线端的部分电路，有源二端网络是指二端网络中含有电源，无源二端网络中不含独立电源。

应用戴维南定理的关键在于正确理解和求出含源二端网络的开路电压 u_{oc} 和入端电阻 R_0。

图 2-22b 表示的是一个含源的二端网络及其外电路，求得开路电压 u_{oc} 的方法就是求出 R_4 断开后 a、b 间的电压。入端电阻 R_0 的求法是将二端网络内部所有电压源的电压都置零（即电压源处用短路替代），所有网络内部电流源的电流都置零（即电流源处用开路代替），然后从无端二端网络 a、b 看进去的总电阻，如图 2-22c 所示。

例 2-10　用戴维南定理求图 2-23 电路中的 U_{AB}。

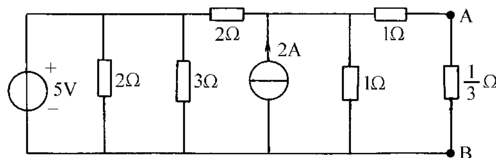


图 2-23　例 2-10 图

解　第一步　求开路电压 U_{oc}。首先将$\frac{1}{3}\Omega$电阻断开如图 2-24a 所示，将电路化简为图 2-24b 所示，则 A、B 之间的开路电压为

$$U_{oc}=[(2.5+2)\times 2//1]\text{V}=3\text{V}$$

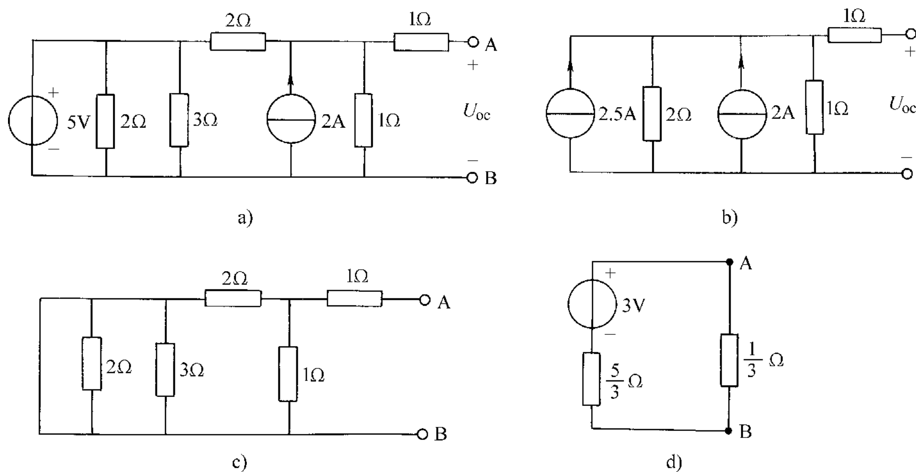


图 2-24　例 2-10 的戴维南电路图

第二步　求入端电阻 R_0

如图 2-24c 所示，将独立的电压源用短路线代替，独立电流源用断路代替，则 A、B 之间的等效电阻为

$$R_0=(1+1//2)\Omega=\frac{5}{3}\Omega$$

第三步　求 U_{AB}。

求出二端网络的 U_{oc} 和 R_0 后，其戴维南等效电路如图 2-24d 所示，则利用分压定律求出 U_{AB} 为

$$U_{AB}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{3}+\frac{1}{3}}\times 3V=0.5V$$

例 2-11 图 2-25a 是一电桥电路。已知电路中各元件的参数，应用戴维南定理求 I_P 的表达式及电桥平衡条件。

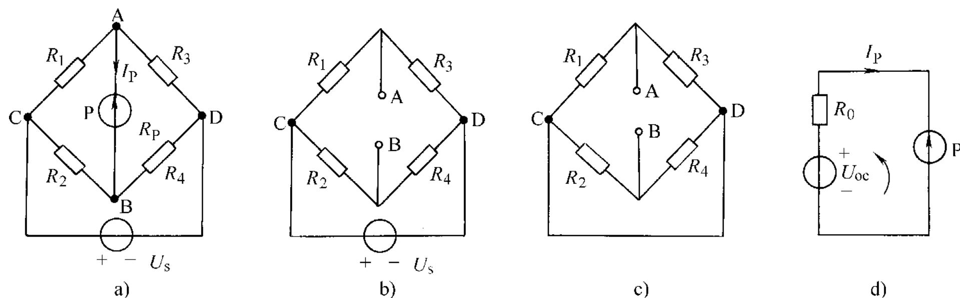


图 2-25　例 2-11 图

解　电桥是一种用来测量电阻等参数的精密仪器，如图 2-25a 电桥的 4 个臂是由电阻 R_1、R_2、R_3、R_4 组成。联接电源的 CD 端称为电源端，接入检流计的 AB 端称为电桥的输出端，R_P 是检流计的电阻。电桥平衡是指流过检流计的电流 $I_P=0$ 时的工作状态。

第一步，求开路电压 U_{oc}。

首先将 R 支路断开如图 2-25b 所示，则 $U_{AB}=U_{oc}$。

$$\begin{aligned}U_{oc}=U_{AB}&=U_{AD}-U_{BD}\\&=\frac{R_3}{R_1+R_3}U_s-\frac{R_4}{R_2+R_4}U_s\\&=\left(\frac{R_3}{R_1+R_3}-\frac{R_4}{R_2+R_4}\right)U_s\end{aligned}$$

第二步，求入端电阻 R_0。

如图 2-25c 电路所示，将独立电源置零，即用短接线来代替后 A、B 之间的等效电阻 R_0 为

$$\begin{aligned}R_0&=R_1//R_3+R_2//R_4\\&=\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}+\frac{R_2R_4}{R_2+R_4}\end{aligned}$$

第三步，求电流 I_P。

求出二端网络的 U_{oc} 和 R_0 后，其戴维南的等效电路如图 2-25d 所示，则

$$\begin{aligned}I_P&=\frac{U_{oc}}{R_0+R_P}=\frac{\frac{R_3}{R_1+R_3}-\frac{R_4}{R_2+R_4}}{\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}+\frac{R_2R_4}{R_2+R_4}+R_P}U_s\\&=\frac{R_2R_3-R_1R_4}{R_P(R_2+R_4)(R_1+R_3)+R_2R_4(R_1+R_3)+R_1R_3(R_2+R_4)}U_s\end{aligned}$$

令 $I_P=0$，得电桥平衡条件

$$R_1R_4-R_2R_3=0$$

$$R_1R_4=R_2R_3$$

若含源的二端网络还具有受控源，在应用戴维南定理时，求开路电压的方法与上述方法一致，在求得入端电阻 R_0 时，可用下述方法实现。

1）网络内所有的电压源的电压及电流源的电流均设为零（注意：受控源不能置零，应保留在电路中），在二端网络端钮处施加一个电压 U，求出端钮处的电流 I 后，则入端电阻 $R_0=U/I$。

2）分别求出含源二端网络的开路电压 U_{oc}和短路电流 I_{sc}，则入端电阻为

$$R_0=\frac{U_{oc}}{I_{sc}}$$

例 2-12　求图 2-26a 中流过 R_3 的电流 I 的大小。

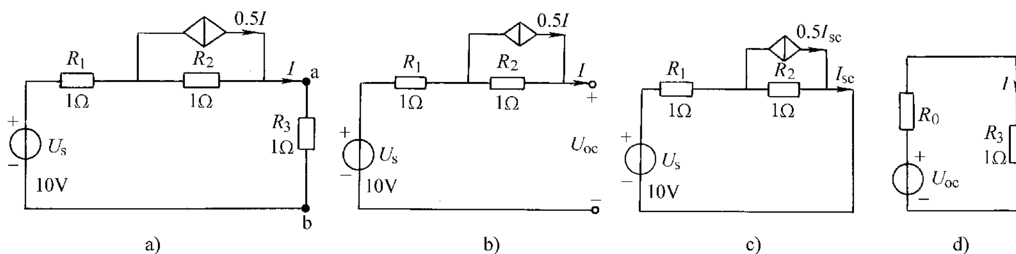


图 2-26　例 2-12 图

解　在利用戴维南定理时，关键是求得它的等效电路，即求得 U_{oc}和 R_0。本题电路中含有受控源，故求得 R_0 的方法可按上述两种方法处理。

第一步，求开路电压 U_{oc}。

将图 2-26a 的 ab 端断开，如图 2-26b 所示，则

$$U_{oc}=U_s=10\text{V}$$

第二步，求入端电阻 R_0。

求得开路电压 U_{oc}后，再求其短路电流 I_{sc}（见图 2-26c），则

$$U_s=1\times I_{sc}+(I_{sc}-0.5I_{sc})\times 1$$

$$I_{sc}=\frac{U_s}{1.5\Omega}=\frac{10}{1.5}\text{A}$$

则

$$R_0=\frac{U_{oc}}{I_{sc}}=\frac{10}{10/1.5}\Omega=1.5\Omega$$

第三步，求电流 I 的大小。

求得开路电压 U_{oc}和入端电阻 R_0 后，其戴维南等效电路如图 2-26d 所示。

$$I=\frac{U_{oc}}{R_0+R_3}=\frac{10}{1.5+1}\text{A}=4\text{A}$$

在上题中，求得入端电阻也可以用另一种方法，外加电压 U 则

$$U = 1 \times (I - 0.5I) + 1I$$

$$\frac{U}{I} = 1.5\Omega$$

所以 $R_0 = 1.5\Omega$，同上述方法一致。

2.6.2 诺顿定理

诺顿定理可表述为：任何一个线性含源的二端网络，对外电路来说，可以用一条含源支路来等效替代，该含源支路的电流源的电激流等于二端网络的短路电流 i_s，其内阻 R_0 的含义同戴维南等效电阻一样。

图2-27是这一定理的示意图，点画线框内的部分是诺顿定理的等效电路。由图可见，两端钮上的电流 I 与电压 U 可由以下两式确定：

$$i = \frac{R_0}{R_0 + R_L} i_s$$

$$u = \frac{R_0 R_L}{R_0 + R_L} i_s$$

在2.1节中已经讲过，电压源与电流源之间可以等效变换，因此，任一线性有源二端网络不仅可以用电压源等效代替，也可以用电流源等效代替，所以诺顿定理实际上是戴维南定理的推论。

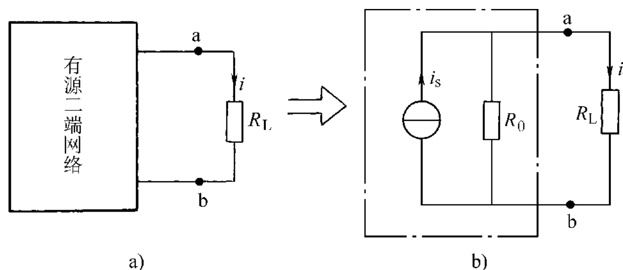


图2-27 诺顿定理图解表示

2.7 电路分析方法的仿真分析

前面介绍了电源等效变换法、支路电流法、节点电压法、叠加定理、戴维南定理和诺顿定理，现在可以利用电子工作平台EWB可对各种电路分析方法进行仿真，从而验证电路分析方法的正确性，同时还可以对电路分析方法中的验证性和设计性实验进行仿真，仿真结果直观，贴近实际，具有实验效果。

利用EWB对直流电路进行仿真的具体步骤如下：

1）先在EWB工作平台上画出待分析的电路，分别从基本元件库（Basic）和电源库（Source）中选取电阻和电源。双击元件符号，打开属性（Properties）对话框，选中" Value" 卡，设置电源和电阻的参数值，然后按照电路结构，连接元件。

2）从指示器件库（Indicators）中选取直流电压表，并联在支路中，显示仿真的支路电压结果。从指示器件库（Indicators）中选取直流电流表，串联在支路中，显示仿真的支路

电流结果，注意电流表的极性。

3）打开仿真开关，系统开始仿真，各个支路电压和电流的仿真结果将显示在直流电压和电流表上。并通过和理论值的比较，还可以验证仿真结果的正确性。

例 2-13　利用 EWB 对图 2-28 进行分析，仿真出支路电流 I_1、I_2、I_3、I_4、I_5 和 I_6 的值及 E 点对地的电位 V_E。

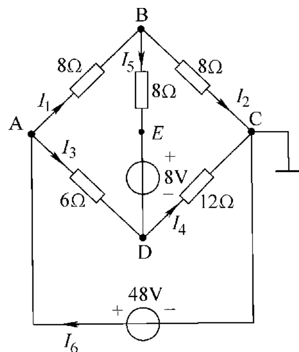


图 2-28　例 2-13 图

解　首先从基本元件库（Basic）中选取电阻，双击元件符号，打开属性（Resistor Properties）对话框，选中" Value" 卡，将电阻值设为图 2-28 所示的参数值，同样从电源库（Source）中选取电压源和电流源，双击元件符号，进行参数选择。为使电路元件排放规则，可以利用工具按钮中的按钮（Rotate，Flip Horizontal 和 Flip Vertical）将水平放置的元件放置为垂直、水平和上下翻转。然后按照电路结构，连接元件，如图 2-29a 所示。注意仿真电路必须有接地参考点。

从指示器件库（Indicators）中选取直流电流、电压表，将电流表两端的接线与串接电路的连线重合，即可将电流表串入到相应的支路中。连接时注意电流表的极性。电流表默认的属性是直流，因此无需改变电流表的任何设置。将电压表并联在电路中，可测得对应的电位值，串入电压、电流表的电路如图 2-29b 所示。

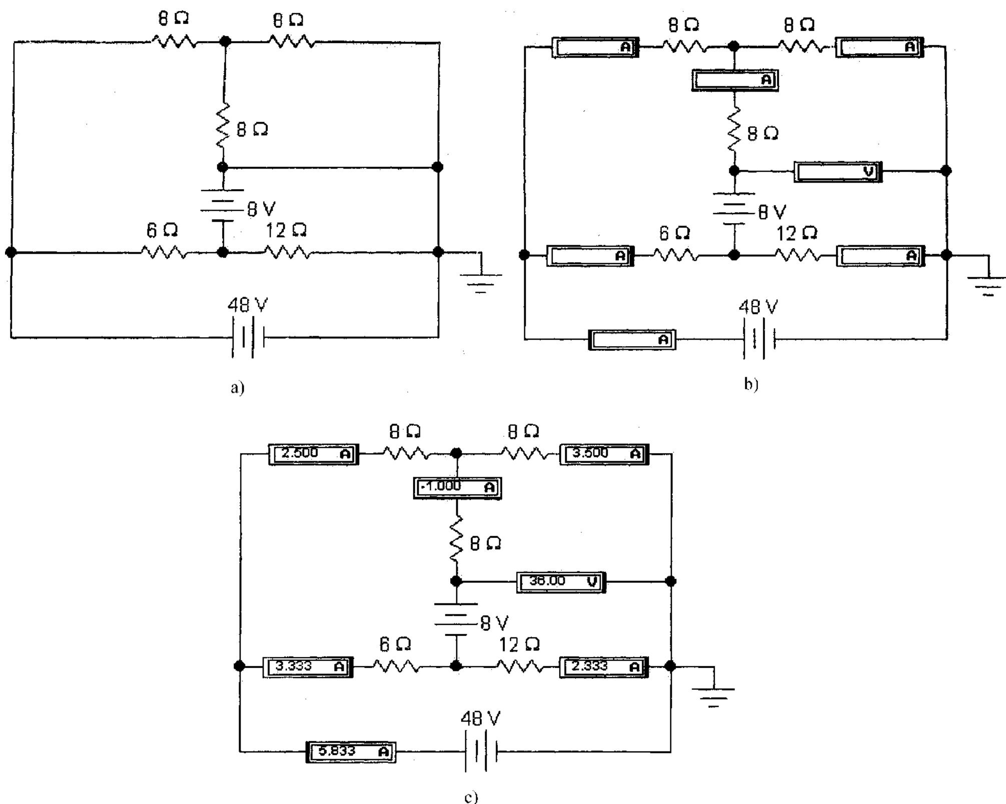


图 2-29　例 2-13 仿真图

a）仿真原理图　b）仿真连线图　c）仿真结果

打开EWB界面右上角的仿真开关，系统开始仿真，各个支路电流和电压的仿真结果将显示在直流电流、电压表上，如图2-29c所示。

将仿真结果与例2-4利用支路电流法对电路进行求解的结果比较，可以看出，仿真结果等于理论值，验证了仿真结果的正确性。

利用EWB对电路分析方法进行仿真时，通过EWB指示器件库（Indicators）中的直流电压、电流表，将各节点对地电位的仿真结果显示出来。除可以用上述方法对电路进行仿真外，还可以利用EWB提供的电路分析方法中的直流工作点分析（DC Operating Point Analysis）对电路进行分析，EWB自动把电路中的所有节点的电压值及流过电源支路的电流数值，显示在分析结果图（Analysis Graph）中。

利用EWB对节点电压法进行仿真时，可以按支路电流法的仿真方法，通过EWB指示器件库（Indicators）中的直流电压表，将各节点对地电位的仿真结果显示出来。但要注意以下问题：一是虚拟直流电压表应并联在电路中，二是无需改变虚拟直流电压表的设置。除可以用上述方法对电路进行仿真外，还可以利用EWB提供的电路分析方法中的直流工作点分析（DC Operating Point Analysis）对电路进行分析。

利用直流工作点分析（DC Operating Point Analysis）对电路进行分析的主要步骤如下：

1）首先在电子工作平台上画出待分析的电路，然后用鼠标器单击菜单中的电路（Circuit）选项，进入原理图选项（Schematic Operation），选定显示节点（Show Nodes）把电路中的节点标志显示在电路图上。

2）用鼠标器单击菜单中的分析（Analysis）选项，进入直流工作点（DC Operating Point）选项，EWB自动把电路中的所有节点的电位数值及流过电源支路的电流数值，显示在分析结果图（Analysis Graph）中。

例2-14 电路如图2-30所示，利用EWB的直流工作点（DC Operating Point）选项仿真出节点的电压数值及流过电压源支路的电流数值。

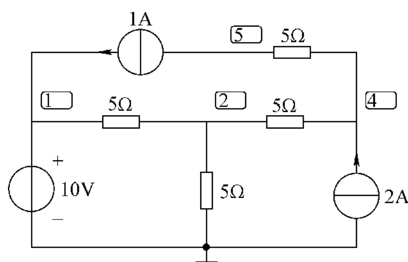


图2-30 例2-14图

解 1）从基本元件库（Basic）中调出电阻元件。双击电阻元件符号，打开电阻属性（Resistor Properties）对话框，选中" Value" 卡，将电阻值均设为5Ω，同样从电源库（Sources）中选取电压源和电流源，双击元件符号，将电压源的参数值设为10V，电流源的参数值分别设为2A和1A。为使得电路元件排放规则，可以利用工具按钮中的（Rotate，Flip Horizontal和Flip Vertical）按钮将水平放置的元件置为垂直放置、水平转向和上下翻转。然后按照电路结构，连接元件，如图2-31所示。注意仿真电路必须有接地参考点，而且为了和仿真节点一致，选取图2-30的节点标号。

2）按照电路结构，连接元件，注意仿真电路也必须有接地参考点。选择菜单中电路（Circuit）选项，进入原理图选项（Schematic Operation），选定显示节点（Show Nodes），然后单击“确定”按钮，则元件的节点编号自动显示在电路图上，如图2-31所示。

3）选择分析（Analysis）菜单中的直流工作点（DC Operating Point）选项仿真出节点的电位的数值及流过电压源支路的电流数值，如图2-32所示。

为进一步验证仿真结果的正确性，可利用节点电位法对图2-30的电路进行求解，电路

中有 4 个节点，因此独立节点有 3 个，列写的节点电位方程为

$$\begin{cases} U_1 = 10\text{V} \\ -\frac{1}{5}U_1 + \left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)U_2 - \frac{1}{5}U_4 = 0 \\ -\frac{1}{5}U_2 + \frac{1}{5}U_4 = 2 - 1 \end{cases}$$

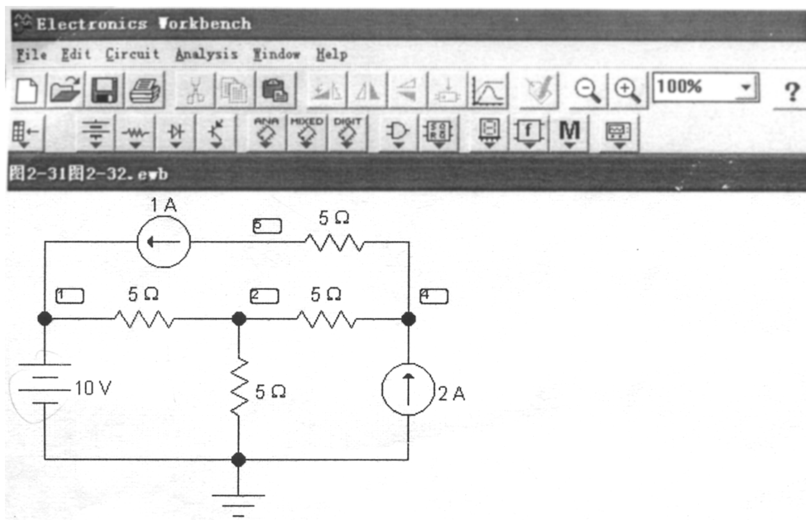
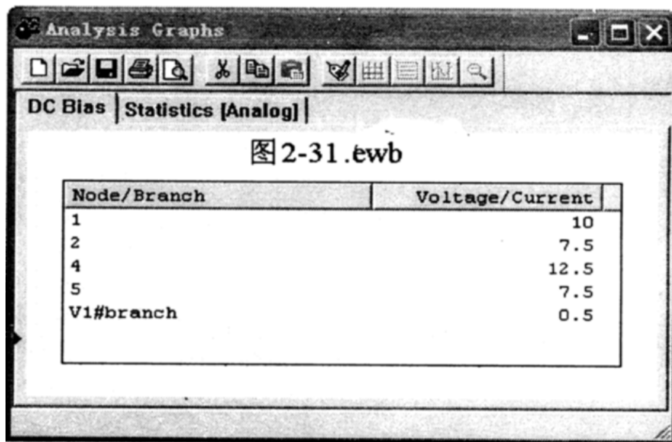


图 2-31　例 2-14 仿真连线及显示节点图

对上式进行求解，可求出各节点电位值：$U_1 = 10\text{V}$，$U_2 = 7.5\text{V}$，$U_4 = 12.5\text{V}$。

对节点 1 列 KCL 方程，可求出电压源支路的电流 $I = 0.5\text{A}$，方向与电压源电压是非关联的。由计算结果与图 2-32 比较可知，仿真结果等于理论值，仿真结果正确。



Node/Branch	Voltage/Current
1	10
2	7.5
4	12.5
5	7.5
V1#branch	0.5

图 2-32　例 2-14 电路直流工作点分析结果

利用 EWB 对该电路分析方法也可以对叠加定理进行仿真，通过 EWB 指示器件库（Indicators）中的直流电压表和直流电流表，可将各个电源单独作用时该支路电压或电流的仿真结果显示出来，然后叠加，求出全响应，并通过和理论值的比较，验证仿真结果的正确性。

例 2-15　用 EWB 验证例 2-8 的叠加原理分析方法

解　在 EWB 中创建电压源 U_s 单独作用时的等效电路，如图 2-33a 所示。同理电流源 I_s 单独作用时的等效电路如图 2-33b 所示；电压源 U_s 与电流源 I_s 共同作用时的电路图 2-33c 所示。注意 a、b 间应接虚拟的直流电压表以测量支路电压。

打开电路仿真开关，图中 a、b 间电压如图 2-34 所示。通过仿真结果和例 2-8 理论值的比较可知，两者的结果是一致的。

下面通过例子介绍利用 EWB 仿真戴维南定理的具体过程。

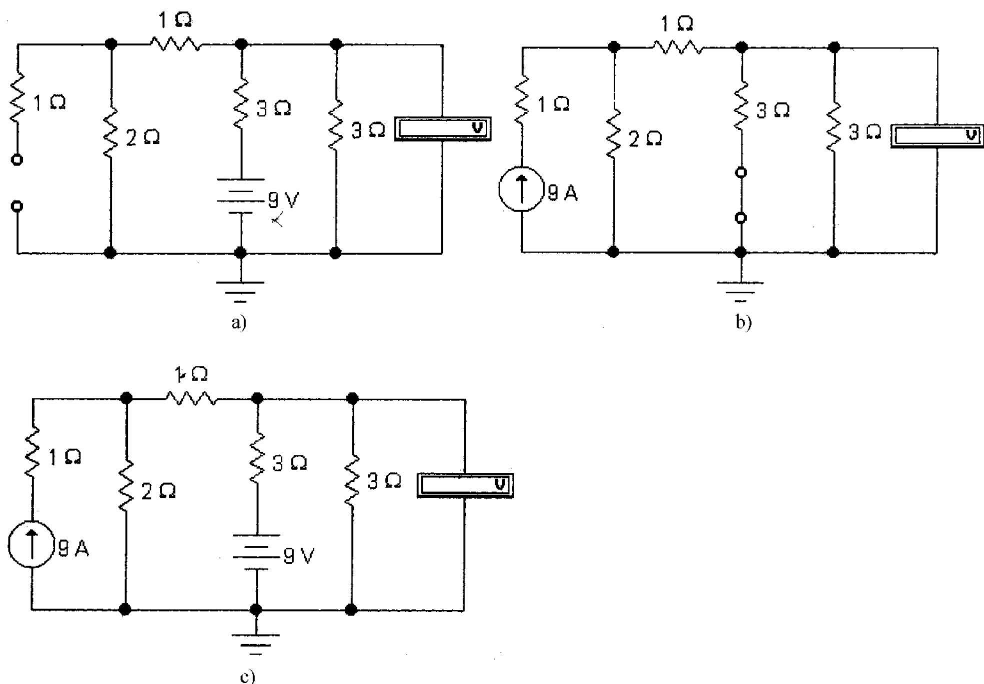


图 2-33　叠加原理仿真连线图

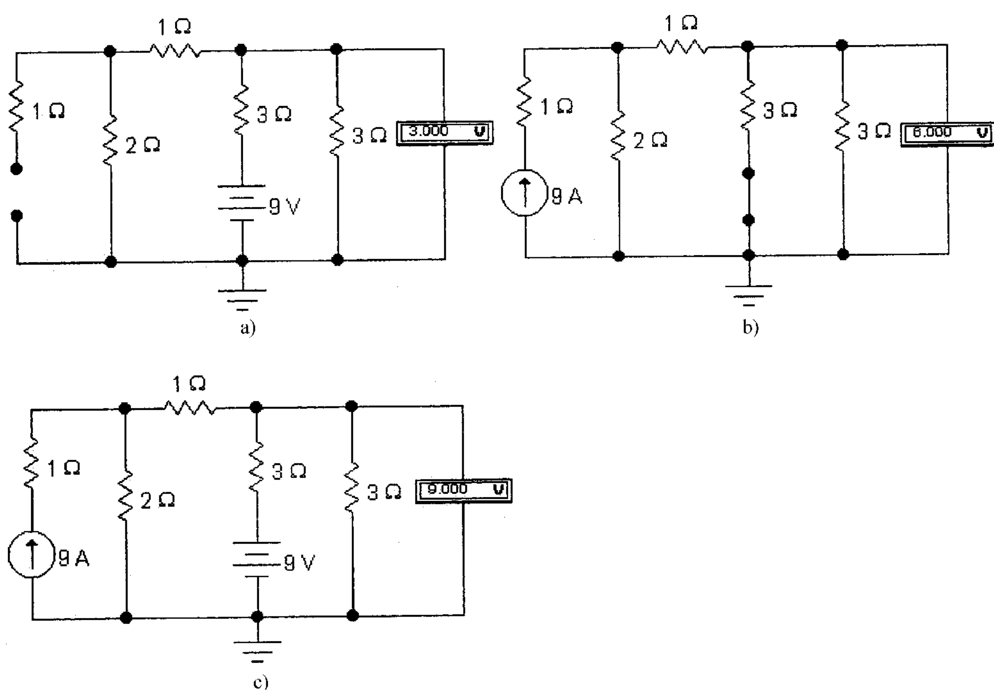


图 2-34　叠加原理仿真结果图

例 2-16　用 EWB 验证电路的戴维南定理分析方法，要求：用戴维南定理求图 2-35 所示电路中的电流 I。

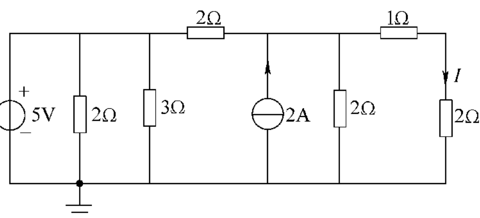
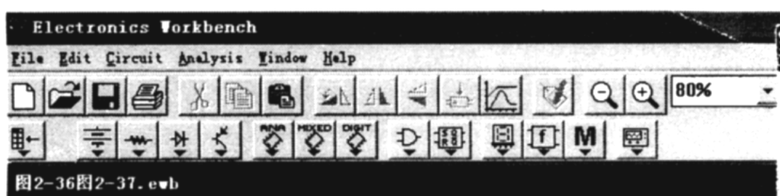


图 2-35　戴维南定理原理图

解　1）求开路电压 U_{oc}。按前面的方法在 EWB 中创建图 2-36 所示的电路，在端口处接入万用表，直接测量开路电压 U_{oc}。由仿真结果可知：二端网络的开路电压 U_{oc} 为 4. 5V。

2）求等效电阻 R_{eq}。在 EWB 中创建电路，然后按照电路结构，连接元件。求等效电阻 R_{eq} 时，应将电压源短路，电流源开路，从仪器库（Instruments）中选取万用表，在端口处接入万用表可直接测量等效电阻 R_{eq}，二端网络等效电阻仿真图如图 2-37 所示。由仿真结果可知：二端网络的等效电阻为 2Ω。



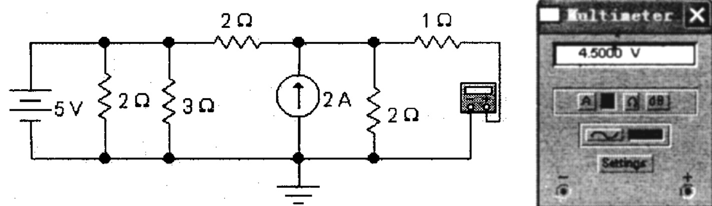


图 2-36　二端网络开路电压仿真图



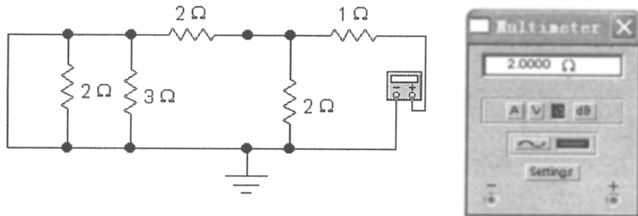


图 2-37　二端网络等效电阻仿真图

3）将开路电压 U_{oc} 和等效电阻 R_{eq} 仿真出结果后，在 EWB 中创建图 2-38 的电路，在端口处接入直流电流表，仿真出最终结果。

通过仿真结果和理论值的比较，同样可以验证仿真结果的正确性。

EWB 的信号源库（Sources）中提供了 4 种受控源的模型，其中电压控制的电压源

（VCVS）的参数 E 表示输入电压对输出电压的控制因数，即 $E=V_o/V_i$，无量纲。电压控制的电流源（VCCS）的参数 G 表示输入电压对输出电流的控制因数，即 $G=I_o/V_i$，量纲为 mS（毫西门子）。电流控制的电压源（CCVS）的参数 H 表示输入电流对输出电压的控制因数，即 $H=V_o/I_i$，量纲为 mΩ、Ω 和 kΩ。电流控制的电流源（CCCS）的参数 F 表示输入电流对输出电流的控制因子，即 $F=I_o/I_i$，无量纲。

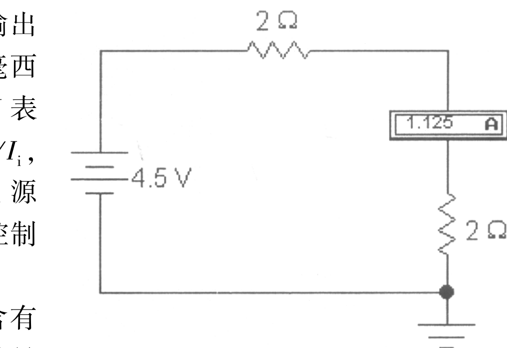


图 2-38　仿真结果

利用 EWB 中提供的这些电路模型，可对含有受控电源的电路进行仿真，下面举例说明仿真的具体过程。

例 2-17　电路如图 2-39 所示，用 EWB 仿真该电路，求出电压 U 和电流 I 的值。

解　首先在 EWB 中创建电路，从基本元件库（Basic）中调出电阻元件。双击电阻元件符号，打开电阻属性（Resistor Properties）对话框，选中" Value" 卡，将电阻值设为相应的值，同样从电源库（Sources）中选取电压源和受控源，双击元件符号，设置相应的参数值。从仪器库（Instruments）中选取万用表，选取电流挡并串入电路中可直接测量电流 I；从指示器件库（Indicators）中选取直流电压表，并入支路中可直接测量电压 U。仿真电路连线图如图 2-40 所示。

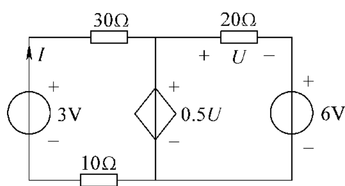


图 2-39　例 2-17 电路原理图

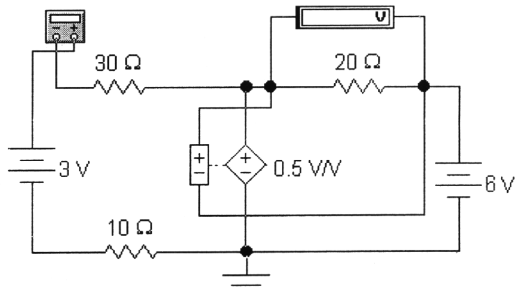


图 2-40　例 2-17 仿真连线图

打开 EWB 界面右上角的仿真开关，系统开始仿真，3V 电压源支路的电流和 20Ω 电阻上的仿真结果将显示在万用表和直流电压流表上，如图 2-41 所示。

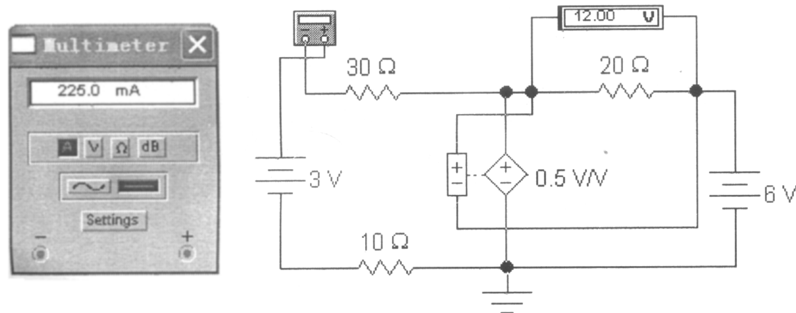


图 2-41　例 2-17 仿真结果图

为进一步验证仿真结果的正确性，可利用电路分析方法对图 2-39 的电路进行求解，这里略。由计算结果可知，仿真结果等于理论值，仿真结果是正确的。

含受控源电路的分析也可以利用 EWB 提供的电路分析方法中的直流工作点分析（DC Operating Point Analysis）对电路进行分析。

例 2-18　电路如图 2-42 所示，利用 EWB 的直流工作点（DC Operating Point）选项仿真出节点的电压数值及流过电压源支路的电流电流源两端的电压值。

解　1）首先从基本元件库（Basic）中调出电阻元件。双击电阻元件符号，打开电阻属性（Resistor Properties）对话框，选中" Value" 卡，将电阻值均设为 1Ω，同样从电源库（Sources）中选取电压源、电流源和受控源，双击元件符号，将电压源的参数值设为 10V，电流源的参数值设为 5A，受控源的参数设置为 0.5。然后按照电路结构，连接元件。选择菜单中电路（Circuit）选项，进入原理图选项（Schematic Operation），选定显示节点（Show Nodes），然后单击“确定”按钮，则元件的节点编号自动显示在电路图上，如图 2-43 所示。注意仿真电路必须有接地参考点。

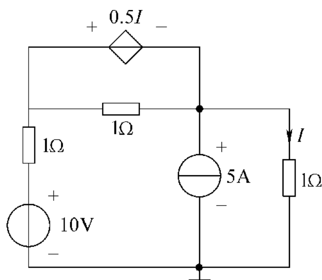


图 2-42　例 2-18 图

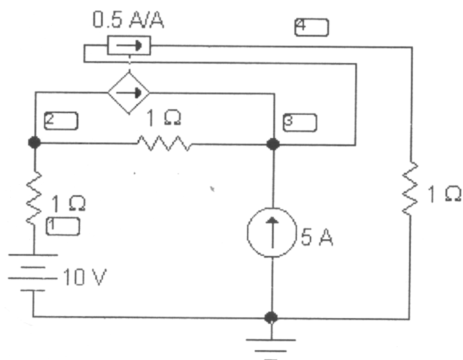


图 2-43　例 2-18 仿真连线图

2）选择分析（Analysis）菜单中的直流工作点（DC Operating Point）选项，打开仿真开关，仿真出节点的电位的数值及流过电压源支路的电流数值，如图 2-44 所示。

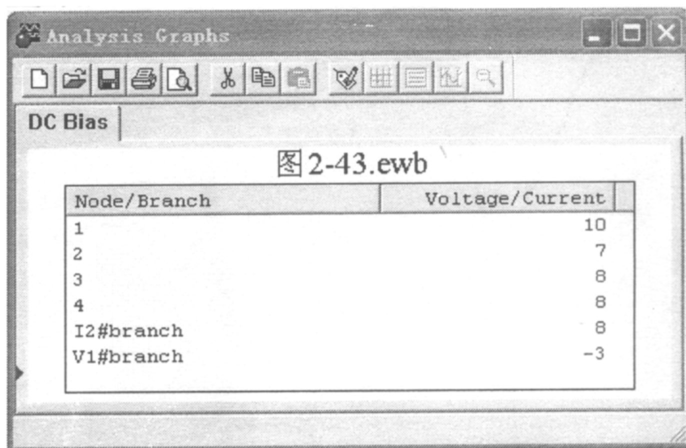
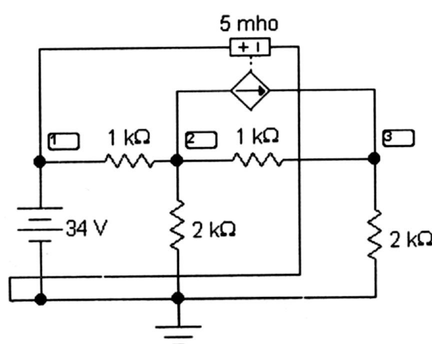


图 2-44　例 2-18 仿真结果图

上面是含VCVS和CCCS的电路分析，同理利用EWB提供的虚拟仪器和电路分析方法中的直流工作点分析（DC Operating Point Analysis）也可以对含VCCS和CCVS进行分析，其电路及仿真电路结果图分别如图2-45和图2-46所示。



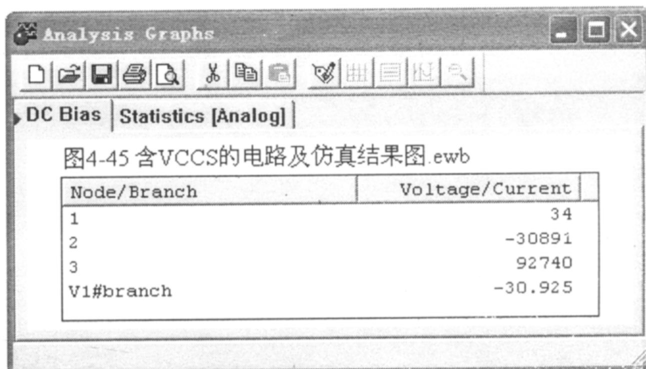


图2-45　含VCCS的电路及仿真结果图

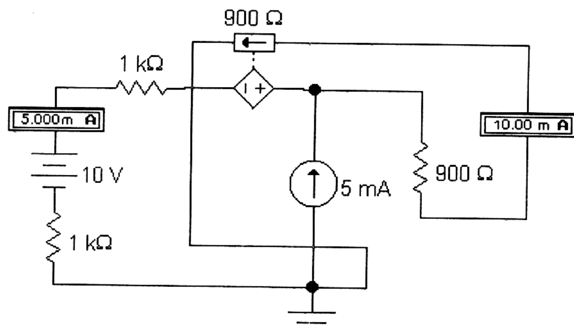


图2-46　含CCVS的电路及仿真结果图

小　　结

1）电路分析方法是根据KCL和KVL直接演变出来的，对于具体的电路，选择适当的分析法，可以简化电路的计算。

2）支路电流法是基尔霍夫定律的直接应用，支路电流法是指以支路电流作为直接求解电路变量的电路分析方法，解题的关键是列出与支路数b相等的独立方程，应用KCL列$(n-1)$个电流方程，应用KVL，列$b-(n-1)$个回路电压方程，其中n为电路的节点数，两组方程联立即可解得支路电流。

3）网孔电流法是以网孔电流作为电路变量的一种电路分析方法，根据KVL和选定网孔电流的方向列回路方程，是网孔电流法的关键。网孔电流法比支路电流法更简便，尤其是多条支路时，更显示出比支路电流法的优越性。

4）节点电压法是指以节点电压为电路的独立变量的分析方法，应用KCL，列出与节点电压数相等的独立方程，是节点电压法的关键、节点电压特别适用于少节点多支路的电路。

5）叠加原理是线性电路的一个重要定理，它反映了线性电路的两个基本性质，即叠加性和比例性。在运用叠加原理时，对不作用电源的处理是电压源用短接线来代替，电流源用

开路线来代替。

6）戴维南定理说明一个含源单口网络可以用一个电压源等效代替，该电压源的电动势等于网络的开路电压，而等效内阻等于网络内部电源不起作用时从端口上看进去的等效电阻。戴维南定理的解题关键是求出其等效电路。诺顿定理是戴维南定理的推论。

习　题

2-1　求图 2-47 所示电路端口的戴维南等效电路。

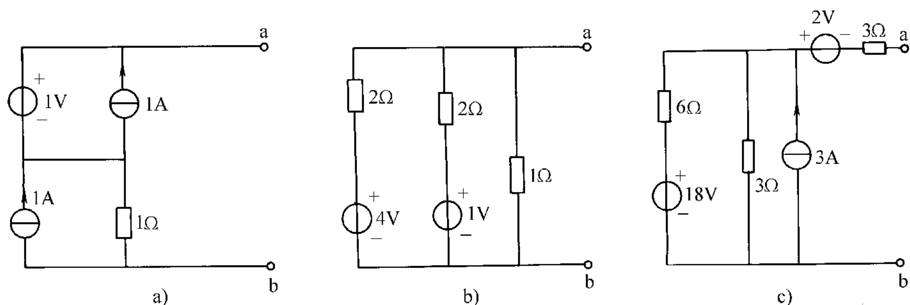


图 2-47　题 2-1 图

2-2　用电源等效变换将图 2-48 电路中 ab 以左的网络化成最简单的等效电流源。

2-3　用电源等效变换法求图 2-49 电路中的电流 I。

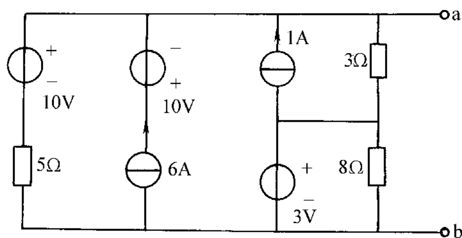


图 2-48　题 2-2 图

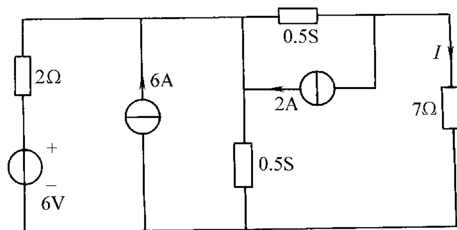


图 2-49　题 2-3 图

2-4　用电源等效变换求图 2-50 电路中的 U_{AB}。

2-5　用电源等效变换求图 2-51 电路中的 U_{AB}。

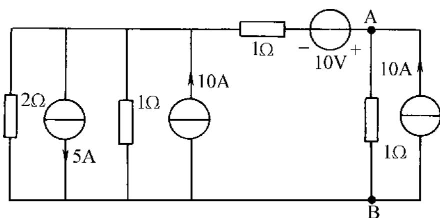


图 2-50　题 2-4 图

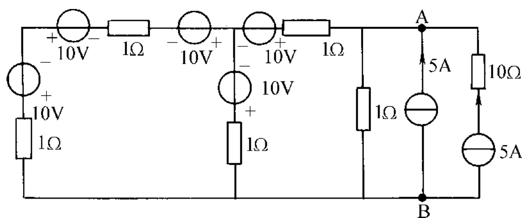


图 2-51　题 2-5 图

2-6　在图 2-52 中，用支路电流法求 I_1、I_2、I_3，并求电阻上消耗的功率及理想电流源发出的功率。

2-7　用支路电流求图 2-53 电路中的未知电流和电压。

2-8　用支路电流法求图 2-54 电路中各支路的电流。

2-9　用节点法求图 2-55 电路中的 $U_{N'N}$。

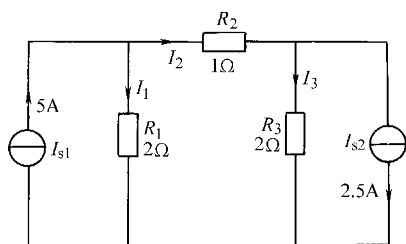


图 2-52　题 2-6 图

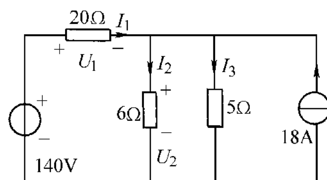


图 2-53　题 2-7 图

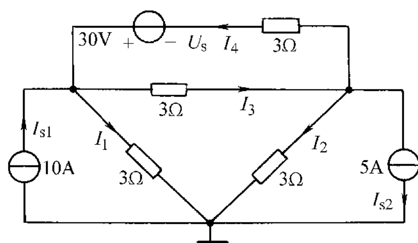


图 2-54　题 2-8 图

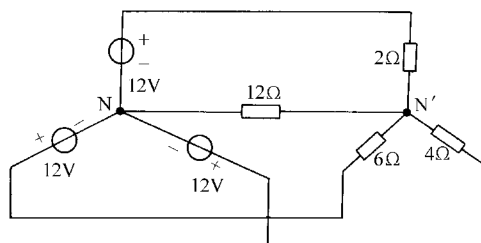


图 2-55　题 2-9 图

2-10　用节点法求图 2-56 电路中的节点电压。

2-11　用节点法求图 2-57 所示电路的节点电压。

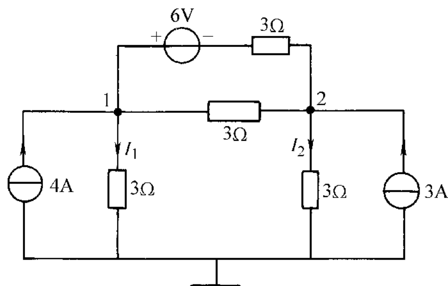


图 2-56　题 2-10 图

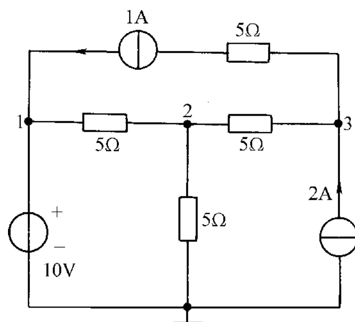


图 2-57　题 2-11 图

2-12　用节点电压法求图 2-58 电路的节点电压。

2-13　用叠加定理求图 2-59 电路中的 I。

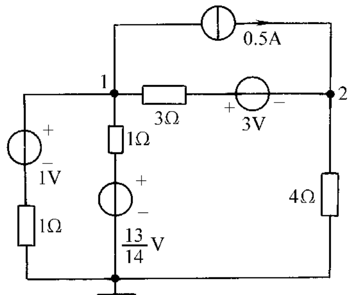


图 2-58　题 2-12 图

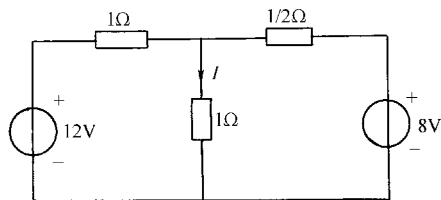


图 2-59　题 2-13 图

2-14　用叠加定理求图 2-60 电路中的 U_{AB} 和 U。

2-15　用戴维南定理求图 2-61 电路中的 I_x。

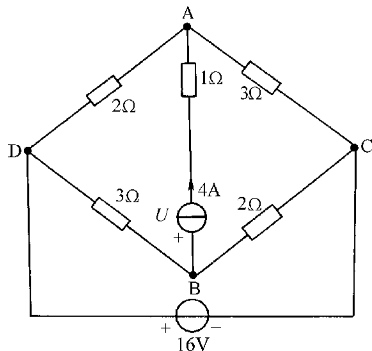


图 2-60　题 2-14 图

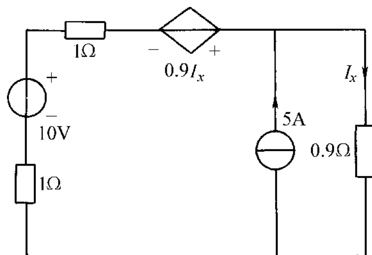


图 2-61　题 2-15 图

2-16　用戴维南定理求图 2-62 中的电流 I。

2-17　用戴维南定理求图 2-63 中 I_x。

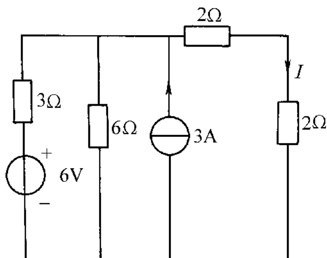


图 2-62　题 2-16 图

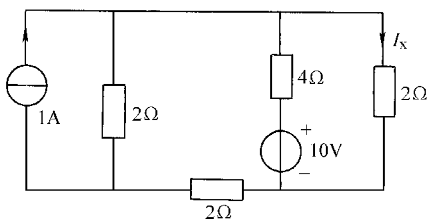


图 2-63　题 2-17 图

2-18　用戴维南定理求图 2-64 中的 U_o。

2-19　用戴维南定理求图 2-65 中的 I_x。

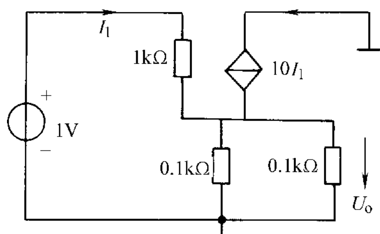


图 2-64　题 2-18 图

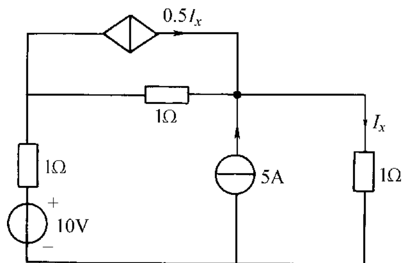


图 2-65　题 2-19 图

2-20　图 2-66 中，N 为无源网络，当 $U_s=2\text{V}$，$I_s=2\text{A}$ 时，$U_o=5\text{V}$，问当 $U_s=5\text{V}$、$I_s=5\text{A}$ 时的 U_o。

2-21　用 EDA 求解题 2-3。

2-22　用 EDA 求解题 2-5。

2-23　用 EDA 求解题 2-6。

2-24　用 EDA 求解题 2-14。

2-25　用 EDA 求解题 2-16。

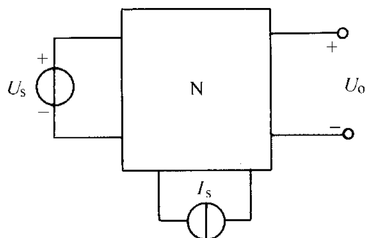


图 2-66　题 2-20 图

第 3 章　正弦交流电路

正弦交流电具有输配电容易、使用方便、价格便宜等优点，因而在电力工程中应用极为广泛。

在正弦交流电路中，电路元件的伏安关系、功率关系、激励与响应关系等比前述的直流电路复杂得多，因而正弦交流电路的分析求解也相当烦琐。为解决这一难题，引入了正弦量的相量表示法，将正弦交流电路的稳态分析纳入直流电阻性电路分析的模式，使电路的分析计算得以简化。

本章内容分为正弦交流电的表示法；R、L、C 的正弦交流特性；正弦稳态电路的分析方法；功率因数的研究以及电路的频域分析等 5 部分内容，内容和编排上适于采用多媒体计算机辅助教学。章后还有利用计算机辅助分析和设计的作业题。

正弦量是最基本的时变周期量，掌握正弦交流电路的理论和方法，将为进一步学习三相电路、变压器、交流电机以及周期性非正弦电路等打下基础。

3.1　正弦交流电的基本概念

正弦交流电是指按正弦规律变化的电压、电流和电动势等物理量，并统称正弦量。激励源为正弦量的电路即为正弦交流电路。以正弦交流电流 i 为例，它可以用三角函数式

$$i = I_{\mathrm{m}}\sin(\omega t + \psi_{\mathrm{i}}) \tag{3-1}$$

和波形图表示，如图 3-1 所示。由正弦电流 i 的这两种描述方法可见，正弦量的特征有下面 3 个要素，即频率（周期和角频率）、幅值（有效值）以及相位（初相位）。

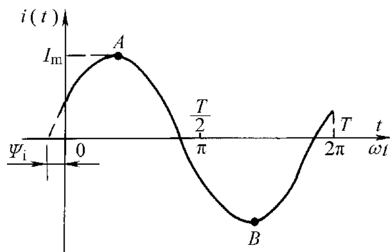


图 3-1　正弦电流的波形图

1. 频率、周期和角频率　正弦量每秒钟变化的次数称为频率 f，单位是赫兹（Hz）。正弦量变化一周所需的时间称为周期 T，单位是秒（s）。频率和周期互为倒数，即

$$f = \frac{1}{T} \tag{3-2}$$

正弦量每秒钟相位角的变化称为角频率 ω，因正弦量在一周期 T 内经历了 2π 弧度，所以角频率为

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{3-3}$$

单位是弧度每秒（rad/s）。

f、T、ω 都是表示正弦量变化速度的，若知其一，便可求出另两个。已知我国工频电源的频率为 $f = 50\mathrm{Hz}$，则可求出其周期 $T = (1/50)\mathrm{s} = 0.02\mathrm{s}$，角频率 $\omega = 2\pi f = 2 \times 3.14 \times 50\mathrm{rad/s} = 314\mathrm{rad/s}$。

2. 幅值与有效值　幅值与有效值是衡量正弦量值的大小的。幅值是正弦量变化过程中呈现的最大值，对正弦电流用 I_m 表示。

通常一个正弦量的大小是用有效值表示的。正弦电流 i 在一个周期 T 内通过某一电阻 R 产生的热量若与一直流电流 I 在相同的时间和相同的电阻上产生的热量相等，那么这个直流电流 I 就是正弦交流电流 i 的有效值。

依上所述，应有

$$\int_0^T i^2 R\mathrm{d}t = I^2 RT$$

由此可得正弦电流 i 的有效值

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\mathrm{d}t} \tag{3-4}$$

可见，正弦电流 i 的有效值为其方均根值。并且这一结论适用于任意周期量。

把 $i = I_m\sin\omega t$ 代入式（3-4），可得正弦电流 i 的有效值 I 与其最大值 I_m 的关系为

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \tag{3-5}$$

同理可得正弦电压 $u = U_m\sin\omega t$ 和正弦电动势 $e = E_m\sin\omega t$ 的有效值分别为

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \tag{3-6}$$

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \tag{3-7}$$

通常所说的交流电流、电压值指的就是有效值，例如交流电压 220V，即是指有效值，其幅值应为$\sqrt{2}\times 220\text{V} = 311\text{V}$。电压表、电流表的测量值也是有效值。

3. 相位和初相位　式（3-1）中（$\omega t + \psi_i$）称为正弦电流的相位角或相位。（$\omega t + \psi_i$）决定正弦电流的取值，当时间 t 连续变化时，相位反映了正弦量变化的进程。

$t = 0$ 时的相位称为初相位角或初相位。初相位决定了计时起点 $t = 0$ 时正弦量的大小，计时起点不同，正弦量的初相位也不同。

在同一正弦电路中，一般各正弦量的频率是相同的。各正弦量除了有大小之别，相互间还有一定的相位关系。设两个同频率的正弦量为

$$u = U_m\sin(\omega t + \psi_u) \tag{3-8}$$

$$i = I_m\sin(\omega t + \psi_i) \tag{3-9}$$

其波形图如图 3-2 所示。u 与 i 的相位差为

$$\begin{aligned}\varphi &= (\omega t + \psi_u) - (\omega t + \psi_i)\\ &= \psi_u - \psi_i\end{aligned} \tag{3-10}$$

可见，同频率的两个正弦量的相位差即是它们的初相位之差。φ 值与计时起点和计时时刻无关。

若 $\psi_u > \psi_i$，则 φ 角为正，u 比 i 先达到正的最大值，称为 u 超前 i 相位角 φ，或称为 i 滞后 u 相位角 φ。若 $\psi_u < \psi_i$，情况与上述相反。

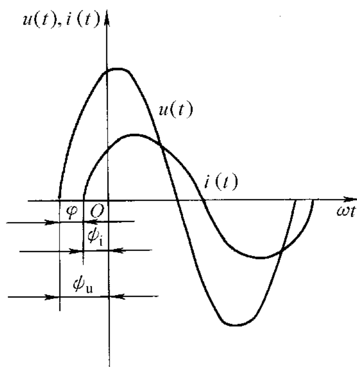


图 3-2　同频率正弦量的相位差

若两个同频率正弦量的相位差 $\varphi=0$，称这两个正弦量为同相位，或同相；若 $\varphi=180°$，称之为反相；若 $\varphi=90°$，称之为正交。波形图如图3-3所示。

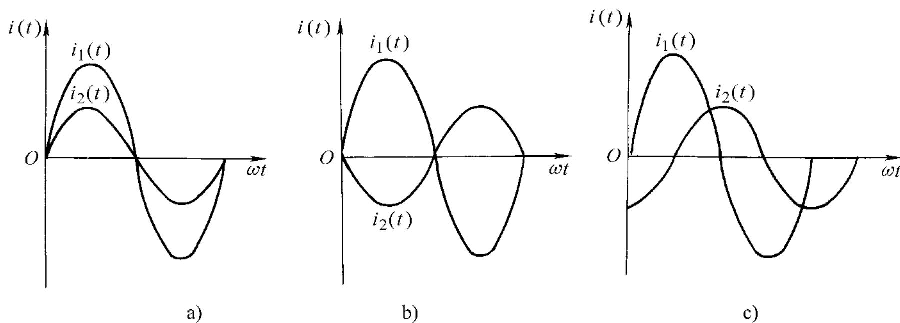


图3-3 同频率正弦量的相位关系

a）同相 b）反相 c）正交

例3-1 已知 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 在关联参考方向情况下的瞬时三角函数式为

$$u_1(t)=100\sin(314t+120°)\text{V}$$

$$u_2(t)=50\sin(314t-90°)\text{V}$$

1）求 $u_1(t)$ 与 $u_2(t)$ 的相位差，哪个电压超前？2）若改变 $u_2(t)$ 的参考方向，再求两者的相位差，哪个电压超前？

解

1）$\varphi=\psi_1-\psi_2=120°-(-90°)=210°$

一般两个同频率正弦量相位差的绝对值都限定在180°范围内，所以

$$\varphi=210°-360°=-150°$$

可见 $u_2(t)$ 超前 $u_1(t)$ 相位角150°。

2）若改变 $u_2(t)$ 的参考方向，其表示式应变为 $u_2(t)=-50\sin(\omega t-90°)\text{V}$，因此 u_1 与 u_2 的相位差

$$\varphi=120°-90°=30°$$

并且是 u_1 超前 u_2 相位角30°。

练习与思考

3-1-1 已知 $u_{ab}(t)=100\sin\left(2\pi t+\dfrac{\pi}{4}\right)\text{V}$

1）指出 u_{ab} 的幅值、有效值、周期、频率、角频率及初相位，并画出波形图。

2）试求 $t=0.5\text{s}$ 时，$u_{ab}(0.5)$ 的大小和实际方向。

3）改变 $u_{ab}(t)$ 的参考方向，试写出 $u_{ba}(t)$ 的表达式。

4）试求 $t=0.5\text{s}$ 时，$u_{ba}(0.5)$ 的大小和实际方向。

3-1-2 对图3-1所示的正弦电流 $i(t)$，若将计时起点移至 A、B 处后，求 $i(t)$ 的初相位角分别为多少。

3-1-3 某正弦电压有效值为380V，频率为50Hz，在 $t=0$ 时的值 $u(0)=380\text{V}$，该正弦电压的表达式为（ ）。

a）$u=380\sin314t$ V b）$u=537\sin(314t+45°)$ V c）$u=380\sin(314t+90°)$ V

3-1-4 $u=5\sin(6\pi t+10°)$ V 与 $i=3\cos(6\pi t-15°)$ A 的相位差 $\psi_u-\psi_i$ 是（ ）。

a）25° b）$-65°$ c）$-25°$

3.2　正弦量的相量表示法

同频率的正弦量可用有向线段（相量图）和复数（相量式）表示，这样就可把正弦电路的分析计算由繁琐的三角函数运算转化为平面几何和代数运算问题。

如图 3-4 所示，从直角坐标原点出发作一有向线段 $\dot{I}_m$，它的长度等于正弦量的最大值 I_m，与横轴的夹角等于正弦量的初相角 ψ，并以正弦量角频率 ω 的角速度逆时针旋转，则在任一瞬间，该有向线段 $\dot{I}_m$ 在纵轴上的投影就等于该正弦量的瞬时值，即 $i(t)=I_m\sin(\omega t+\psi)$。

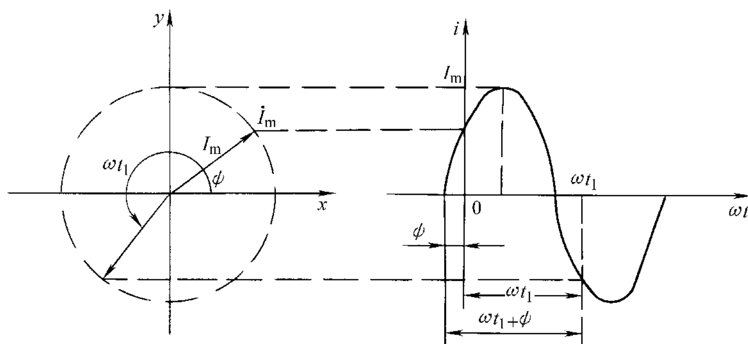


图 3-4　用旋转有向线段表示正弦量

有向线段 $\dot{I}_m$ 以角频率 ω 旋转时，可完全代表一个正弦量。又在同频率正弦量的电路分析中，正弦量的表示只需大小和相位两个要素，因此有向线段 $\dot{I}_m$ 即可代表正弦电流 $i(t)=I_m\sin(\omega t+\psi)$，并称 $\dot{I}_m$ 为正弦电流 i 的最大值相量。若有向线段的长度取正弦电流 i 的有效值 I，则上述有向线段称为正弦电流 i 的有效值相量，并用 $\dot{I}$ 表示。工程上常用有效值相量表示正弦量。

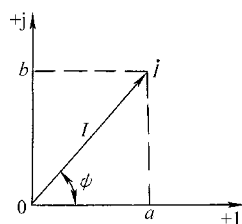


图 3-5　相量的复数表示

若把有效值相量 $\dot{I}$ 置于复平面上，可得正弦量的复数表示。由图 3-5 可知，相量 $\dot{I}$ 可表示为复代数式，或称复直角坐标式

$$\dot{I}=a+\mathrm{j}b \tag{3-11}$$

这种表示适用于复数的加、减运算。相量 $\dot{I}$ 又可表示为复指数式，或称复极坐标式

$$\dot{I}=I\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi} \tag{3-12}$$

在工程上常写作

$$\dot{I}=I\angle\psi \tag{3-13}$$

复极坐标式适用于复数的乘、除运算。

复直角坐标式和复极坐标式可通过计算器的 $R\rightarrow P$ 和 $P\rightarrow R$ 功能键直接相互转换。也可由图 3-5 确定的关系进行转换，若将直角坐标式转换为极坐标式，需求出该复数的模值 I 和辐角 ψ，此时

$$I=\sqrt{a^2+b^2} \tag{3-14}$$

$$\psi=\arctan\frac{b}{a} \tag{3-15}$$

若将极坐标式转换为直角坐标式，需求出该复数的实部 a 和虚部 b，此时

$$a = I\cos\psi \tag{3-16}$$

$$b = I\sin\psi \tag{3-17}$$

综上所述，一个正弦量除了可以用瞬时值三角函数式和波形图表示外，还可用相量图、复直角坐标式和复极坐标式表示。并且这5种表示方式可以互相转换，只要知道其一，就可转换为其他几种表示方式。

例3-2　已知 $u_1 = 8\sqrt{2}\sin(\omega t + 60°)\text{V}$，$u_2 = 6\sqrt{2}\sin(\omega t - 30°)\text{V}$，求 $u = u_1 + u_2$

解

1）用相量式求。由已知条件可写出 u_1 和 u_2 的有效值相量

$$\dot{U}_1 = 8\underline{/60°}\text{V} = (4 + \text{j}6.9)\text{V}$$

$$\dot{U}_2 = 6\underline{/-30°}\text{V} = (5.2 - \text{j}3)\text{V}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (4 + \text{j}6.9 + 5.2 - \text{j}3)\text{V} = (9.2 + \text{j}3.9)\text{V}$$

$$= 10\underline{/23.0°}\text{V}$$

$$u = 10\sqrt{2}\sin(\omega t + 23.0°)\text{V}$$

2）用相量图求。在复平面上，复数用有向线段表示时，复数间的加、减运算满足平行四边形法则，那么正弦量的相量的加、减运算就满足该法则，因此还可用作图的方法——相量图法求出 $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$，其相量图如图3-6所示。根据总电压 $\dot{U}$ 的长度 U 和它与实轴的夹角 ψ 可写出 u 的瞬时值表达式。

$$u = \sqrt{2}U\sin(\omega t + \psi)\text{V} = 10\sqrt{2}\sin(\omega t + 23.0°)\text{V}$$

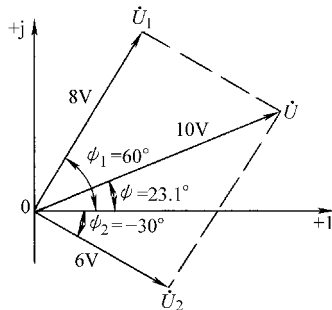


图3-6　例3-2的相量图

为简便计，以后在画相量图时，复平面上的“+1”和“+j”以及坐标轴均可省去不画。

应该指出，正弦量是时间的实函数，正弦量的复数形式和相量图表示只是一种数学手段，目的是简化运算，正弦量既不是复数又与空间矢量有本质的区别。

若以 $e^{\pm\text{j}\alpha}$ 乘以相量 $\dot{U} = Ue^{\text{j}\psi}$ 则得 $\dot{U}'$

$$\dot{U}' = Ue^{\text{j}\psi}e^{\pm\text{j}\alpha} = Ue^{\text{j}(\psi\pm\alpha)}$$

可见 $\dot{U}'$ 比 $\dot{U}$ 逆时针或顺时针旋转 α 角。

当 $\alpha = \pm 90°$ 时，由欧拉公式得

$$e^{\pm\text{j}90°} = \cos 90° \pm \text{j}\sin 90° = \pm\text{j} \tag{3-18}$$

此时，$\dot{U}' = Ue^{\text{j}(\psi\pm 90°)} = \pm\text{j}\dot{U}$ 比 $\dot{U}$ 逆时针或顺时针旋转90°，因此称 $e^{\pm\text{j}90°} = \pm\text{j}$ 为旋转90°的因子。

练习与思考

3-2-1　$\dot{I} = e^{\text{j}90°}\text{A}$ 的复代数表示式是(　　)。

a）$\dot{I} = 1\underline{/90°}\text{A}$　b）$\dot{I} = -\text{jA}$　c）$\dot{I} = \text{jA}$

3-2-2　与 $i = 5\sqrt{2}\sin(\omega t + 36.9°)\text{A}$ 对应的电流相量 $\dot{I}$ 是(　　)。

a）$(4 + \text{j}3)\text{A}$　b）$(4 - \text{j}3)\text{A}$　c）$(3 + \text{j}4)\text{A}$

3-2-3　指出下列各式的错误

a) $i=6\angle 30°$A　b) $\dot{U}=50\sin(\omega t+45°)$V　c) $I=10\exp(\mathrm{j}30°)$A　d) $I=2\sin(314t+10°)$A

e) $\dot{I}=10\sin\pi t$A　f) $\dot{I}=30\mathrm{e}^{-30°}$A　g) $u=5\sin(\omega t-20°)=5\mathrm{e}^{-\mathrm{j}20°}$V

3-2-4　已知 $i_1=8\sqrt{2}\sin(\omega t+60°)$A，$i_2=6\sqrt{2}\sin(\omega t-30°)$A，试用复数计算 $i=i_1+i_2$，并画出相量图。

3.3　电阻元件的正弦交流电路

单个元件电阻、电感或电容组成的电路称为单一参数电路，掌握它的伏安关系、功率消耗及能量转换是分析正弦电路的基础。本节首先分析线性电阻元件的正弦交流电路。

3.3.1　伏安关系

有一线性电阻 R，其激励电流 i 与响应电压 u 的参考方向如图 3-7a 所示。在一般激励情况下，其伏安关系为

$$u=Ri \tag{3-19}$$

若设电流 $i=I_{\mathrm{m}}\sin\omega t$，并称为参考正弦量（因初相位角为零），则代入一般式（3-19）可得

$$u=Ri=I_{\mathrm{m}}R\sin\omega t=U_{\mathrm{m}}\sin\omega t \tag{3-20}$$

由此可见，u 与 i 的伏安关系可表述如下：

1) u 是与 i 同频同相的正弦电压。

2) u 与 i 的幅值或有效值间是线性关系，其比值是线性电阻 R，即

$$\frac{U_{\mathrm{m}}}{I_{\mathrm{m}}}=\frac{U}{I}=R \tag{3-21}$$

3) u 与 i 的波形如图 3-7b 所示。

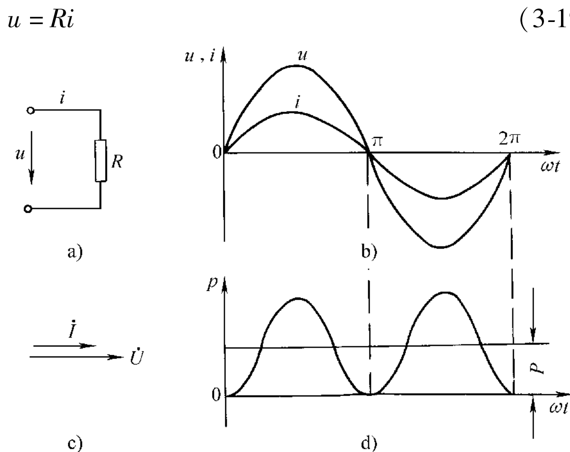


图 3-7　电阻元件的正弦交流电路

4) u 与 i 伏安关系的相量形式为

$$\dot{I}=I\mathrm{e}^{\mathrm{j}0°}=I\angle 0°=I$$

$$\dot{U}=U\mathrm{e}^{\mathrm{j}0°}=U\angle 0°=U$$

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{U}{I}\mathrm{e}^{\mathrm{j}0°}=\frac{U}{I}=R \tag{3-22}$$

这就是欧姆定律的相量形式。

5) u 与 i 的相量图如图 3-7c 所示。

3.3.2　功率消耗与能量转换

1. 瞬时功率　在任一瞬间，某元件瞬时电压 u 与瞬时电流 i 的乘积，称为该元件的瞬时功率，并用小写的 p 表示，即

$$p = p_R = ui = U_m I_m \sin^2 \omega t = U_m I_m \frac{1-\cos 2\omega t}{2}$$
$$= UI\ (1-\cos 2\omega t) \qquad (3\text{-}23)$$

由式（3-23）可见，p 由两部分组成，并且在任一瞬间总有

$$p \geqslant 0 \qquad (3\text{-}24)$$

这说明电阻元件在正弦电路中是消耗功率的。

由式（3-23）可画出图3-7d所示瞬时功率 p 的波形图。

2. 平均功率　瞬时功率 p 在一周期内的平均值称为平均功率，并用大写 P 表示，即

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t$$
$$= \frac{1}{T}\int_0^T UI(1-\cos 2\omega t)\mathrm{d}t$$
$$= UI = I^2 R = \frac{U^2}{R} \qquad (3\text{-}25)$$

平均功率亦称有功功率，单位是瓦或千瓦（W或kW）。

3. 能量转换　由式（3-24）可知电阻元件是消耗功率的，吸取电源提供的电能转换为热能散发掉，是一种不可逆转换。在一周期内转换成的热能为

$$W_R = \int_0^T p\mathrm{d}t = UIT = I^2 RT = \frac{U^2}{R}T \qquad (3\text{-}26)$$

练习与思考

3-3-1　把一个10Ω的电阻元件接到 $f=50\text{Hz}$，电压有效值 $U=10\text{V}$ 的正弦交流电源上，当 $f=100\text{Hz}$ 时，通过该电阻的电流是（　　）。

a）增大　b）减小　c）不变

3-3-2　把一个10Ω电阻元件接到 $f=50\text{Hz}$ 初相位 $-60°$，电压有效值为10V的交流电源上，电阻中电流的瞬时值 i 是（　　）。

a）1A　b）$\sqrt{2}\sin(314t-60°)$ A　c）$\sqrt{2}$A

3.4　电感元件的正弦交流电路

一个直流电阻 R 很小的空心线圈可视为理想的线性电感 L。下面讨论在正弦电路中，电感 L 的伏安关系，功率消耗以及能量转换的情况。

3.4.1　伏安关系

线性电感 L 中的电流 i 和端电压 u 的参考方向如图3-8a所示。在一般激励下，线性电感的伏安关系为

$$u = -e = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

若设电流 $i = I_m \sin\omega t$ 为参考正弦量，代入上式，可得正弦激励下电感 L 的端电压为

$$u = L\frac{\mathrm{d}(I_{\mathrm{m}}\sin\omega t)}{\mathrm{d}t} = I_{\mathrm{m}}\omega L\cos\omega t$$
$$= I_{\mathrm{m}}\omega L\sin(\omega t + 90°)$$
$$= U_{\mathrm{m}}\sin(\omega t + 90°) \qquad (3\text{-}27)$$

由此式可知：

1）u 与 i 是同频率的正弦量。

2）在相位上，u 超前 i 相位角 90°。

3）在数值的大小上，u 与 i 的有效值（或最大值）间受感抗 X_{L} 的约束，表示为

$$X_{\mathrm{L}} = \frac{U}{I} = \frac{U_{\mathrm{m}}}{I_{\mathrm{m}}} = \omega L = 2\pi fL \qquad (3\text{-}28)$$

这说明在一定的电压 U 的情况下，电感 L 中的电流，除与 L 值的大小有关外，还与激励源的频率 f（或 ω）有关。当 U、L 确定时，f 越大，X_{L} 就越大，则 I 就越小，这就是电感线圈阻碍高频电流的作用，例如无线电设备中的高频扼流圈；f 越小，X_{L} 就越小，则 I 就越大；当 $f=0$ 时，$X_{\mathrm{L}}=0$，$I=\infty$，即电感 L 对直流相当于短路。X_{L} 有电阻的量纲，单位是 Ω。

4）电流 i 与电压 u 的波形如图 3-8b 所示。

5）电压与电流相量之比称为复感抗，用 Z_{L} 表示：

$$Z_{\mathrm{L}} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U\angle 90°}{I\angle 0°} = \mathrm{j}X_{\mathrm{L}} = \mathrm{j}2\pi fL \qquad (3\text{-}29)$$

复感抗 Z_{L} 的单位是欧姆（Ω）。复感抗 Z_{L} 既反映了 L 中 u 与 i 大小的关系 $|Z_{\mathrm{L}}| = U/I = X_{\mathrm{L}}$，又反映了 u 与 i 的相位关系 $\psi_{\mathrm{u}} - \psi_{\mathrm{i}} = 90°$。但是复感抗不是相量，因它不是时间的函数，只是一个计算量。式（3-29）是关于线性电感 L 的欧姆定律的相量形式。

6）u 与 i 的相量图如图 3-8c 所示。

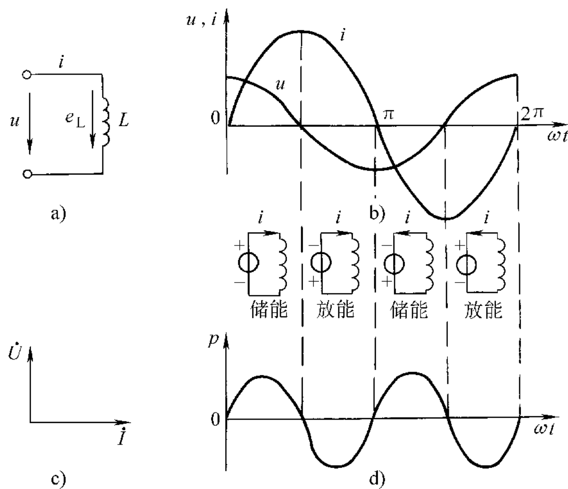


图 3-8　电感元件的正弦交流电路

3.4.2　功率消耗与能量转换

1. 线性电感 L 的瞬时功率与能量转换　由瞬时功率定义可得（$\varphi = \psi_{\mathrm{u}} - \psi_{\mathrm{i}} = 90°$）

$$p_{\mathrm{L}} = ui = U_{\mathrm{m}}I_{\mathrm{m}}\sin(\omega t + 90°)\sin\omega t$$
$$= U_{\mathrm{m}}I_{\mathrm{m}}\sin\omega t\cos\omega t = \frac{U_{\mathrm{m}}I_{\mathrm{m}}}{2}\sin 2\omega t$$
$$= UI\sin 2\omega t \qquad (3\text{-}30)$$

由式（3-30）可见，p_{L} 是一个幅值为 UI，并以 2ω 的角频率随时间而变化的交变量，其波形如图 3-8d 所示。

在第一个和第三个 1/4 周期内，p_{L} 为正值（u 与 i 同为正或同为负），且 i 在增大，说明电

感 L 从电源汲取电能，转换为磁能储存在线圈的磁场中；在第二个和第四个1/4周期内，p_L 为负值（u 与 i 一正一负），且 i 在减小，说明电感 L 将储存的磁能转换为电能归还给电源。可以看出，理想电感 L 在正弦交流激励下，不断地与电源进行能量交换，但却不消耗能量。

2. 线性电感 L 的平均功率 瞬时功率 p_L 在一周期内的平均值即为平均功率

$$P_L = \frac{1}{T}\int_0^T p_L \mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T UI\sin 2\omega t \mathrm{d}t = 0 \tag{3-31}$$

可见理想电感在正弦交流电路中是不消耗能量的。

3. 无功功率 电感 L 虽不消耗有功功率，但要求与电源间进行能量交换，这种能量交换的规模，用瞬时功率的最大值表示，称为无功功率，并记作

$$Q_L = UI = I^2 X_L = \frac{U^2}{X_L}$$

为与有功功率区别，无功功率的单位是乏（var）或千乏（kvar）。

储能元件（L 或 C），虽本身不消耗能量，但需占用电源容量并与之进行能量交换，对电源是一种负担。

例3-3 已知0.1H的电感线圈（略 R_{Cu}）接在10V的工频电源上。求：1）线圈的感抗；2）电流的有效值；3）线圈的无功功率；4）线圈的最大储能；5）设电压的初相位为零度，求 $\dot{I}$；6）若其他参数不变，电源电压的频率变为5000Hz，再求电流 I。

解

1）感抗

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 0.1\Omega = 31.4\Omega$$

2）电流有效值

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{10}{31.4}\text{A} = 0.318\text{A}$$

3）无功功率

$$Q_L = UI = 10\text{V} \times 0.318\text{A} = 3.18\text{var}$$

4）最大储能

$$W_{LM} = \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (\sqrt{2} \times 0.318)^2\text{J} = 0.01\text{J}$$

5）设 $\dot{U} = 10\underline{/0^\circ}\text{V}$，则

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\text{j}X_L} = \frac{10\underline{/0^\circ}}{\text{j}31.4}\text{A} = 0.318\underline{/-90^\circ}\text{A} = -\text{j}0.318\text{A}$$

6）当 $f = 5000\text{Hz}$ 时

$$X_L = 2 \times 3.14 \times 5000 \times 0.1\Omega = 3140\Omega$$

$$I = \frac{10}{3140}\text{A} = 0.00318\text{A} = 3.18\text{mA}$$

可见，频率增高后，电感线圈中的电流减小了。

练习与思考

3-4-1 在图3-8a电感元件的正弦交流电路中，$L = 200\text{mH}$，$u = 80\sin(1000t + 105^\circ)\text{V}$，则电感中电流 $i =$ (　　)。

a) $0.4\sin(1000t+15°)$A　b) $0.04\sin(1000t-165°)$A　c) $0.2\sqrt{2}\angle 15°$A

3-4-2　指出下列各式哪些是对的，哪些是错的。

$u=L\dfrac{di}{dt}$，$u=X_L i$，$u=Li$，$i=i_0+\dfrac{1}{L}\int_0^t u dt$，$U=j\omega LI$，$\dot{U}=X_L\dot{I}$，$\dot{I}=-j\dfrac{\dot{U}}{\omega L}$，$\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{j\omega L}$，$p_L=ui=0$，$P_L=0$，$Q_L=UI=I^2X_L$。

3.5　电容元件的正弦交流电路

图 3-9a 是正弦交流激励下的线性电容电路，电路中的电流 i 和电容器两端的电压 u 的参考方向如图中所示。下面讨论该电路的伏安关系、功率消耗和能量转换。

3.5.1　伏安关系

线性电容 C 的瞬时伏安关系为

$$i=C\frac{du}{dt}$$

若设电压 $u=U_m\sin\omega t$ 为参考正弦量，代入上式得流过线性电容 C 的电流为

$$\begin{aligned} i &= C\frac{d(U_m\sin\omega t)}{dt}=\omega CU_m\cos\omega t \\ &=\omega CU_m\sin(\omega t+90°) \\ &=I_m\sin(\omega t+90°) \end{aligned} \tag{3-32}$$

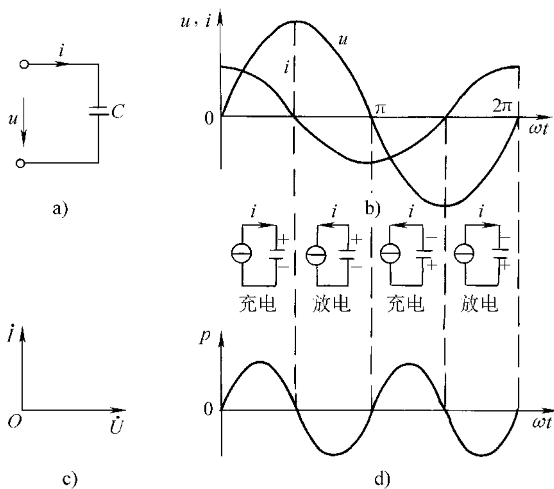


图 3-9　电容元件的正弦交流电路

由式（3-32）可知：

1）i 与 u 是同频率的正弦量。

2）i 超前 u 相位角 90°。

3）u 与 i 的有效值（或最大值）之比称为容抗，记作

$$X_C=\frac{U}{I}=\frac{U_m}{I_m}=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC} \tag{3-33}$$

容抗 X_C 的单位是 Ω。当电压 U 和电容 C 确定时，容抗 X_C 的大小与频率 f 有关，当 f 较高时，容抗 X_C 较小，电容中通过的电流较大，说明电容对高频电流的阻碍作用较小；当 f 较低时，容抗 X_C 较大，电容中通过的电流较小，说明电容对低频电流的阻碍作用较大。若 $f=0$，即对直流而言 $X_C\to\infty$，电容可视作开路。总之，电容有隔直流、通交流的作用。

频率一定时，容抗 X_C 与电容 C 的值成反比。

4）电压 u 与电流 i 的波形如图 3-9b 所示。

5）电压与电流相量之比称为复容抗，用 Z_C 表示，即

$$Z_C=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{U\angle 0°}{I\angle 90°}=-jX_C=-j\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{j2\pi fC} \tag{3-34}$$

复容抗 Z_C 的单位是 Ω。Z_C 反映了通过电容电流 i 与端电压 u 大小的关系 $|Z_C|=U/I=X_C$，也反映了 u 与 i 的相位关系 $\psi_u-\psi_i=-90°$。Z_C 和 Z_L 同样不是相量，只是计算量。式（3-34）是线性电容 C 的欧姆定律的相量形式。

6）u 与 i 的相量图如图 3-9c 所示。

3.5.2 功率消耗与能量转换

1. 线性电容 C 的瞬时功能与能量转换 由瞬时功率的定义可得（$\varphi=\psi_u-\psi_i=-90°$）

$$\begin{aligned}p_C&=ui=U_mI_m\sin(\omega t-90°)\sin\omega t\\&=-UI\sin2\omega t\end{aligned}\qquad(3\text{-}35)$$

由式（3-35）可见，p_C 是一个幅值为 $-UI$，并以 2ω 的角频率随时间而变化的交变量，其波形如图 3-9d 所示。

在第一个和第三个 1/4 周期内，电压值在增高，即电容在充电，使电源的电能转换为电场能量储存在电场中，所以 p 为正值。在第二个和第四个 1/4 周期内，电压值在降低，即电容在放电，把储存的电场能量放还给电源，所以 p 是负的。就这样，理想的线性电容，在正弦交流激励下，不断地与电源进行能量交换，但却不消耗能量。

2. 线性电容 C 的平均功率 根据定义，其平均功率为

$$P_C=\frac{1}{T}\int_0^T p_C\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T UI\sin2\omega t\mathrm{d}t=0\qquad(3\text{-}36)$$

可见理想电容在正弦交流电路中是不消耗能量的。

3. 无功功率 无功功率是用来表示电容元件与电源间能量交换的规模大小的，记作

$$Q_C=-UI=-I^2X_C=\frac{U^2}{-X_C}\qquad(3\text{-}37)$$

单位是乏（var）或千乏（kvar）。Q_C 与 Q_L 具有互补性。

例 3-4 已知图 3-9a 中的电容 $C=4.75\mu\text{F}$，$u=220\sqrt{2}\sin314t$ V。求：1）容抗 X_C；2）电容中电流有效值 I_C；3）电容中电流的瞬时值 i_C；4）电容的有功功率 P_C 和无功功率 Q_C；5）电容的最大储能 W_{CM}；6）若其他参数不变，电源电压的频率变为 5000Hz，再求电流 I_C。

解

1）容抗

$$X_C=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\times3.14\times50\times4.75\times10^{-6}}\Omega=670\Omega$$

2）电流有效值

$$I_C=\frac{U}{X_C}=\frac{220}{670}\text{A}=0.328\text{A}$$

3）电流瞬时值

$$i_C=0.328\sqrt{2}\sin(314t+90°)\text{ A}$$

4）有功功率

$$P_C=0\text{W}$$

无功功率

$$Q_C=UI_C=220\times0.328\text{var}=72.25\text{var}$$

5）电容的最大储能

$$W_{CM}=\frac{1}{2}CU_m^2=\frac{1}{2}\times4.75\times10^{-6}\times(220\sqrt{2})^2\text{J}=0.23\text{J}$$

6）若 $f=5000\text{Hz}$，电容的容抗为

$$X_C=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\times 3.14\times 5\times 10^3\times 4.75\times 10^{-6}}\Omega=6.7\Omega$$

电容中的电流

$$I_C=\frac{U}{X_C}=\frac{220}{6.7}\text{A}=32.8\text{A}$$

可见频率增高后，容抗降低了，通过电容的电流增加了。

练习与思考

3-5-1　通过 0.5F 电容的电流是 $i=\sqrt{2}\sin(100t-30°)\text{A}$，则电容的端电压 $u=$（　　）。

a）$0.02\sqrt{2}\sin(100t-120°)\text{V}$　b）$0.02\sin(100t-120°)\text{V}$　c）$0.02\sqrt{2}\sin(100t+60°)\text{V}$

3-5-2　$R=1\text{k}\Omega$ 的电阻与 $C=50\mu\text{F}$ 的电容并联后，作用 $I=2\text{mA}$ 的直流电流，求电阻和电容支路的电流和它们的端电压。

3-5-3　若上题作用的是有效值为 2mA，频率为 1000Hz 的正弦交流电流，再求各支路电流和并联元件的端电压。

3.6　正弦稳态电路的分析

下面以 R、L、C 串联电路为例，介绍正弦稳态电路的相量模型分析法和相量图分析法，并讨论功率关系。

3.6.1　正弦稳态电路的相量模型分析方法

对图 3-10a 所示 R、L、C 串联电路，为了求得正弦电压 u，正弦电流 i 与电路参数间的关系，可先作出图 3-10b 所示的原电路的相量模型。相量模型的电路结构与原电路相同；但电路变量要用相量表示，即电压用 $\dot{U}$ 表示，电流用 $\dot{I}$，电动势用 $\dot{E}$ 表示；电路元件的参数用复阻抗 Z（或复导纳 $Y=1/Z$）表示，即电感用 $\text{j}X_L$ 表示，电容用 $-\text{j}X_C$ 表示，电阻用 R 表示。在直流电路中得到的电路定律、定理及分析方法都相应地适用于相量模型，因此正弦稳态电路分析，通过相量模型这一变换，就可按直流电阻电路的模式进行分析。最后将求得的电压、电流相量 $\dot{U}$、$\dot{I}$ 转换为瞬时值 u、i，或将求得的复阻抗 $\text{j}X_L$、$-\text{j}X_C$ 转换为 L、C 的值。

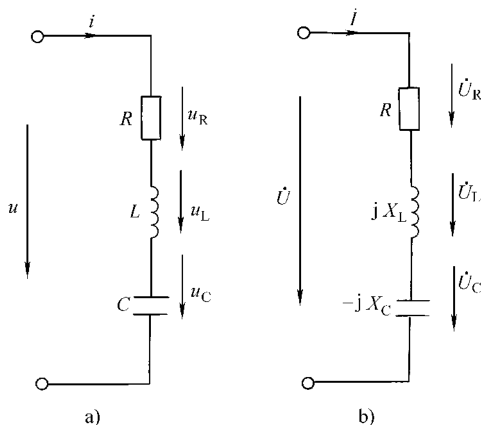


图 3-10　相量模型分析方法
a）R、L、C 串联电路　b）相量模型

按上述方法，R、L、C 串联电路总的复阻抗应为

$$\begin{aligned}Z&=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=R+\text{j}X_L-\text{j}X_C\\&=R+\text{j}(X_L-X_C)\\&=|Z|\text{e}^{\text{j}\varphi}=|Z|\angle\varphi\\&=\frac{U}{I}\angle\psi_u-\psi_i\end{aligned}\tag{3-38}$$

复阻抗 Z 的模

$$|Z| = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \tag{3-39}$$

约束着 u 与 i 有效值之间的关系。

复阻抗 Z 的辐角

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctan \frac{X_L - X_C}{R} \tag{3-40}$$

表示了 u 与 i 之间的相位关系。

由上两式可知，复阻抗的模 $|Z|$，实部 R 和虚部电抗 $X = X_L - X_C$ 构成一个阻抗三角形，如图3-11所示，φ 称为阻抗角。

电路的性质由电路参数决定，当 $X_L - X_C > 0$ 时，$\varphi = \psi_u - \psi_i > 0$，电路呈电感性；当 $X_L - X_C < 0$ 时，$\varphi = \psi_u - \psi_i < 0$，电路呈电容性；当 $X_L - X_C = 0$ 时，$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$，电路呈纯电阻性。

对于任意一个线性无源二端网络，求得其复阻抗 Z，就可知其端电压、电流间大小和相位关系以及该网络的性质。

3.6.2 正弦稳态电路的相量图分析方法

这种方法可更直观地展示各电路变量间大小和相位关系，但准确性较差。一般作图前先确定一个参考正弦量，对于串联电路定电流为参考正弦量为宜，对并联电路定电压为参考正弦量为宜。

对图3-10a所示的 R、L、C 串联电路，设电流 $\dot{I}$ 为参考正弦量，则电感上的电压 $\dot{U}_L = jX_L\dot{I}$，超前于 $\dot{I}$ 角90°，其长度为 $U_L = X_LI$；电容上的电压 $\dot{U}_C = -jX_C\dot{I}$，滞后 $\dot{I}$ 角90°，其长度 $U_C = X_CI$；电阻上的压降 $\dot{U}_R = \dot{R}I$ 与 $\dot{I}$ 相同，长度 $U_R = RI$。总电压 $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$，相量图如图3-12所示。

在相量图中，总电压 $\dot{U}$、电阻元件电压 $\dot{U}_R$ 和电抗元件上的电压 $\dot{U}_X = \dot{U}_L + \dot{U}_C$ 组成一个电压三角形。电压三角形与阻抗三角形对应边之比为电流 I，它们是相似三角形，如图3-11所示。有效值电压的关系是

$$U^2 = U_R^2 + U_X^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \tag{3-41}$$

应特别注意，此处总电压的有效值不等于各元件有效值电压之和，即 $U \neq U_R + U_L + U_C$。

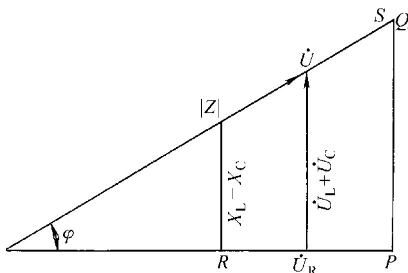


图3-11 阻抗、电压和功率三角形

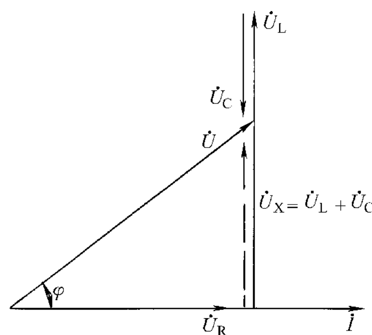


图3-12 R、L、C 串联电路的相量图

相量图法将正弦稳态电路分析的问题转变为平面几何的问题，具有简单、直观的优点，它与相量模型法相辅相成，是正弦电路的基本分析方法。下面是这两种分析方法的应用举例。

例3-5　电路如图3-13a所示，已知$R_1=1.5\text{k}\Omega$，$R_2=1\text{k}\Omega$，$L=1/3\text{H}$，$C=1/6\mu\text{F}$，$u_s=40\sqrt{2}\sin 3000t\ \text{V}$，求电流$i_C$。

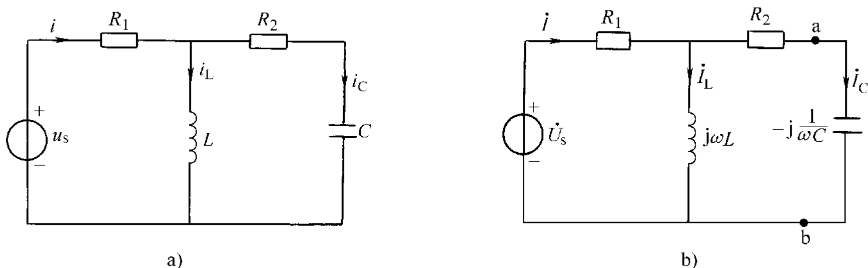


图3-13　例3-5图

解

1）作原电路的相量模型

$$\dot{U}_s=40\underline{/0^\circ}\text{V}$$

$$\text{j}\omega L=\text{j}3000\times\frac{1}{3}\text{k}\Omega=\text{j}1\text{k}\Omega$$

$$-\text{j}\frac{1}{\omega C}=-\text{j}\frac{1}{3000\times\frac{1}{6}\times10^{-6}}\text{k}\Omega=-\text{j}2\text{k}\Omega$$

故得图3-13b所示的相量模型。

2）用戴维南定理求电流相量$\dot{I}_C$

把图3-13b中a、b两点左边电路化为一等效电压源，其电动势$\dot{E}_0$和内阻抗Z_{eq}为

$$\dot{E}_0=\dot{U}_s\frac{\text{j}\omega L}{R_1+\text{j}\omega L}=40\frac{\text{j}}{1.5+\text{j}}\text{V}=(12.3+\text{j}18.5)\ \text{V}=22.2\underline{/56.4^\circ}\text{V}$$

$$Z_{eq}=R_2+\frac{R_1\text{j}\omega L}{R_1+\text{j}\omega L}=\left(1+\frac{\text{j}1.5}{1.5+\text{j}}\right)\text{k}\Omega=(1.46+\text{j}0.69)\ \text{k}\Omega$$

故得图3-14所示的相量形式的戴维南等效电路。由该等效电路得

$$\dot{I}_C=\frac{\dot{E}_0}{Z_{eq}-\text{j}\frac{1}{\omega C}}=\frac{22.2\underline{/56.4^\circ}}{1.46+\text{j}0.69-\text{j}2}\text{mA}$$

$$=\frac{22.2\underline{/56.4^\circ}}{1.46-\text{j}1.31}\text{mA}=\frac{22.2\underline{/56.4^\circ}}{1.96\underline{/-41.9^\circ}}\text{mA}$$

$$=11.3\underline{/98.3^\circ}\text{mA}$$

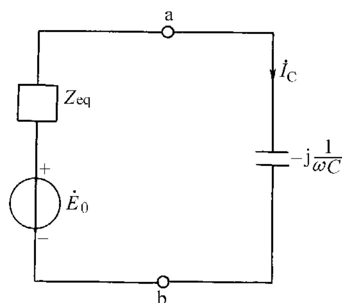


图3-14　图3-13b的戴维南等效电路

3）将$\dot{I}_C$转换为瞬时值

$$i_C=11.3\sqrt{2}\sin(3000t+98.3^\circ)\text{mA}$$

例3-6　在图3-15a所示电路中，已知总电压$U=100\text{V}$，$I_1=I_2=10\text{A}$，且$\dot{I}$、$\dot{U}$同相，求电流I和各元件参数R、X_L、

X_C 的值。

解法1 因电阻与电容并联部分的电压 $U_R = U_C$，又已知 $I_1 = I_2 = 10\text{A}$，所以 $R = X_C$。

若设 $\dot{I}_2 = 10\underline{/0°}\text{A}$，则 $\dot{I}_1 = 10\underline{/90°}\text{A}$ 由

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (10 + \text{j}10)\text{A} = 10\sqrt{2}\underline{/45°}\text{A}$$

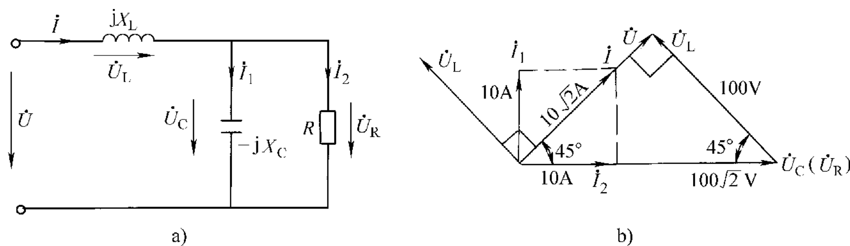


图3-15 例3-6图

a）电路图 b）相量图

得 $I = 10\sqrt{2}\text{A} = 14.14\text{A}$。

该电路的复阻抗

$$Z = \text{j}X_L + \frac{R(-\text{j}X_C)}{R - \text{j}X_C}$$

将 $R = X_C$ 代入并化简为

$$Z = \frac{R}{2} + \text{j}\left(X_L - \frac{R}{2}\right)$$

由 $\dot{U}$、$\dot{I}$ 同相，可知 Z 的虚部为零。因此可得

$$\frac{R}{2} = \frac{U}{I} = \frac{100}{10\sqrt{2}}\Omega = \frac{10}{\sqrt{2}}\Omega$$

$$R = 10\sqrt{2}\Omega$$

$$X_C = R = 10\sqrt{2}\Omega$$

$$X_L = \frac{R}{2} = 5\sqrt{2}\Omega$$

解法2 用相量图分析，设并联部分电压 $\dot{U}_R = \dot{U}_C$ 为参考正弦量，则 $\dot{I}_2$ 与之同相，有效值（线段长度）为10A，$\dot{I}_1$ 超前 $\dot{U}_C$ 角90°，值为10A，总电流 $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ 超前 $\dot{U}_R$ 角45°，且其值为 $I = 10\sqrt{2}\text{A}$。如图3-15b所示。

$\dot{U}_L$ 超前 $\dot{I}$ 角90°，即超前 $\dot{U}$ 为90°，而 $\dot{U}$ 与 $\dot{U}_R$ 相位差是45°，又有 $\dot{U}_L + \dot{U}_R = \dot{U}$，可见 $\dot{U}_L$、$\dot{U}_R$、$\dot{U}$ 组成一个等腰直角三角形，故得

$$U_L = U = 100\text{V}$$

$$U_C = U_R = 100\sqrt{2}\text{V}$$

所以

$$R = \frac{U_R}{I_2} = \frac{100\sqrt{2}}{10}\Omega = 10\sqrt{2}\Omega = 14.14\Omega$$

$$X_C = \frac{U_C}{I_1} = \frac{100\sqrt{2}}{10}\Omega = 10\sqrt{2}\Omega = 14.14\Omega$$

$$X_L = \frac{U_L}{I} = \frac{100}{10\sqrt{2}}\Omega = 5\sqrt{2}\Omega = 7.07\Omega$$

例 3-7　求图 3-16 电路中的电流 $\dot{I}_1$ 的值。

解　用节点电压法求，设参考节点为 0，独立节点的电位为

$$\dot{U}_{10} = \frac{\frac{10}{3}\text{A} + \frac{2\dot{I}_1}{-\text{j}2}}{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{\text{j}4} + \frac{1}{-\text{j}2}\right)\text{S}}\text{V} = \frac{(\text{j}40\text{A} - 12\dot{I}_1)}{(-3 + \text{j}4)\text{S}}\text{V}$$

又知 $\dot{U}_{10} = 10\text{V} - 3\Omega\dot{I}_1$，代入上式解得

$$\dot{I}_1 = \frac{10}{7 - \text{j}4}\text{A} = 1.24\underline{/29.7°}\text{A}$$

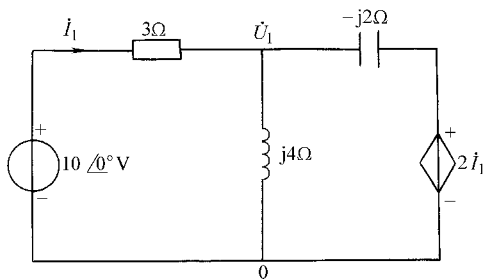


图 3-16　例 3-7 图

3.6.3　正弦交流电路中的功率

1. 瞬时功率

$$\begin{aligned} P &= ui = U_m\sin(\omega t + \varphi)I_m\sin\omega t \\ &= 2UI\sin(\omega t + \varphi)\sin\omega t \\ &= UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t + \varphi) \end{aligned} \tag{3-42}$$

p 是一个常量与一个正弦量的叠加。

2. 平均功率　由平均功率定义有

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T}\int_0^T p\text{d}t \\ &= \frac{1}{T}\int_0^T [UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t + \varphi)]\text{d}t \\ &= UI\cos\varphi \end{aligned} \tag{3-43}$$

平均功率即是电阻元件上消耗的有功功率。由电压三角形，平均功率还可表示为

$$P = U_R I = I^2 R = \frac{U_R^2}{R}$$

对于有多个电阻元件的网络，总的有功功率是各电阻元件消耗的有功功率之和。

3. 无功功率　无功功率是电路与电源间进行能量交换的那部分功率，是电流 I 与电压的无功分量 U_x 的乘积，即

$$Q = IU_x = IU\sin\varphi \tag{3-44}$$

或

$$\begin{aligned} Q &= I^2X = I^2(X_L - X_C) \\ &= I(U_L - U_C) = Q_L - Q_C \end{aligned}$$

式（3-43）、式（3-44）适用于任一线性无源二端网络。

4. 视在功率　任一线性无源二端网络端口电压与电流有效值乘积，即为该网络的视在功率

$$S = UI = I^2|Z| \tag{3-45}$$

交流电气设备是按照规定的额定电压 U_N 和额定电流 I_N 设计和使用的，因此具有额定视

在功率

$$S_N = U_N I_N$$

视在功率的单位是伏按（V·A）或千伏安（kV·A），以区别平均功率和无功功率。

平均功率 P、无功功率 Q 与视在功率 S 的关系为

$$P^2 + Q^2 = (UI\cos\varphi)^2 + (UI\sin\varphi)^2 = (UI)^2 = S^2 \tag{3-46}$$

可见，P、Q、S 组成一个功率三角形，如图 3-11 所示，它与阻抗三角形、电压三角形是相似三角形。引入这 3 个三角形的目的，是为了帮助理解和记忆正弦稳态电路中各量间的关系。

例 3-8 在三个复阻抗串联电路中，已知 $Z_1 = (2 + j1)\Omega$，$Z_2 = (5 - j3)\Omega$，$Z_3 = (1 - j4)\Omega$，作用电压 $u = 20\sqrt{2}\sin314t\text{V}$，求电流 i 和电路的功率 P、Q、S，并说明电路的性质。

解

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{20\angle 0°\text{V}}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{20\angle 0°\text{V}}{(2 + j1 + 5 - j3 + 1 - j4)\Omega}$$

$$= 2\angle 36.86°\text{A}$$

$$i = 2\sqrt{2}\sin(314t + 36.86°)(\text{A})$$

电流超前电压 36.86°，是容性电路。

$$P = UI\cos36.86° = 20 \times 2 \times 0.8\text{W} = 32\text{W}$$

或

$$P = I^2(R_1 + R_2 + R_3) = 2^2 \times (2 + 5 + 1)\text{W} = 32\text{W}$$

$$Q = UI\sin(-36.86) = 20 \times 2 \times (-0.6)\text{var} = -24\text{var}$$

或

$$Q = I^2(X_1 - X_2 - X_3) = 2^2 \times (1 - 3 - 4)\text{var} = -24\text{var}$$

无功功率 Q 是负值，也说明是容性电路。

$$S = UI = 20 \times 2 \quad \text{V·A} = 40\text{V·A}$$

上例中可见，n 个复阻抗串联的等效复阻抗为

$$Z = Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n \tag{3-47}$$

在并联电路中，为计算方便，电路参数常常用复导纳 Y 表示，其定义为

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{Z} \tag{3-48}$$

复导纳的单位是西门子（S）。n 个复导纳并联的等效复导纳为

$$Y = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n \tag{3-49}$$

例 3-9 在图 3-17a 所示电路中，已知 $G = 1\text{S}$，$L = 2\text{H}$，$C = 0.5\text{F}$，$i_s = 3\sqrt{2}\sin2t$ A，求 u_s，并判断电路性质。

解 作原电路的相量模型如图 3-17b 所示。图中

$$\dot{I}_s = 3\angle 0°\text{A}$$

$$Y_G = G = 1\text{S}$$

$$Y_L = \frac{1}{j\omega L} = -j\frac{1}{4}\text{S}$$

$$Y_C = j\omega C = j\text{S}$$

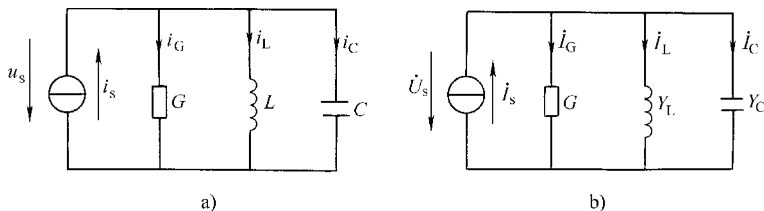


图 3-17　例 3-9 图

由式（3-49）可求得这一并联电路的总导纳

$$Y = Y_G + Y_L + Y_C = \left(1 - j\frac{1}{4} + j\right)S$$
$$= (1 + j0.75)S = 1.25\angle 36.9°S$$

由相量模型可得

$$\dot{U}_s = \frac{\dot{I}}{Y} = \frac{3\angle 0°}{1.25\angle 36.9°} = 2.4\angle -36.9°V$$
$$u_s = 2.4\sqrt{2}\sin(2t - 36.9°)V$$

导纳角 $\theta = \psi_i - \psi_u = 36.9°$，说明电流超前电压，电路呈电容性。由电路参数可知，容纳 $\omega C = 1S$ 大于感纳 $1/(\omega L) = 1/4S$（或容抗 $1/(\omega C)$ 小于感抗 ωL），则电容支路的电流 I_C 将大于电感支路电流，使总电流呈容性，超前于总电压。

练习与思考

3-6-1　在 RC 串联电路中，电压与电流关系表达式正确的是（　　）。

a）$i = \frac{u}{|Z|}$　b）$I = \frac{U}{R + X_C}$　c）$I = \frac{U}{|Z|}$

3-6-2　在 RC 串联电路中，电压与电流关系表达式错误的是（　　）。

a）$U = U_R + U_C$　b）$u = iR + \frac{1}{C}\int i dt$　c）$\dot{U}_C = \frac{-j\frac{1}{\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}\dot{U}$

3-6-3　已知无源二端网络的端口电压和电流分别为 $\dot{U} = 30\angle 45°V$，$\dot{I} = -3\angle -165°A$，求该网络的复阻抗 Z；该网络的性质；平均功率 P；无功功率 Q；视在功率 S。

3-6-4　有一 R、L、C 串联电路，已知 $R = X_L = X_C = 5\Omega$，端电压 $U = 10V$，则 $I =$（　　）A。

a）2/3　b）1/2　c）2

3-6-5　在图 3-18 所示电路中，$X_L = X_C = R$，并已知安培计 A_1 的读数为 3A，则安培计 A_2、A_3 的读数应为（　　）。

a）1A、1A　b）3A、0A　c）$3\sqrt{2}$A、3A

3-6-6　图 3-19 所示电路的复阻抗 $Z_{ab} =$（　　）。

a）$(1 - j)\ \Omega$　b）$(1 + j)\ \Omega$　c）$\frac{2}{3}\Omega$

3-6-7　若某支路的复阻抗 $Z = (8 - j6)\Omega$，则其复导纳 $Y =$（　　）S。

a）$\frac{1}{8} - j\frac{1}{6}$　b）$0.08 + j0.06$　c）$0.8 - j0.6$

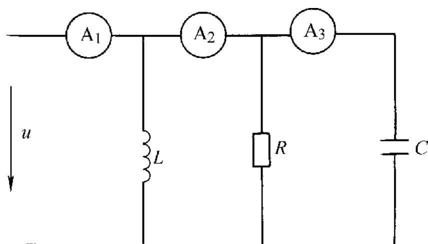


图3-18　题3-6-5图

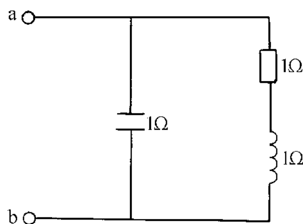


图3-19　题3-6-6图

3-6-8　已知某元件的复导纳为 $Y=0.1\angle -30°\text{S}$，可判断其为（　　）元件。
a）电阻性　b）电感性　c）电容性

3.7　功率因数的提高

由式（3-43）可知，在正弦交流电路中，平均功率 P 在一般情况下并不等于视在功率 UI，除纯阻性电路外，一般 P 小于 UI，决定平均功率与视在功率关系的是 $\cos\varphi$，称之为功率因数，即

$$\cos\varphi=\frac{P}{S} \tag{3-50}$$

对于无独立电源的单口网络，端口等效阻抗为 $Z=|Z|\angle\varphi_Z$，阻抗角 φ_Z 称为该网络的功率因数角，是端口电压与电流的相位差角，即 $\varphi_Z=\psi_u-\psi_i$，因此网络的功率因数 $\cos\varphi=\cos\varphi_Z$ 的值取决于网络的参数。当阻抗为电感性时，$\varphi_Z>0$；阻抗为电容性时，$\varphi_Z<0$。但无论 φ_Z 是正还是负，$\cos\varphi_Z$ 总为正值，可见单给出 $\cos\varphi$ 值，不能表明电路的性质，因此习惯上在 $\cos\varphi$ 上加以“滞后”或“超前”字样。所谓滞后，是指电流滞后电压，即 φ_Z 为正值的情况；所谓超前，是指电流超前电压，即 φ_Z 为负值的情况。

在工业生产中，多为感性负载。例如最常用的异步电动机，在额定负载时功率因数约为0.7～0.9，而轻载时可降至0.2～0.3。其他如工频炉、电焊变压器、继电器、接触器等负载的功率因数也都较低。功率因数不高将产生以下两方面的不良影响：

1. 增加输电线路的功率损耗　当输电线路的电压 U 一定，负载的有功功率 P 也一定时，由式（3-42）可得

$$I=\frac{P}{U\cos\varphi}$$

即输电线中的电流 I 与功率因数 $\cos\varphi$ 成反比。$\cos\varphi$ 越低，输电线路上的电流就越大，设输电线的电阻为 R_l，则输电线的功率损耗 $\Delta P=I^2R_l$ 也会越大，这将造成较大的电能浪费。若采取加大导线截面积的办法降低 ΔP，代价是投入更多的有色金属铜或铝。

2. 电源设备的容量不能充分利用　电源设备的额定容量 S_N 是一定的。由 $P=S_N\cos\varphi$ 可知，电源能输出的有功功率 P 与负载的功率因数 $\cos\varphi$ 成正比，$\cos\varphi$ 越低，P 越小，而无功功率越大，电路中的能量交换规模越大，这就使发电设备的利用率大为降低。

例如容量为1000kV·A的变压器，若 $\cos\varphi=1$，能发出1000kW的有功功率，而在 $\cos\varphi=0.7$ 时，则只能发出700kW的有功功率。

因此，为了节省电能和提高电源设备的利用率，必须提高用电设备的功率因数。按着供用电管理规则，需高压供电的工业企业用户的平均功率因数不低于 0. 95，需低压供电的用户不低于 0. 9。

提高功率因数，常用的方法是在感性负载的两端并联电容器（靠近负载或装置于用户变电所中)，其电路图和相量图分别如图 3-20a、b 所示。

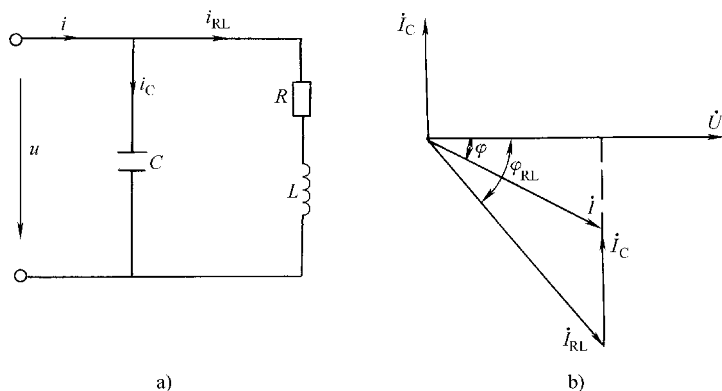


图 3-20　并联电容提高感性负载的功率因数

在感性负载 RL 支路上并联电容器 C 后，因电压 U（额定）和负载参数不变，所以流过负载支路的电流。

$$I_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

不变。其次，负载本身的功率因数

$$\cos\varphi_{RL} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

不变。电路中消耗的有功功率

$$P = I_{RL}^2 R = UI_{RL}\cos\varphi_{RL} = UI\cos\varphi$$

也不变。但从相量图上看，并联电容器 C 后，总电压 $\dot{U}$ 与总电流 $\dot{I}$ 的相位差减小了，总功率因数 $\cos\varphi$ 增大了。功率因数的提高是指电源或电网的功率因数提高，而不是提高某个感性负载的功率因数。

电容的作用是补偿了一部分电感性负载所需要的无功功率，从而使负载与电源间的能量交换减少，提高了电源设备的利用率。随电容 C 的增加，φ 角随之减小，$\cos\varphi$ 随之增大，总电流 I 也随之减小，补偿的效果亦愈明显。若继续增大 C 的值，会出现 $\cos\varphi = 1$，甚至超前的 $\cos\varphi$（过补偿使电路变为容性)，这是没有必要的，一般功率因数补偿到接近 1 即可。那么，如何根据具体的功率因数补偿的要求计算电容 C 的值呢?

若把功率因数由 $\cos\varphi_{RL}$ 提高到 $\cos\varphi$，则由图 3-20 中的相量图可求得电容 C 的值：由

$$\frac{U}{I_C} = X_C = \frac{1}{\omega C}$$

得

$$C = \frac{I_C}{U\omega} = \frac{I_{RL}\sin\varphi_{RL} - I\sin\varphi}{U\omega}$$

$$= \frac{\frac{P}{U\cos\varphi_{\mathrm{RL}}}\sin\varphi_{\mathrm{RL}} - \frac{P}{U\cos\varphi}\sin\varphi}{U\omega}$$

$$= \frac{P}{U^2\omega}(\tan\varphi_{\mathrm{RL}} - \tan\varphi) \tag{3-51}$$

例3-10 现有电压 $u=220\sqrt{2}\sin314\mathrm{V}$、额定视在功率 $S_{\mathrm{N}}=10\mathrm{kV\cdot A}$ 的正弦交流电源，供电给有功功率 $P=8\mathrm{kW}$、功率因数 $\cos\varphi=0.6$ 的感性负载，试求解下列问题：1）该电源供出电流是否超过额定值？2）欲将电路的功率因数提高到0.95，应并联多大电容？3）并联电容后，电源供出的电流是多少？

解 1）由 $P=UI\cos\varphi$ 可求出电源供出电流，即负载取用电流为

$$I=\frac{P}{U\cos\varphi}=\frac{8\times10^3}{220\times0.6}\mathrm{A}=60.6\mathrm{A}$$

而电源的额定电流为

$$I_{\mathrm{N}}=\frac{S_{\mathrm{N}}}{U_{\mathrm{N}}}=\frac{10\times10^3}{220}\mathrm{A}=45.5\mathrm{A}$$

可见该电源提供的电流60.6A已超过额定电流值45.5A，使电源过载工作，即

$$S=UI=220\times60.6\mathrm{kV\cdot A}=13.3\mathrm{kV\cdot A}$$

2）由 $\cos\varphi_{\mathrm{RL}}=0.6$ 得 $\varphi_{\mathrm{RL}}=53.13°$

由 $\cos\varphi=0.95$ 得 $\varphi=18.19°$

则

$$C=\frac{P}{U^2\omega}(\tan\varphi_{\mathrm{RL}}-\tan\varphi)=\frac{8\times10^3}{220^2\times314}(\tan53.13°-\tan18.19°)\ \mu\mathrm{F}$$
$$=526\mu\mathrm{F}$$

欲将功率因数提高到0.95需并联526μF电容。

3）并联电容后，电源提供的电流为

$$I'=\frac{P}{U\cos\varphi}=\frac{8\times10^3}{220\times0.95}\mathrm{A}=38.3\mathrm{A}$$

此时电源提供的电流38.3A，小于其额定电流45.5A，使电源不再过载工作，电源向负载提供的视在功率为

$$S=UI'=220\times38.3\mathrm{kV\cdot A}=8.4\mathrm{kV\cdot A}$$

练习与思考

3-7-1 提高供电电路功率因数的意义有下列几种说法，其中正确的有（ ）。

a）减少了用电设备中无用的无功功率 b）减少了用电设备的有功功率，提高了电源设备的容量 c）可以节省电能 d）可减少电源向用电设备提供的视在功率 e）可提高电源设备的利用率并减小输电线路中的损耗

3-7-2 已知某感性负载的阻抗 $|Z|=7.07\Omega$，$R=5\Omega$，则其功率因数为（ ）。

a）0.5 b）0.6 c）0.707

3-7-3 对于感性负载，（ ）采用串联电容器的方法提高功率因数。

a）可以 b）不可以

3-7-4 若每支荧光灯的功率因数为0.5，则当 N 支荧光灯并联时，总的功率因数应是（ ）。

a）等于 0.5　b）大于 0.5　c）小于 0.5

3-7-5　若每支荧光灯的功率因数为 0.5，当 N 支荧光灯与 M 支白炽灯并联时，总的功率因数应（　　）。

a）等于 0.5　b）大于 0.5　c）小于 0.5

*3.8　正弦交流电路的频率特性

在正弦稳态电路分析中，激励信号的幅值与电路参数不变时，电路的响应随激励信号频率变化的函数关系称为电路的频率特性或频率响应。对于图 3-21 所示的无独立电源的线性双口网络，其频率特性通常用输出端口的响应函数 $R(\mathrm{j}\omega)$与输入端口的激励函数 $E(\mathrm{j}\omega)$之比，即网络函数

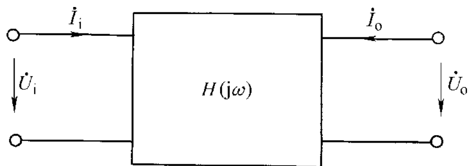


图 3-21　双口网络

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{R(\mathrm{j}\omega)}{E(\mathrm{j}\omega)} \tag{3-52}$$

表示。当 $R(\mathrm{j}\omega)$和 $E(\mathrm{j}\omega)$取端口上的不同值时，可得到不同含义的网络函数。例如输出端口取电压 $\dot{U}_o$，输入端口取电压 $\dot{U}_i$ 则得

$$H_{uu}(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i}=|H_{uu}(\mathrm{j}\omega)|\angle\varphi(\omega) \tag{3-53}$$

并称为转移电压比，常应用于电子技术中。上式可分别表示为转移电压比的幅频特性。

$$H_{uu}(\omega)=|H_{uu}(\mathrm{j}\omega)| \tag{3-54}$$

和相频特性

$$\varphi(\omega)=\varphi_{u_o}(\omega)-\varphi_{u_i}(\omega) \tag{3-55}$$

幅频特性表示转移电压比在大小上与频率 ω 的关系；相频特性表示输出端口电压 $\dot{U}_o$ 与输入端口电压 $\dot{U}_i$ 的相位差$[\varphi_{u_o}(\omega)-\varphi_{u_i}(\omega)]$与频率 ω 的关系。下面举例说明如何求得一个无源线性双口网络的频率特性。

例 3-11　试求图 3-22a 所示 RC 串并联网络的转移电压比 $H_{uu}(\mathrm{j}\omega)=\dot{U}_o/\dot{U}_i$，并画出其幅频与相频特性曲线。

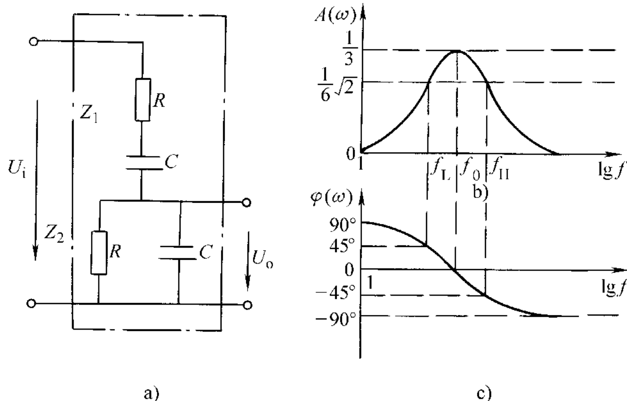


图 3-22　RC 串并联网络及其频率特性

解

令
$$Z_1 = R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} = \frac{1 + \mathrm{j}\omega RC}{\mathrm{j}\omega C}$$

$$Z_2 = \frac{R\,\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \frac{R}{1 + \mathrm{j}\omega RC}$$

则其转移电压比为

$$\begin{aligned} H_{uu}(\mathrm{j}\omega) &= \frac{\dot{U}_\mathrm{o}}{\dot{U}_\mathrm{i}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \\ &= \frac{\dfrac{R}{1 + \mathrm{j}\omega RC}}{\dfrac{1 + \mathrm{j}\omega RC}{\mathrm{j}\omega C} + \dfrac{R}{1 + \mathrm{j}\omega RC}} \\ &= \frac{1}{3 + \mathrm{j}\left(\omega RC - \dfrac{1}{\omega RC}\right)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3^2 + \left(\omega RC - \dfrac{1}{\omega RC}\right)^2}} \Bigg/ \arctan\frac{1 - (\omega RC)^2}{3\omega RC} \end{aligned} \tag{3-56}$$

转移电压比的幅频特性为

$$H_{uu}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{3^2 + \left(\omega RC - \dfrac{1}{\omega RC}\right)^2}} \tag{3-57}$$

转移电压比的相频特性为

$$\varphi(\omega) = \arctan\frac{(1 - \omega RC)^2}{3\omega RC} \tag{3-58}$$

由式（3-57）和式（3-58）可分别画出图3-22b和图3-22c所示的转移电压比$H_u(\mathrm{j}\omega)$的幅频特性曲线和相频特性曲线。

当$\omega = \omega_0 = 1/(RC)$，即$f = f_0 = 1/(2\pi RC)$时的频率$f_0$称为选频网络的中心频率，此时网络的转移电压比最大

$$H_{uu}(\omega_0) = \frac{1}{3}$$

并且输出电压$\dot{U}_\mathrm{o}$与输入电压$\dot{U}_\mathrm{i}$同相。

频率大于或小于f_0时，$H_{uu}(\omega)$都将随之下降，当$H_{uu}(\omega) = (1/\sqrt{2})H_{uu}(\omega_0) = (1/\sqrt{2})(1/3)$时所对应的频率称为上限频率$f_\mathrm{H}$和下限频率$f_\mathrm{L}$，如图3-22b所示，在$f_\mathrm{L}$与$f_\mathrm{H}$之间的频率范围称为通频带

$$f_\mathrm{W} = f_\mathrm{H} - f_\mathrm{L}$$

故该电路有选频或带通的性质，又叫带通滤波器。

练习与思考

试写出图 3-23 所示 *RC* 电路的转移电压比 H_{uu}（jω），画出其幅频与相频特性曲线，说明其通频带的特点。

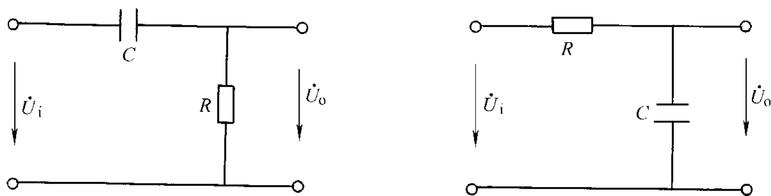


图 3-23　题 3-8-1 图

3.9　谐振电路

在同时具有电感和电容元件的电路中，一般电路端口电压与电流是不同相的，当调节电路参数或改变电源频率，使它们同相，这时电路中就发生了谐振现象。谐振现象在工程上既有可利用的一面，又有造成危害的一面，因而要了解产生谐振的条件及谐振电路的特点。按发生谐振的电路组成不同，可分为串联谐振和并联谐振。下面分别加以讨论。

3.9.1　串联谐振

对图 3-10a（本章第六节）所示的 *R*、*L*、*C* 串联电路，根据谐振的概念可知，谐振时该电路的复阻抗

$$Z = R + \mathrm{j}\left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right)$$

的虚部应为零，即

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0} \tag{3-59}$$

这就是 *R*、*L*、*C* 串联电路的谐振条件。当电源频率 ω_0 不变时，调节电路参数 *L*、*C* 或者 *L*、*C* 不变改变电源频率 ω 都可满足式（3-59），使电路发生谐振。由式（3-59）可得谐振时的谐振角频率 ω_0 和谐振频率 f_0：

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{3-60}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{3-61}$$

串联谐振电路具有下列特征：

1）最小的纯阻性阻抗

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R \tag{3-62}$$

2）最大的谐振电流

$$I_0 = \frac{U}{R} \tag{3-63}$$

3）此时电源不负担与 L 和 C 间的能量交换，能量交换在 L 和 C 之间进行，电路仍有容抗和感抗，并称为谐振电路的特性阻抗，记作

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{3-64}$$

ρ 与 R 之比称为电路的品质因数，用 Q 表示，即

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{3-65}$$

式中 R 较小，是线圈铜阻、电容器介质损耗等附加电阻，一般 $Q=50\sim200$。Q 值越大，串联谐振电路的电压特征就越显著，这就是品质因数的意义。

4）谐振电压。电阻上的电压等于电源电压，即

$$U_{R0} = RI_0 = R\frac{U}{R} = U \tag{3-66}$$

电感和电容上的电压是电源电压的 Q 倍：

$$U_{L0} = I_0 X_{L0} = \frac{U}{R}\omega_0 L = QU \tag{3-67}$$

$$U_{C0} = I_0 X_{C0} = \frac{U}{R}\frac{1}{\omega_0 C} = QU \tag{3-68}$$

因此，串联谐振也称为电压谐振。谐振电压的这一特征多应用于无线电工程，例如调谐选频电路，可以通过调节 C（或 L）的参数，使电路谐振于某一频率，使这一频率的信号被接收，其他频率的信号被抑制。但是在电气工程上，一般要防止产生电压谐振，因为电压谐振时产生的高电压和大电流会损坏电气设备。

5）串联谐振时的功率。有功功率为

$$P = I_0^2 R = \frac{U^2}{R} \tag{3-69}$$

电感和电容上的无功功率是电源提供有功功率的 Q 倍，即

$$I_0 U_{L0} = I_0 U_{C0} = \frac{U}{R}QU = Q\frac{U^2}{R} = QP \tag{3-70}$$

6）串联谐振的相量图如图3-24所示。

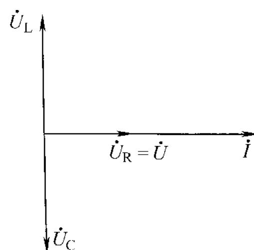


图3-24 串联谐振的相量图

例3-12 将一线圈与一电容器串联，线圈的 $L=4\text{mH}$，$R=50\Omega$，电容 $C=160\text{pF}$，接在 $U=25\text{V}$ 的电源上。1）当 $f_0=200\text{kHz}$ 时发生谐振，求谐振电流 I_0 与电容器上的电压 U_{C0}；2）当频率增加10%时，求电流 I 与电容器上的电压 U_C。

解 1）当 $f_0=200\text{kHz}$，电路发生谐振时

$$X_{C0} = X_{L0} = 2\pi f_0 L = 2\times3.14\times200\times10^3\times4\times10^{-3}\Omega$$
$$=5000\Omega$$

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{25}{50}\text{A} = 0.5\text{A}$$

$$U_{C0} = I_0 X_{C0} = 0.5\times5000\text{V} = 2500\text{V}\ (\gg U)$$

2）当频率增加10%时

$$X_L = 5500\Omega$$
$$X_C = 4500\Omega$$
$$|Z| = \sqrt{50^2 + (5500 - 4500)^2}\Omega \approx 1000\Omega\ (>>R)$$
$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{25}{1000}\text{A} = 0.025\text{A}\ (<<I_0)$$
$$U_C = IX_C = 0.025 \times 4500\text{V} = 112.5\text{V}\ (<<2500\text{V})$$

可见，偏离谐振频率 10%，I 和 U_C 就大大减小。

例 3-13　某收音机的调谐电路如图 3-25a 所示，天线线圈的电感 $L = 0.3\text{mH}$，$R = 16\Omega$。俗收听 640kHz 某电台广播，应将可变电容 C 调到多少皮法？若各频率信号在 L 中感应出电压为 $U = 2\mu\text{V}$，试求该电台信号在回路中的电流和线圈（或电容）两端的电压。

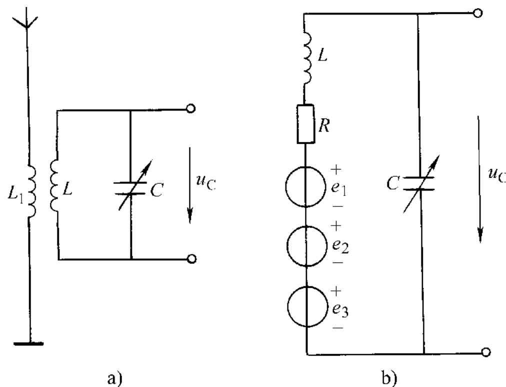


图 3-25　例 3-13 图
a）接收机的调谐电路　b）等效电路

解　由收音机调谐回路的等效电路图 3-25b 可知，这是串联谐振问题，故

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$ 代入参数得

$$640 \times 10^3\text{Hz} = \frac{1}{2 \times 3.14\sqrt{0.3 \times 10^{-3}C}}\text{Hz}$$

可算出

$$C = 204\text{pF}$$

这时

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{2 \times 10^{-6}}{16}\mu\text{A} = 0.13\mu\text{A}$$
$$X_C = X_L = 2\pi f_0 L = 2 \times 3.14 \times 640 \times 10^3 \times 0.3 \times 10^{-3}\Omega = 1200\Omega$$
$$U_C = U_L = I_0 X_L = 0.13 \times 10^{-6} \times 1200\mu\text{V} = 156\mu\text{V}$$

3.9.2　并联谐振

图 3-18（本章 3.6）所示的 R、L、C 并联谐振电路，完全可用上述串联谐振电路的分析模式来分析，这里从略。下面分析工程上常用的电感线圈与电容器并联的谐振电路，电感线圈用 R 和 L 的串联组合来表示，电路如图 3-26a 所示。

同串联谐振一样，当端口电压 $\dot{U}$ 与电流 $\dot{I}$ 同相时，电路发生谐振，谐振时电路的等效复导纳 Y（或复阻抗 Z）的虚部为零，由此可得并联谐振的条件与谐振频率。由谐振时

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{R + \text{j}\omega_0 L} + \text{j}\omega_0 C = \frac{R - \text{j}\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} + \text{j}\omega_0 C$$
$$= \frac{R}{R^2 + (\omega_0 L)^2} + \text{j}\left[\omega_0 C - \frac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2}\right] \quad (3\text{-}71)$$

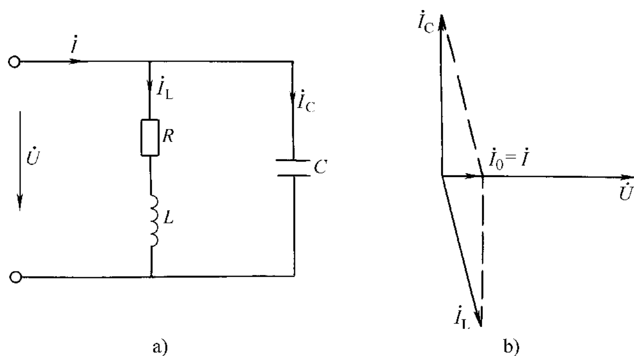


图3-26　R、L与C并联谐振电路

a）电路　b）相量图

得谐振条件为

$$\omega_0 C-\frac{\omega_0 L}{R^2+(\omega_0 L)^2}=0 \tag{3-72}$$

由此可得谐振角频率ω_0和谐振频率f_0为

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{CR^2}{L}} \tag{3-73}$$

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{CR^2}{L}} \tag{3-74}$$

将品质因数$Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$代入上式得

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{1}{Q^2}}\approx\frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{3-75}$$

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{1}{Q^2}}\approx\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{3-76}$$

因为通常有$Q>>1$，在此条件下并联谐振与串联谐振有相同形式的谐振频率表达式。

并联谐振电路有下列特征：

1）电路呈现最小的谐振电导，将式（3-73）代入式（3-71）可得

$$g_0=\frac{RC}{L} \tag{3-77}$$

或表示为最大的纯阻性阻抗$|Z_0|$，它是特性阻抗ρ的Q倍，即

$$|Z_0|=Q\omega_0 L=Q\rho \tag{3-78}$$

2）电路的总电流I最小，即

$$I=I_0=Ug_0=U\frac{RC}{L} \tag{3-79}$$

或

$$I_0=\frac{UR}{R^2+(\omega_0 L)^2} \tag{3-80}$$

3）谐振时，支路电流I_{C0}和I_{L0}是总电流I_B的Q倍，即

$$I_{C0}=U\omega_0 C=\frac{\omega_0 L}{R}\,\frac{URC}{L}=QI_0$$

$$I_{L0}=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega_0 L)^2}}\approx\frac{U}{\omega_0 L}=\frac{1}{\omega_0 RC}\frac{URC}{L}=QI_0$$

由此，并联谐振也称为电流谐振。

4）谐振时，电路消耗的有功功率为

$$P=I_0^2R$$

5）并联谐振的相量图如图3-26b所示。

例3-14　在图3-27所示电路中，已知 $R_1=10.1\Omega$，$R_2=1000\Omega$，$C=10\mu F$，$U_s=100V$，电路发生谐振时的角频率 $\omega_0=10^3 rad/s$。试求：1）电感 L 的值；2）谐振电路 I_0；3）谐振电压 U_{L0}；4）谐振电压 U_{C0}。

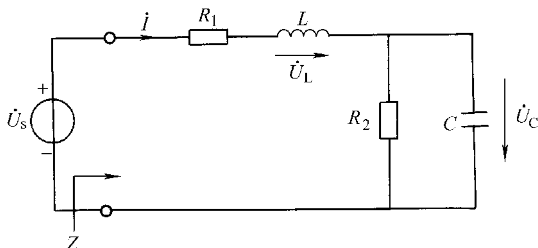


图3-27　例3-14图

解　谐振时复阻抗 Z 表示为

$$Z_0=R_1+j\omega_0 L+\frac{-jX_C R_2}{R_2-jX_C}=(10.1+j\omega_0 L+9.9-j99)\Omega$$
$$=[20+j(\omega_0 L-99)]\Omega$$

此时有
$$\omega_0 L-99\Omega=0$$

解得
$$L=99mH$$

谐振电流
$$I_0=\frac{U}{|Z_0|}=\frac{100}{20}A=5A$$

谐振电压
$$U_{L0}=I_0\omega_0 L=5\times10^3\times99\times10^{-3}V=495V$$

谐振电压
$$\dot{U}_{C0}=\dot{I}_0\frac{-jX_C R_2}{R_2-jX_C}=5\times(9.9-j99)V$$
$$=5\times99.5\angle-84.3°V$$
$$=497.5\angle-84.3°V$$

所以
$$U_{C0}=497.5V$$

通过本例可知，此电路的谐振频率与 R_1 无关，电容和电感两端电压都高于电源电压。

练习与思考

3-9-1　图3-28所示电路正处于谐振状态，把开关S由A点置于B点后，电压表V的读数将（　　）。

a）增大　b）减小　c）不变

3-9-2　处于谐振状态的 R、L、C 串联电路，若 $R<\omega_0 L=1/(\omega_0 C)$，则电容电压 U_C 与电源电压 U 的关系为（　　）。

a）$U_C=U$　b）$U_C>U$　c）$U_C<U$

3-9-3　处于谐振状态的 R、L、C 串联电路，若增加电容 C 的值，则电路将呈现（　　）。

a）电感生　b）电容性　c）电阻性

3-9-4　某感性负载串联电容后接额定电压 U_N，若所串联的电容使电路发生谐振，则负载所受的电压 U 与其额定电压 U_N 的关系是（　　）。

a）$U=U_N$　b）$U>U_N$　c）$U<U_N$

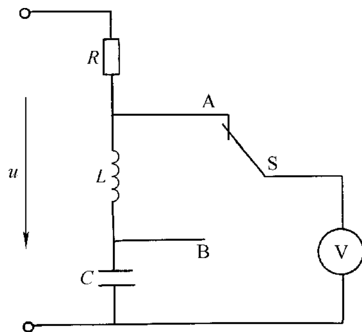


图3-28　例3-9-1图

3-9-5　处于谐振状态的 R、L、C 并联电路若减小其 L 值，则电路将呈现（　　）。

a）电阻性　　b）电感性　　c）电容性

3-9-6　R、L、C 并联电路原处于感性状态。若保持电源频率不变，调节可变电容 C 使其发生谐振。则应使 C 值（　　）。

a）增大　　b）减小　　c）须经试探方知其增减

3.10　正弦稳态电路的仿真分析

对正弦交流电路的仿真分析，是以实践的方法认识和验证理论知识，从而培养学生解决实际问题的能力和创新意识，让知识更好地应用于实践。

3.10.1　R、L、C 正弦交流特性的仿真实践

R、L、C 三种常用无源元件在正弦交流电路中的伏安关系，包括电压与电流有效值关系、电压与电流的相量关系、电压与电流的相位关系等，是正弦稳态电路分析的重要基础。下面从仿真实践的角度，加深对这三个元件的认识。

1. 创建仿真电路　打开 EWB 软件主界面，从元件库中取出 R1、L1、C1 三个无源元件和三个电阻 R2、R3、R4，再从电源库中取出一个正弦交流电源 V1，建立仿真电路如图 3-29a 所示。双击各元件出现各元件属性栏，从中选择各元件参数分别为 R1 = 1kΩ，L1 = 1H，C1 = 10μF，电阻 R2 = R3 = R4 = 1Ω，电源电压 V1 = 314V(有效值)频率 f = 50Hz，三个电流表 M1、M2、M3 分别测量 R、L、C 回路电流(有效值)，电压表 M4 测量电源电压(有效值)，双踪示波器可同时观测各元件的电压和电流波形。

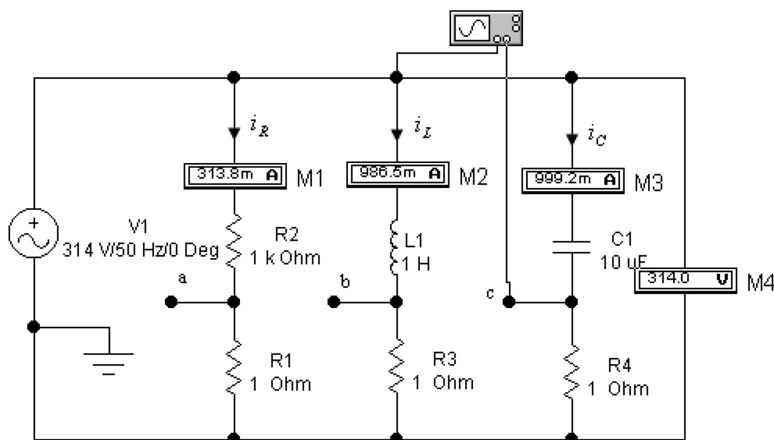
2. 读取测量值和观测波形　建立电路后可进行仿真测量，测量前先将各电流表、电压表在其属性栏中的默认值 DC 改为 AC，接通仿真电源开关，观测到电流表 M1、M2、M3 和电压表 M4 的测得值分别为 313.7mA，985.7mA，999.5mA 和 314V，如图 3-29a 所示。调节示波器的时基(即扫描频率)和 A、B 通道的衰减，可观测到各处的电压、电流波形。将示波器的 A 通道输入端接于电源 V1 的 + 号端，测得的是 R1、L1 和 C1 三元件的端电压波形。当示波器的 B 通道接于图 3-29a 的 a 点时，显示 R1 的电流波形，如图 3-29b 所示，可见 R1 中的电流 i_R 与其端电压 u 同频同相位。将示波器的 B 通道输入端接至 b 点时，可观测到电感 L 的电流 i_L 的波形，i_L 波形滞后 u 的相位角 90°，如图 3-29c 所示；将示波器 B 通道输入端接至 c 点时，可观测到电容 C 的电流 i_C 的波形，i_C 波形超前 u 的 90°，如图 3-29d 所示。

3. 理论计算值与仿真测量值比较　下面分别是电阻 R1、电感 L1 和电容 C1 中电流的计算值

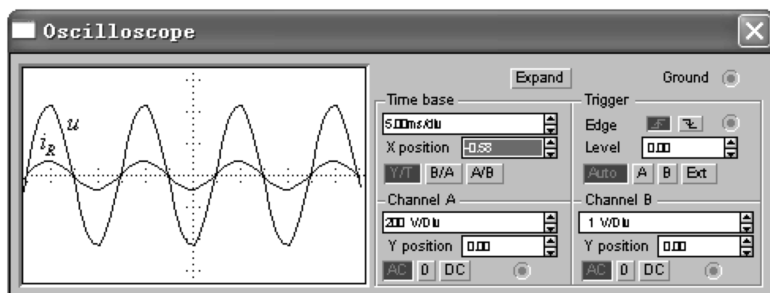
$$I_R = \frac{V1}{R_1} = \frac{314}{1\times10^3}\text{A} = 314\text{mA}$$

$$I_L = \frac{V1}{X_L} = \frac{V1}{2\pi fL} = \frac{314}{2\times3.14\times50\times1}\text{A} \approx 1\text{A}$$

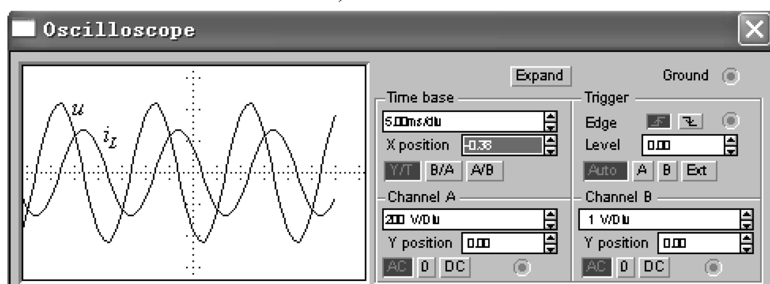
$$I_C = \frac{V1}{X_C} = \frac{314}{1/(2\pi fC)} = \frac{314}{1/2\times3.14\times50\times10\times10^{-6}}\text{A} \approx 1\text{A}$$



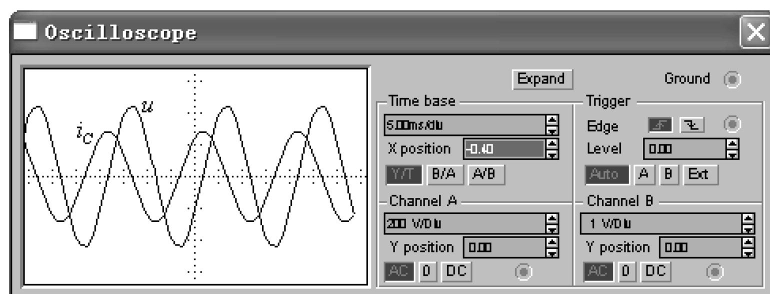
a)



b)



c)



d)

图 3-29　R、L、C 正弦交流特性仿真

可见，电流表中的测量值与理论计算值只有很小的误差，是因为在 R、L 和 C 回路串联了一个小电阻所致。从小电阻上能观测到电流波形。

3.10.2 正弦稳态电路的仿真解题

正弦稳态电路的解题方法有相量图法。相量模型法和有效值关系法等。在解决困难问题时也可采用仿真实践的方法，即通过建立仿真电路、给定参数后取得测量值，求得解答。仿真实践解题法也可对理论计算值进行验证。

这种方法的运用，在理论与实践之间建立起一座桥梁，缩短了理论知识与实际应用的距离。现不再举例，学生可通过完成本章习题 3-25 至习题 3-32 来熟悉这种方法，并为日后的课程设计、毕业设计和撰写研究论文打下基础。

小　　结

1. 学习正弦交流电路首先要了解正弦量的三要素，深刻理解瞬时值、幅值、有效值、周期、频率、角频率、相位、初相位、相位差等量的物理意义。

2. 熟练掌握正弦量的各种表示方法(瞬时值三角函数式、复代数式、复指数式、复极坐标示、波形图和相量图)和它们之间的相互转换。复代数式适于同频率正弦量间的加、减运算；复指数式和复极坐标式适于乘、除运算；三角函数式和波形图能反映正弦量的变化过程；相量图能直观地反映同频率正弦量间的大小和相位关系。

3. 在正弦交流电路中，元件 L、C 的伏安特性与频率有关，称为频域伏安特性。对于电感 L、在 u 与 i 为相关参考方向时，其电压有效值 U 与电流有效值 I 受感抗 X_L 的约束，即

$$U = X_L I = \omega L I = 2\pi f L I$$

其电压相量 $\dot{U}$ 与电流相量 $\dot{I}$ 受复感抗 Z_L 的约束，即

$$\dot{U} = Z_L \dot{I} = jX_L \dot{I} = j\omega L \dot{I} = j2\pi f L \dot{I}$$

Z_L 即反映了电压 u 与电流 i 有效值的关系，又反映了 u 与 i 的相位关系。

同样，对于电容 C 也可得到有效值和相量频域伏安关系：

$$U = X_C I = \frac{I}{\omega C} I = \frac{1}{2\pi f C} I$$

$$\dot{U} = -jX_C \dot{I} = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I} = \frac{1}{j2\pi f C}\dot{I}$$

对于一个线性电阻 R，在正弦交流电路中，其伏安关系与频率无关，即

$$U = RI$$

$$\dot{U} = R\dot{I}$$

4. R、L、C 的功率消耗与能量转换。电阻 R 在正弦电路中消耗功率，转换为热能散发掉，是不可逆转换，其瞬时功率 $p \geqslant 0$，其平均功率用 u、i 有效值表示：$P = UI = I^2 R = U^2 / R$。

电感元件 L 不消耗平均功率，但与电源间进行能量交换，交换的规模用无功功率 Q 表示：$Q_L = UI = I^2 X_L = U^2 / X_L$。

电容元件 C 也不消耗平均功率，也存在与电源间的能量交换，其规模为 $Q_C = -UI =$

$-I^2X_C=-U^2/X_C$。Q_C 与 Q_L 具有互补性。

5. 本章介绍了正弦稳态电路的两种分析方法。第一种方法是相量模型法。这种方法是保持原电路结构不变，把所有电路变量用相量形式表示，即 u、$U\to\dot{U}$，i、$I\to\dot{I}$，e、$E\to\dot{E}$；把所有的元件参数用复阻抗表示，即 $R\to R$，$L\to jX_L$，$C\to -jX_C$，这样就得到原电路的相量模型。在求解相量模型中的电路变量时，可按直流电阻电路的方式去处理，可使用前两章讲过的定律、定理和分析方法。这种方法求出的是相量 $\dot{U}$、$\dot{I}$、$\dot{E}$，再根据要求变为瞬时值或有效值。

第二种方法是相量图法。对同频率的正弦量而言，由有效值和初相位即可画出其相量图，相量图能直观反映各相量间关系，并将正弦稳态电路约求解问题转化为平面几何的求解问题，使分析思路清晰。用相量图法分析串联电路时应设电流 $\dot{I}$ 为参考正弦量；分析并联电路时应设电压 $\dot{U}$ 为参考正弦量。相量图法与相量模型法相辅相成，是正弦稳态分析的基本方法。

6. 线性、无源单口网络在正弦激励下的功率关系：有功功率 $P=UI\cos\varphi$，无功功率 $Q=UI\sin\varphi$，视在功率 $S=UI$，$S=\sqrt{P^2+Q^2}$。

7. 理解功率因数的概念和意义，掌握提高功率因数的方法。

8. 对一个双口网络，输出电压与输入电压相量之比 $H_{uu}(j\omega)=\dot{U}_o/\dot{U}_i$ 是常用的网络函数，称为该网络的转移电压比，即该网络的频率特性。$H_{uu}(\omega)=|\dot{U}_o/\dot{U}_i|$ 和 $\varphi(\omega)$ 分别称为幅频特性与相频特性。$H_{uu}(\omega)$ 下降到其最大值的 $1/\sqrt{2}$ 时所对应的较低频率和较高频率分别称为下限频率 f_L 和上限频率 f_H，通频带为 $f_W=f_H-f_L$。

9. 掌握串联谐振与并联谐振的谐振条件、谐振频率与谐振特征。

习　题

3-1　已知工频电源电压 $U=220\text{V}$，在瞬时值为 $+150\text{V}$ 时开始作用于电路，试写出该电压的瞬时表达式(两种可能)，并画出波形图和相量图。

3-2　已知通过线圈的电流 $i=10\sqrt{2}\sin314t$ A，线圈的电感 $L=70\text{mH}$(电阻忽略不计)，设电源电压 u、电流 i 及感应电动势 e_L 的参考方向如图 3-30 所示，试分别计算 $t=T/6$，$t=T/4$ 和 $t=T/2$ 瞬间 i、u 和 e_L 的值，并用正弦波形表示出三者关系。

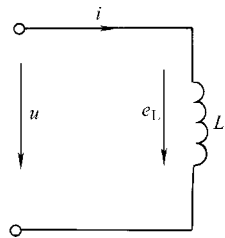


图 3-30　题 3-2 图

3-3　流过 0.5F 电容的电流为 $i=\sqrt{2}\sin(100t-30°)$ A，求电容的端电压 u，并画相量图。

3-4　某 RC 串联电路，已知 $R=8\Omega$，$X_C=6\Omega$，总电压 $\dot{U}=10\angle 0°\text{V}$，试求电流 $\dot{I}$ 和电压 $\dot{U}_R$、$\dot{U}_C$，并画出相量图。

3-5　为了测量电感线圈的 R 和 L 值，在电感线圈两端加 $U=110\text{V}$，$f=50\text{Hz}$ 的正弦交流电压，测得流入线圈中的电流 $I=5\text{A}$，消耗的平均功率 $P=400\text{W}$，试计算线圈参数 R 和 L。

3-6　R、L、C 串联电路由 $I_s=0.1\text{A}$，$\omega=5000\text{rad/s}$ 的正弦恒流源激励，已知 $R=20\Omega$，$L=7\text{mH}$，$C=10\mu\text{F}$，试求各元件电压 $\dot{U}_R$、$\dot{U}_L$、$\dot{U}_C$ 和总电压 $\dot{U}$，并画相量图。

3-7　R、L、C 并联电路总电流 $I=3.4\text{A}$，试求总电压 U 和通过各元件电流 I_R、I_L、I_C，并画相量图。已知 $R=12.5\Omega$，$X_L=5\Omega$，$X_C=20\Omega$。

3-8　在图 3-31 所示各电路中，求未标出测量值的发培计及伏特计 A、V 的读数。

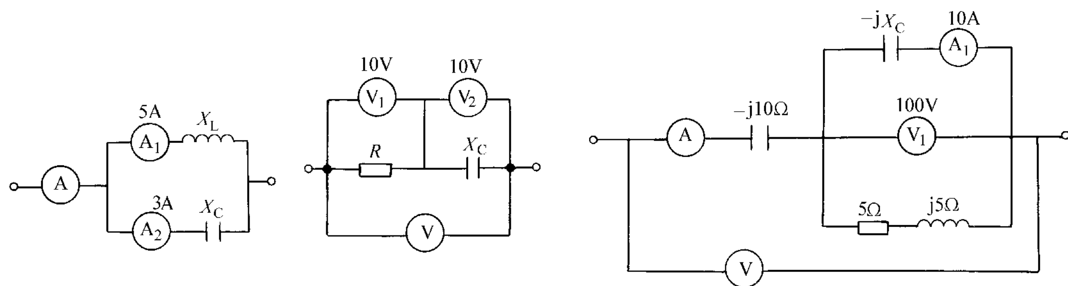


图 3-31　题 3-8 图

3-9　已知图 3-32 电路中电流表 A_1、A_2、A_3 的读数分别为 5A、20A、25A。试求：1）图中电流表 A 的读数；2）若维持电流表 A_1 的读数不变，而把电路的频率提高一倍，再求其他表的读数。

3-10　在图 3-33 所示电路中，已知电流表 A_1 的读数为 $5\sqrt{2}$A，A_2 的读数 5A，电压表 V 的读数为 5V，$\dot{U}_1$ 滞后 $\dot{U}_2$ 相位角 90°，$\omega = 1000\text{rad/s}$，求电路参数 R、L、C。

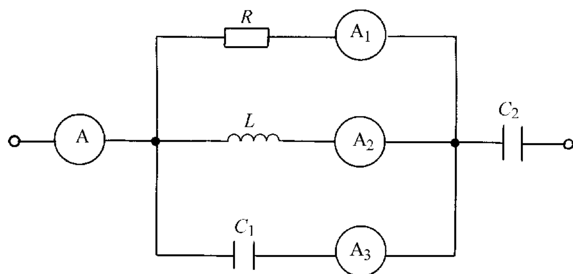


图 3-32　题 3-9 图

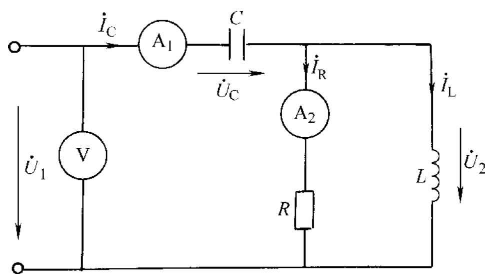


图 3-33　题 3-10 图

3-11　在图 3-34 所示电路中，已知 $X_L = 5\Omega$，$R = X_C = 10\Omega$，$\dot{I} = 1\underline{/0°}$A。试求：1）$\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$、$\dot{U}$；2）该电路的无功功率及功率因数，并说明该电路呈何性质。

3-12　某工厂变电所经配电线向一车间供电，若该车间一相负载的等效电阻 $R_2 = 10\Omega$，等效电抗 $X_2 = 10.2\Omega$，配电线的电阻 $R_1 = 0.5\Omega$，电抗 $X_1 = 1\Omega$，如图 3-35 所示。1）为保证车间的电压 $U_2 = 220$V，求电源电压 U 和线路上压降 U_1 各为多少；2）求负载有功功率 P_2 和线路功率损失 P_1。

3-13　在图 3-36 所示电路中，$G = 0.1$S，$|Y_C| = 0.1$S，Z_1 为感性，$U_1 = U_2$，$\dot{U}$ 与 $\dot{I}$ 同相，试求 $Z_1 = ?$。

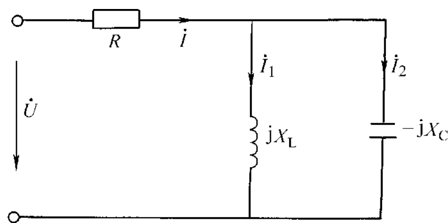


图 3-34　题 3-11 图

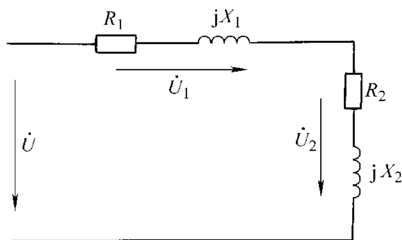


图 3-35　题 3-12 图

3-14　求图 3-37 所示电路在 $\omega = 1\text{rad/s}$ 时的入端复阻抗。

3-15　电路如图 3-38 所示，已知 $i_s = 10\sin 10^4 t$ A。试求：1）i_2；2）若 VCVC 的参数由 $3u_1$ 改为 $3u_2$，再

求 i_2。

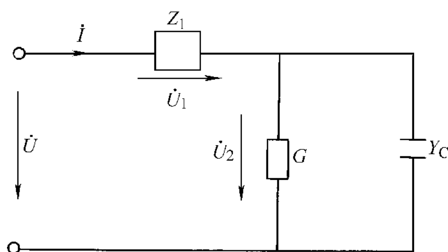


图 3-36　题 3-13 图

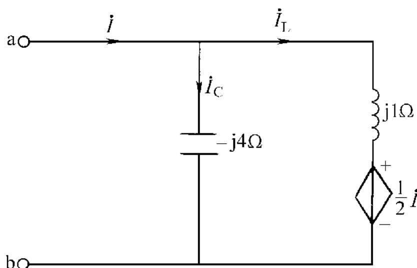


图 3-37　题 3-14 图

3-16　在图 3-39 所示电路中，复阻抗 Z_1、Z_2 如何选择可使 $\dot{I}$ 与复阻抗 Z 无关？并说明 Z_1、Z_2 属何性质（提示：在该电路端口加电压 $\dot{U}$，则端口电流为 $\dot{I}_1$，然后由 $\dot{I}$ 的表示式分析）。

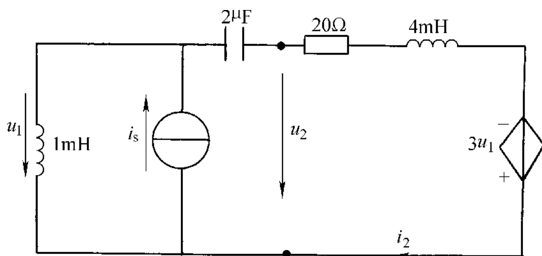


图 3-38　题 3-15 图

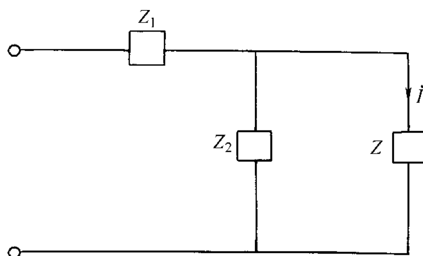


图 3-39　题 3-16 图

3-17　在图 3-40 所示电路中，$R_1=R_2=250\text{k}\Omega$，$C_1=0.01\mu\text{F}$，$f=1\text{kHz}$，且 u_1 与 u_2 同相，试求 C_2（提示：Z_1/Z_2 的虚部为零）。

3-18　图 3-41 中 Z_1 和 Z_2 为某车间的两个单相负载，Z_1 的有功功率 $P_1=800\text{W}$，$\cos\varphi_1=0.5$（感性），Z_2 的有功功率 $P_2=500\text{W}$，$\cos\varphi_2=0.65$（感性），接于 $U=220\text{V}$，$f=50\text{Hz}$ 的电源上。试求：1）电流 $\dot{I}$；2）两个负载的总功率因数 $\cos\varphi$；3）欲使功率因数 $\cos\varphi$ 提高到 0.85，求应并联电容 C 的值；4）并联 C 后总电流 I' 比并联 C 前减小了多少？

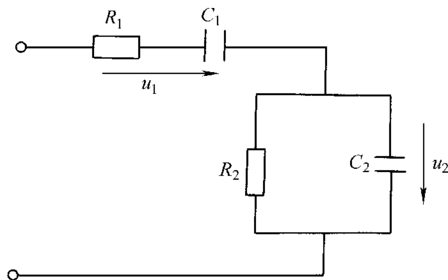


图 3-40　题 3-17 图

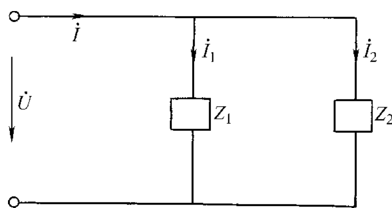


图 3-41　题 3-18 图

3-19　有一阻抗 $Z=(4+\text{j}3)\Omega$ 的负载，接于 $u=220\sqrt{2}\sin 314t$ V 的电源上，若电源只允许供出 38A 的电流，则应在该负载上并联多大的电容 C？

3-20　已知收音机天线调谐回路（见图 3-25）的等效电感为 $L=250\mu\text{H}$，等效电阻为 $R=20\Omega$，感应到谐振回路的各种频率的电压信号有效值均为 $10\mu\text{V}$。试求：1）当可变电容 $C=150\text{pF}$ 时，可收听到哪个频率的

广播？此时 I 和 U_C 各是多少？2）若 R、L、C 不变，再求 $f_1=1200\text{kHz}$ 的信号在回路中产生的电流 I 及 U_C。

3-21　有一 R、L、C 串联电路，接于电压保持 10V 不变，频率可调的电源上，当频率增加时，电流从 10mA(500Hz)增加到最大值 60mA(1000Hz)。试求：1）电阻 R、电感 L 和电容 C 的值；2）谐振时电容两端电压 U_C；3）谐振时磁场中和电场中所储的最大能量。

3-22　已知某 R、L、C 串联电路中的 $R=20\Omega$，$L=1\text{H}$，信号源电压 $u=4\sin1000t$ V，调节电容使其谐振于信号源电压的频率。试求：1）电流 i，电容上电压 U_C，电路的有功功率 P 及无功功率 Q；2）若在该串联电路两端并接 $C_1=50\mu\text{F}$ 的电容，求总电流 i'及总功率因数 $\cos\varphi$。

3-23　在图 3-42 所示电路中，$R=2.5\text{k}\Omega$，$C=2\mu\text{F}$，该电路在 $f=1000\text{Hz}$ 时发生谐振，且谐振时电流 $I=0.1\text{A}$。试求：1）L 及 i_1、i_2、i_3；2）若 R、L、C 的值及电源电压有效值不变，而频率变为 500Hz，求电路的有功功率 P，并说明此时电路呈何性质。

3-24　电路如图 3-43 所示，若无论电源频率为何值，电压 u 和电流 i 都保持同相，则电路参数应满足什么条件。

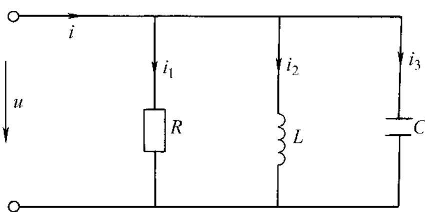


图 3-42　题 3-23 图

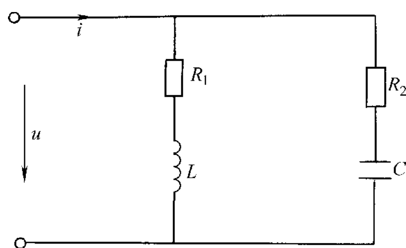


图 3-43　题 3-24 图

注：题 3-25 ~ 题 3-32 是利用 EDA 软件对正弦稳态电路进行机辅分析和设计的题目，学生应对所作题目从题目要求、仿真电路、测量值、测量波形、仿真分析、理论分析和计算值以及班级、姓名、学号等以 Word 文件形式自行设计版面，存盘打印后交作业。

3-25　试用 EDA 软件研究 R、L、C 串联谐振电路的特性。已知 $R=0.1\text{k}\Omega$，$C=0.1\mu\text{F}$，$L=10\text{mH}$，信号源 $u=100\sqrt{2}\sin10000\pi t$ V。求：1）设计一个仿真电路，要求用一只虚拟多用表和多个单刀双掷开关，测量回路电流、信号源电压和各元件上的电压(可参考图 3-44)；2）通过改变单刀双掷开关的位置组合，测量上述各量的值；列表与理论计算值相比较(表中包括各测量值、理论计算式、计算值、绝对误差等)；分析误差原因。

3-26　试设计一个观测上题中信号源电压 u 和电容端电压 u_C 的仿真电路，并在虚拟示波器上观测 u_C 与 u 在大小和相位上的关系，解释其含义。

3-27　试用 EDA 软件研究 R、L、C 串联谐振电路的选频特性。1）设计一个仿真电路，要求用虚拟扫频仪能测量不同 Q 值(改变 R 值)时的幅频特性和相频特性(参考图 3-43)；2）观测 $Q=30(R=10\Omega)$ 时幅频与相频特性曲线，确定上限频率 f_H、下限频率 f_L 和带宽 B_W；3）试设计(利用 EDA)谐振频率 $f_0=880\text{kHz}$(沈阳台频率)，带宽 $B_W=12.6\text{kHz}$ 的 R、L、C 串联选频电路，确定 R、L、C 的值。

3-28　用 EDA 软件，通过电路仿真求题 3-20 中各问题，并与理论计算值相比较。

3-29　试用 EDA 软件设计一个音频信号发生器的选频电路，要求选频电路采用本章第 3.8 节介绍的 RC 串并联网络(见图 3-22a)，中心频率 f_0 的调节范围为 753 ~ 1048Hz，若选电容 C 的值为 6600pF，请完成下列问题：1）计算电阻 R(由一个 22kΩ 固定电阻和一个 10kΩ 的同轴电位器串联)值，并画出仿真电路图；2）用虚拟扫频仪观测选频网络的幅频特性与相频特性；3）当同轴变阻器由 1kΩ 变到 10kΩ 时，在波特图上确定选频网络的频率调节范围，并与理论计算值相比较；4）若要求选频器的中心频率 f_0 为 900Hz，用调节同轴电位器的方法(仿真实验)确定 R 的值，测量 $f=800\text{Hz}$、900Hz、1kHz 时对应的电压传输比各是多少？并与理论计算值相比较。

3-30　用 EDA 软件，通过电路仿真的方法确定 3-19 题负载上应并联移相电容器的值，并与理论计算值相比较（$\cos\varphi$ 研究）。

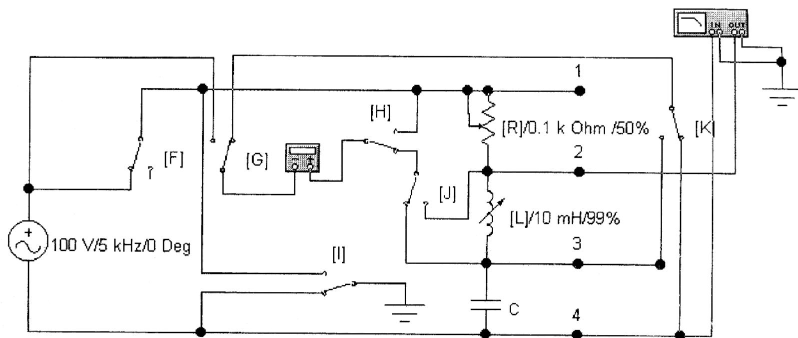


图 3-44　题 3-25、题 3-26、题 3-27 参考电路图

3-31　在图 3-45 电路中，已知 $R_1=6\Omega$，$R_2=8\Omega$，$C_1=500\mu F$，$C_2=167\mu F$，$L=10mH$，$u_s=100\sqrt{2}\sin t$ 1000tV。要求：1）用 EDA 软件，作出仿真电路图；2）用虚拟多用表的交流电压档测量有效值电压 U_{24}、U_2、U_4、U_5、U_{35} 并与理论计算值（见《电工技术试题题型精选汇编》例 3-2）相比较；3）用虚拟示波器观测 u_2 与 u_4 的波形，确定电压 u_{24} 的初相位角，并与计算值相比较；4）用交流电流档测量各支路电流有效值并与计算值比较。

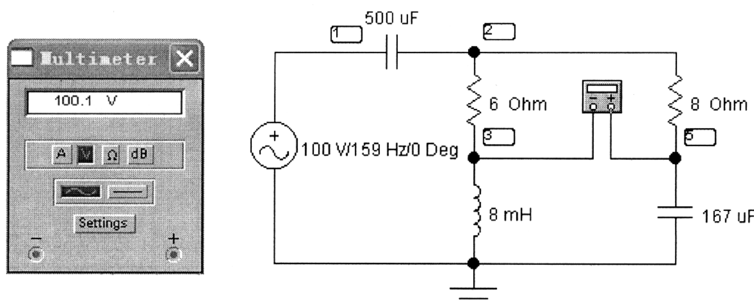


图 3-45　题 3-31 的仿真电路图

3-32　试用 EDA 软件对题 3-6、题 3-7、题 3-11、题 3-12、题 3-21、题 3-22、题 3-23 等进行仿真研究。

3-33　试对图 3-46 所示的 R、C 串并联选频电路（文氏电桥）进行仿真研究。1）用虚拟示波器观测电路的输出与输入电压 u_o、u_i 的波形，验证其幅值和相位关系；2）用虚拟扫频仪观测选频电路的幅频特性曲线与相频特性曲线，研究谐振频率 f_0、通频带宽度 B_W 与电路参数的关系。

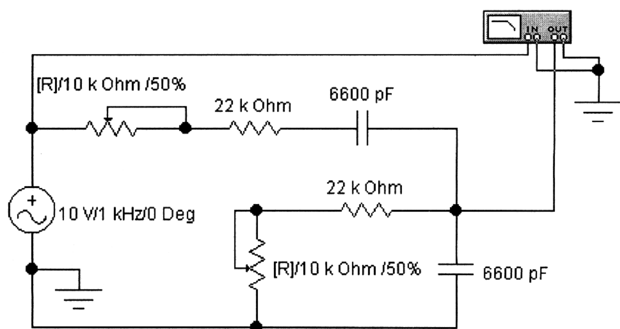


图 3-46　题 3-33 中 R、C 串并联网络的仿真研究电路

第 4 章　三相交流电路

目前世界上电力系统所采用的供电方式，绝大多数是三相制，所谓三相制，就是由三个频率相同而相位不同的电压源(或电动势)作为供电电源组成的供电体系。

三相交流电路是由一组频率相同、振幅相等、相位互差 120°的三个电动势组成的供电系统。

由于三相交流电有许多优点，例如，三相交流电易于获得；广泛应用于电力拖动的三相交流电动机结构简单、性能良好、可靠性高；三相交流电的远距离输电比较经济等，所以，目前在电力工程中几乎全部采用三相制。

4.1　三相电动势的产生与三相电源的联结

三相电动势是由三相交流发电机产生的。三相交流发电机原理图如图 4-1 所示，它是由定子和转子两大部分组成，定子和转子之间有一定的气隙。在定子上对称地安放着三组匝数相同的绕组，每一组绕组称为一相，各相绕组结构相同，它们的始端用 A_1、B_1、C_1 标记，末端用 A_2、B_2、C_2 来表示。三相绕组的三个线圈 A_1A_2、B_1B_2、C_1C_2 均匀分布在定子铁心圆表面的槽内。各相绕组的线圈数目和匝数完全相同，并且在空间位置上彼此相差 120°电角度。这样布置的定子绕组将构成三相对称的绕组。转动部分称为转子，转子通过转动，在气隙中产生按正弦规律变化的磁感应强度，转子通常是一对由直流电源供电的磁极，并且配以合适的极面形状。

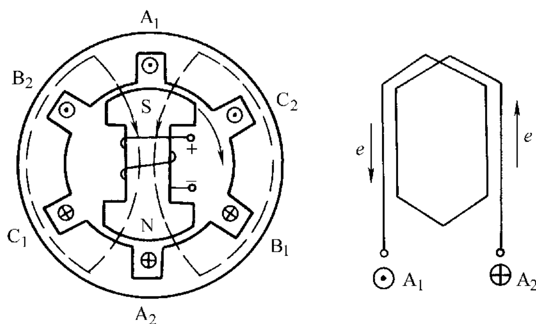


图 4-1　三相交流发电机原理图

4.1.1　三相电动势的产生

我们了解了三相交流发电机的结构和特点，可以理解，当转子绕组在原动机的拖动下，顺时针方向以等角速度 ω 旋转时，气隙中形成一旋转磁场，定子上的每相绕组依次被磁力线切割，产生频率相同、幅值相等的正弦电动势 e_A、e_B、e_C。选定电动势的参数方向为绕组的末端指向始端。由图 4-1 可见，S 极的轴线先到达 A 处，这时 A 相的电动势达到最大值，经过 120°后，S 极轴线达到 B 处，B 相此时的电动势达到最大值，同理再转过 120°后，C 相电动势才达到正的最大值。所以在相位上 e_A 超前 e_B120°，e_B 超前 e_C120°，e_C 又超前 e_A120°，若以 e_A 作为参考相量，其瞬时的电动势数学表达式为

$$\left.\begin{aligned}e_A &= E_m\sin\omega t\\ e_B &= E_m\sin(\omega t-120°)\\ e_C &= E_m\sin(\omega t-240°)\\ &= E_m\sin(\omega t+120°)\end{aligned}\right\}\quad(4\text{-}1)$$

它们的相量表示式是

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_A &= E\angle 0° = E\\ \dot{E}_B &= E\angle -120° = E\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\\ \dot{E}_C &= E\angle 120° = E\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\end{aligned}\right\}\quad(4\text{-}2)$$

如果将三相电动势用相量图和波形图表示，则如图 4-2 所示。

具有上述特点的电动势，即三个频率相同，最大值相等，相位互差 120°的电动势，称为对称三相电动势。三相对称电动势的瞬时值和相量值有如下特点：

$$\left.\begin{aligned}e_A+e_B+e_C &= 0\\ \dot{E}_A+\dot{E}_B+\dot{E}_C &= 0\end{aligned}\right\}\quad(4\text{-}3)$$

即对称三相电动势，它们的瞬时值或相量值之和等于零。

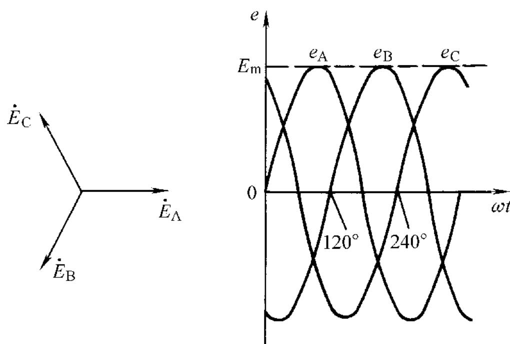


图 4-2　三相电动势的相量图和波形图

同理，若三个电压或三个电流之间也满足上述关系，则称为对称三相电压或对称三相电流。

三相电动势组成的三相电源可向负载提供三相正弦交流电。三相正弦交流电出现正幅值(或零值)的先后顺序，称为相序。相序是 A-B-C-A 时，称为正序或顺序。若相序是 A-C-B-A 时，称为负序或逆序。

4.1.2　三相电源的连接

三相电源的连接方式通常有两种，即星形联结和三角形联结。

1. 三相电源的星形(Y)联结　如图 4-3a 所示，如果把三相电源的末端 A、B、C 连接在一起形成一个公共点 N，而从三相电源的首端 A、B、C 向外引出的三条输出线，这就构成了三相电源的星形(Y)联结。按星形(Y)方式联结的电源简称为星形电源。公共点 N 叫做中性点或零点。从首端引出的输出线叫做相线(亦称端线或火线)，分别用 A 线、B 线和 C 线来称呼。从 N 点引出的线叫做零线或中性线，如果中性线接地，则该线又称为地线。

三相电源星形联结时，可以得到两种电压：一种是端线与中性线之间的电压，称为相电压，其有效值用 U_A、U_B、U_C 或一般地用 U_p 表示；而任意两相线之间的电压，称为线电压，其有效值用 U_{AB}、U_{BC}、U_{CA}或一般地用 U_l 表示。相电压的参考方向，选定为自相线指向中性线；线电压的参考方向，例如 U_{AB}，是自 A 线指向 B 线。

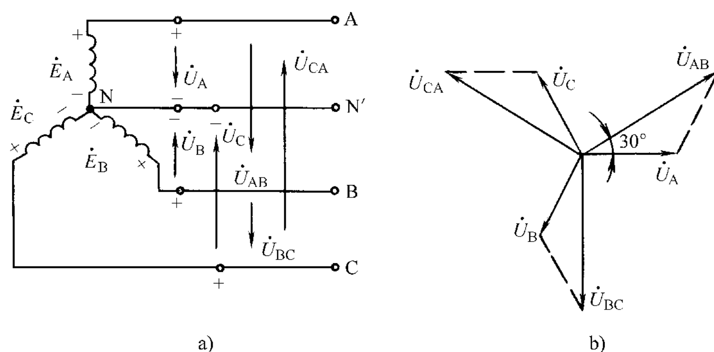


图4-3　三相电源Y形联结及电压相量图

三相电源的相电压，其大小同三相电动势基本上相等，因为电源内阻抗上的电压降同相电压相比是很小的，可以忽略不计，所以三相电源的相电压，也是对称三相电压。如以A相为参考相量，则有

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_A &= U_p\angle 0^\circ = U_p\\ \dot{U}_B &= U_p\angle -120^\circ = U_p\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\\ \dot{U}_C &= U_p\angle 120^\circ = U_p\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\end{aligned}\right\}\tag{4-4}$$

三相电源星形联结时，相电压和线电压显然不相等，根据图4-3a标明的参考方向，相电压和线电压之间的关系为

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A-\dot{U}_B\\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_B-\dot{U}_C\\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C-\dot{U}_A\end{aligned}\right\}\tag{4-5}$$

将式(4-4)代入式(4-5)得

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= U_p-U_p\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\sqrt{3}U_p\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+j\frac{1}{2}\right)\\ &=\sqrt{3}U_p\angle 30^\circ=\sqrt{3}\dot{U}_A\angle 30^\circ\\ \dot{U}_{BC} &= U_p\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-U_p\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=j\sqrt{3}U_p\\ &=\sqrt{3}U_p\angle -90^\circ=\sqrt{3}\dot{U}_B\angle 30^\circ\\ \dot{U}_{CA} &= U_p\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-U_p=\sqrt{3}U_p\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+j\frac{1}{2}\right)\\ &=\sqrt{3}U_p\angle 150^\circ=\sqrt{3}\dot{U}_C\angle 30^\circ\end{aligned}$$

可见，三相电源的线电压其有效值是对应相电压有效值的$\sqrt{3}$倍，相位上比对应的相电压超前30°，图4-3b是它们的相量图。

显然，对星形联结的三相电源来说，线电流等于相电流。

星形接法的三相电源，可引出四根导线，称为三相四线制，能为负载提供两种电压。在低压配电系统中，相电压通常为 220V，线电压为 380V。

2. 三相电源的三角形(△)联结　如果把对称三相电源顺次相接，即 A_2 与 B_1，B_2 与 C_1，C_2 与 A_1，组成一回路，再从三个联结点引出三条导线向外送电，如图 4-4 所示，就构成了三相电源的三角形联结。按三角形联结的电源简称三角形电源。

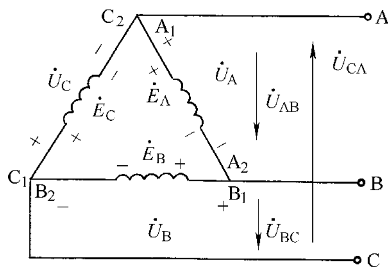


图 4-4　三相电源的三角形联结

显然，三角形联结的三相电源线电压等于相电压，但线电流不等于相电流。

三角形电源，相电压和线电压的关系为

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A$$
$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B$$
$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C$$

如果三相电源电动势对称，则三相电压的相量和为

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = U_p\underline{/0°} + U_p\underline{/-120°} + U_p\underline{/120°} = 0$$

这样能保证在没有输出的情况下，电源内部没有环流。但如果某相绕组接反(如 C_1C_2 绕组)，则三角形回路的总电压为

$$\dot{U} = \dot{U}_A + \dot{U}_B - \dot{U}_C = -2\dot{U}_C$$

这时，在三角形回路中，有一个大小等于相电压两倍的电源存在。由于绕组本身阻抗很小，回路将产生很大的环流，电动机有烧毁的危险，这是绝对不允许的。实际电源的三相电动势不是理想的对称三相电动势，它们之和并不绝对等于零，故三相电源通常都联成星形，而不联成三角形。

思考与练习

4-1-1　已知对称三相电源的 B 相电压瞬时值为 $u_B = 220\sqrt{2}\sin(\omega t + 60°)$ V，写出其他两相电压的瞬时表达式，并画出波形图。

4-1-2　三相电源Y联结时，若线电压 $u_{AB} = 380\sqrt{2}\sin(\omega t + 30°)$ V，写出线电压，相电压的相量表达式，并做相量图。

4-1-3　三相电源△联结，若一相绕组接反，将会出现什么现象？

4.2　三相电路负载的联结

三相电路的负载由三部分组成，其中每一部分称为一相负载。像照明电灯一类的单相负载可分成三组，分别接于各端线与中性线之间。由于所并联的灯数不同，通常这三相负载的总阻抗是不相等的。各相负载的复阻抗相等的三相负载，称为对称三相负载。一般三相电动机、三相变压器都可以看成对称三相负载。

由对称三相电源和对称三相负载所组成的电路，称为对称三相电路。

与三相电源一样，三相负载也可以有星形和三角形两种联结方式。

4.2.1　负载星形联结的三相电源

图4-5所示电路，三个负载 Z_A、Z_B、Z_C 的一端连接在一起，成为一个公共点 N′，该点称为负载的中性点，并且将该点接到三相电源的中性线上，而各负载的另一端分别接到三相电源的端线上，这种负载的连结方法，称为Y联结法。此电路用4根导线把电源和负载连结起来，这种电路，称为三相四线制电路。其中 Z_N 为中性线阻抗。若把中性线去掉，只用三根端线连接电源和负载，则称为三相三线制电路。

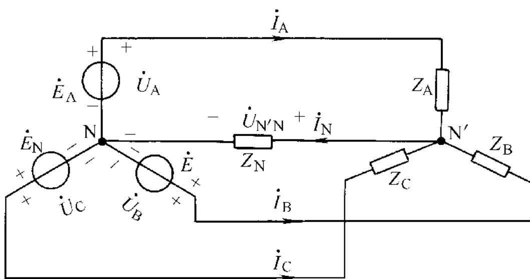


图4-5　负载是星形联结的电路

三相电源接通负载后，三条端线(A、B、C)中的电流称为线电流，每相负载中的电流，称为相电流，Y联结时，线电流等于相电流，分别用 i_A、i_B、i_C 表示。中性线里的电流称为中性线电流，用 i_N 表示。

1. 对称负载星形联结的三相电路　三相负载有对称和不对称两种情况，对称三相负载的特征是各相负载的阻抗都完全相同，即

$$Z_A = Z_B = Z_C = |Z|\angle\varphi$$

或者

$$|Z_A| = |Z_B| = |Z_C| = |Z|$$

$$\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$$

图4-5所示电路，设三相负载的阻抗 分别为 Z_A、Z_B、Z_C，其相电压和线电压分别为 $\dot{U}_A$、$\dot{U}_B$、$\dot{U}_C$ 和 $\dot{U}_{AB}$、$\dot{U}_{BC}$、$\dot{U}_{CA}$。以 $\dot{U}_A$ 为参考相量，则

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_A &= \frac{\dot{U}_A}{Z_A} = \frac{U_p}{|Z_A|}\angle 0-\varphi = \frac{U_p}{|Z|}\angle -\varphi = I\angle -\varphi\\ \dot{I}_B &= \frac{\dot{U}_B}{Z_B} = \frac{U_p}{|Z_B|}\angle -120°-\varphi = \frac{U_p}{|Z|}\angle -120°-\varphi = I\angle -120°-\varphi\\ \dot{I}_C &= \frac{\dot{U}_C}{Z_C} = \frac{U_p}{|Z_C|}\angle 120°-\varphi = \frac{U_p}{|Z|}\angle 120°-\varphi = I\angle 120°-\varphi\end{aligned}\right\} \quad (4\text{-}6)$$

所以，对于对称的三相电路

$$\left.\begin{aligned}I_A = I_B = I_C &= \frac{U_p}{|Z|}\\ \varphi_A = \varphi_B = \varphi_C &= \arctan\frac{X}{R}\end{aligned}\right\} \quad (4\text{-}7)$$

根据KCL，中性线电流为

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \frac{1}{Z}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = 0$$

综上所述，对称负载的Y联结电路中：

1）由于三相电源和负载的对称性，各相电压和电流也都是对称的。因此，只要某一相电压、电流求得，其他两相就可以根据对称关系直接写出。

2）各相电流仅由各相电压和各相阻抗决定，各相的计算具有独立性。也就是说，三相对称电路的计算可以归结一相来计算。

3）对称负载的三相四线制电路中，中性线里没有电流通过。这样，中性线完全可以省去，而成为三相三线制电路。

例 4-1　对称负载Y联结的三相电路如图 4-5 所示，已知 $Z_A = Z_B = Z_C = (6 + j8)\Omega$，设电源电压 $u_{AB} = 380\sqrt{2}\sin(\omega t + 30°)$ V。试求：1）$\dot{U}_A$、$\dot{U}_B$、$\dot{U}_C$ 及 $\dot{U}_{AB}$、$\dot{U}_{BC}$、$\dot{U}_{CA}$；2）$\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$ 及 i_A、i_B、i_C；3）画电压电流的相量图。

解　因为负载对称，故只计算一相即可。

1）由题可知　$$\dot{U}_{AB} = 380\underline{/30°}\text{V}$$

而　$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_A\underline{/30°}\text{V}$$

所以　$$\dot{U}_A = 220\underline{/0°}\text{V}$$

知道 $\dot{U}_A$ 和 $\dot{U}_{AB}$，则

$$\dot{U}_B = \dot{U}_A\underline{/-120°} = 220\underline{/-120°}\text{V}$$

$$\dot{U}_C = \dot{U}_A\underline{/120°} = 220\underline{/120°}\text{V}$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{AB}\underline{/-120°} = 380\underline{/-90°}\text{V}$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{AB}\underline{/120°} = 380\underline{/150°}\text{V}$$

2）$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_A} = \frac{220\underline{/0°}}{6 + j8}\text{A} = 22\underline{/-53.1°}\text{A}$$

则　$$\dot{I}_B = \dot{I}_A\underline{/-120°} = 22\underline{/-173.1°}\text{A}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_A\underline{/120°} = 22\underline{/67°}\text{A}$$

$$i_A = 22\sqrt{2}\sin(\omega t - 53.1°)\text{A}$$

$$i_B = 22\sqrt{2}\sin(\omega t - 173.1°)\text{A}$$

$$i_C = 22\sqrt{2}\sin(\omega t + 67°)\text{A}$$

3）电流、电压相量图如图 4-6 所示。

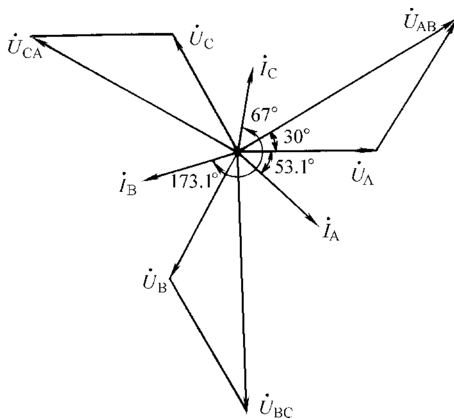


图 4-6　电流、电压相量图

2. 不对称负载星形联结的三相电路　如果三相负载的阻抗 $Z_A \neq Z_B \neq Z_C$ 时，则称为三相不对称负载电路，具有这种负载的三相电路，称为不对称三相电路。

不对称负载星形联结时，通常采用三相四线制（见图 4-5），中性线的存在，可以保证负载的相电压基本等于电源的相电压。换言之，星形联结的不对称三相负载，采用三相四线制时，仍然能使负载获得对称的三相电压。但是此时的中性线电流不等于零，相电流也不对称。所以，只能逐

相分别进行计算。

不对称负载的星形联结，如果采用三相三线制，如图4-7所示，虽然电源电压对称，但负载的相电压 $\dot{U}_{AN'}$、$\dot{U}_{BN'}$、$\dot{U}_{CN'}$ 却不对称。电源的中性点和负载的中性点之间，即N点和N′点之间将出现电位差。为计算各相电流，需要先求出N′N之间的电压 $\dot{U}_{N'N}$，然后分别逐相计算。电压 $\dot{U}_{N'N}$ 的存在，将造成负载两端的相电压或大于额定值，或小于额定值。用电设备可能因此而受到损害，或者不能正常工作。所以，星形联结的不对称三相负载，必须采用三相四线制电路，中性线不可省掉，而且为了防止中性线突然断开，在中性线里不允许安装熔断器及开关。

三相四线制电路的中性线，其主要作用是保证不对称负载的相电压基本上等于电源的相电压。由于电源电压一般总是对称的，所以中性线的作用在于使不对称的三相负载获得对称的三相电源电压，以保证负载在额定电压下正常工作。

例4-2　图4-8所示电路中，三相对称电源线电压为380V，三相负载不对称，$Z_A = Z_B = 10\Omega$，$Z_C = 5\angle 60°\Omega$。试求：1）有中性线时，负载的相电流 $\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$ 及中性线电流 $\dot{I}_N$，并画相量图；2）当中性线断开时，各相负载的相电流 $\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$ 及相电压 $\dot{U}_A'$、$\dot{U}_B'$、$\dot{U}_C'$；3）当中性线断开且C相负载短路时，各相负载的电压 $\dot{U}_A'$、$\dot{U}_B'$、$\dot{U}_C'$ 及电流 $\dot{I}_A'$、$\dot{I}_B'$ 和 $\dot{I}_C'$，并画相量图。

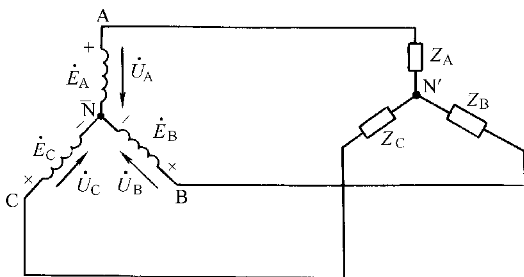


图4-7　三相三线制电路

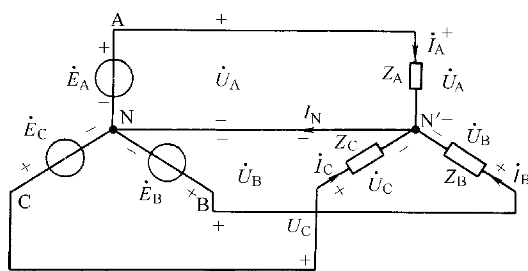


图4-8　例4-2图

解　1）因为有中性线，所以 $\dot{U}_{N'N} = 0$

各相电流以A相电压为参考电压，即

$$\dot{U}_A = \frac{380}{\sqrt{3}}\angle 0°\text{V} = 220\angle 0°\text{V}$$

则各相电流

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_A} = \frac{220\angle 0°}{10}\text{A} = 22\angle 0°\text{A}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_B} = \frac{220\angle -120°}{10}\text{A} = 22\angle -120°\text{A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_C} = \frac{220\angle 120°}{5\angle 60°}\text{A} = 44\angle 60°\text{A}$$

中性线电流的计算根据KCL，有

$$\begin{aligned}\dot{I}_N &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C \\ &= (22\angle 0° + 22\angle -120° + 44\angle 60°)\,\text{A} \\ &= 22\text{A} + 22\times\left(-\frac{1}{2} - \text{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\text{A} + 44\times\left(\frac{1}{2} + \text{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\text{A} \\ &= 22\sqrt{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \text{j}\frac{1}{2}\right)\text{A} = 38.1\angle 30°\,\text{A}\end{aligned}$$

电流、电压的相量关系如图 4-9a 所示。

2）当中性线断开时，$\dot{I}_{N'N}=0$，利用弥尔曼(Meermann theorem)定理求电源中性点和负载中性点的电压 $\dot{U}_{N'N}$：

$$\begin{aligned}\dot{U}_{N'N} &= \frac{\dot{U}_A/Z_A + \dot{U}_B/Z_B + \dot{U}_C/Z_C}{\dfrac{1}{Z_A} + \dfrac{1}{Z_B} + \dfrac{1}{Z_C}} \\ &= \frac{220/10 + 220\angle -120°/10 + 220\angle 120°/5\angle 60°}{\dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{5\angle 60°}}\,\text{V} \\ &= \frac{38.1\angle 30°}{0.346\angle -30°}\,\text{V} \\ &= 110\angle 60°\,\text{V}\end{aligned}$$

则各相电压

$$\dot{U}_A' = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N} = (220 - 110\angle 60°)\,\text{V} = 190.5\angle -30°\,\text{V}$$
$$\dot{U}_B' = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} = (220\angle -120° - 110\angle 60°)\,\text{V} = 330\angle -120°\,\text{V}$$
$$\dot{U}_C' = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} = (220\angle 120° - 110\angle 60°)\,\text{V} = 190.5\angle 150°\,\text{V}$$

各相电流

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A'}{Z_A} = \frac{190.5\angle -30°}{10}\,\text{A} = 19.05\angle -30°\,\text{A}$$
$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B'}{Z_B} = \frac{330\angle -120°}{10}\,\text{A} = 33\angle -120°\,\text{A}$$
$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C'}{Z_C} = \frac{190.5\angle 150°}{5\angle 60°}\,\text{A} = 38.1\angle 90°\,\text{A}$$

其电流电压的相量图如图 4-9b 所示。

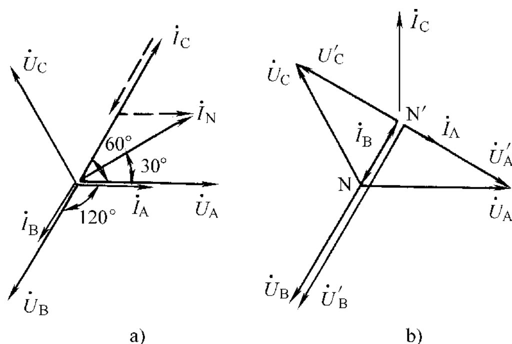


图 4-9　例 4-2 中 1)、2) 解的图

3）当中性线断开且 C 相负载短路时，电路如图 4-10a 所示，此时负载的中性点 N′即为 C 点，负载电压为

$$\dot{U}_A' = \dot{U}_{AC} = 380\angle -30°\,\text{V}$$
$$\dot{U}_B' = \dot{U}_{BC} = 380\angle -90°\,\text{V}$$
$$\dot{U}_C' = 0\text{V}$$

负载电流为

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A'}{Z_A}=\frac{380\angle-30^\circ}{10}\text{A}=38\angle-30^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_B=\frac{\dot{U}_B'}{Z_B}=\frac{380\angle-90^\circ}{10}\text{A}=38\angle-90^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_C=-(\dot{I}_A+\dot{I}_B)=-(38\angle-30^\circ+38\angle-90^\circ)\text{A}=65.8\angle120^\circ\text{A}$$

其电流电压相量图如图4-10b所示。

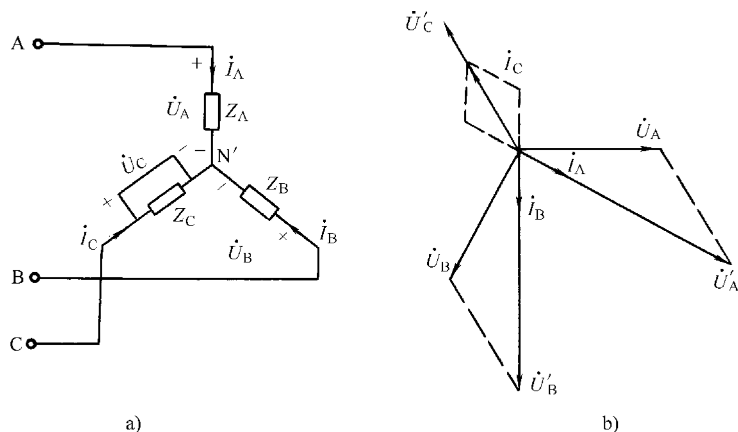


图4-10　例4-2中3）的解图

从本例题可知，当负载不对称时，会引起电源中性点和负载中性点的电位偏移，这种偏移造成了相电压过高或过低，对负载运行不利，同时，由于此时负载承受的不是额定电压，故负载不能正常工作。可见中性线在实际工程中的作用。

4.2.2　负载三角形联结的三相电路

图4-11是负载为三角形联结的情况，三相负载各相依次连结在三相电源的两根相线之间，称为负载的三角形联结，每相负载的阻抗分别用 Z_{AB}、Z_{BC}、Z_{CA} 表示，电压和电流的参考方向在图中已标出。

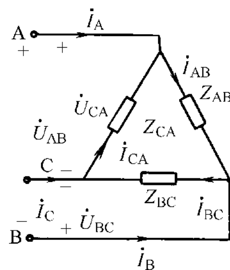


图4-11　负载为△联结的三相电路

由于每相负载接于两根端线之间，所以各相的相电压就是电源的线电压，因此，无论负载对称与否，其相电压总是对称的，即

$$\dot{U}_{AB}=U_l\angle0^\circ$$
$$\dot{U}_{BC}=U_l\angle-120^\circ$$
$$\dot{U}_{CA}=U_l\angle120^\circ$$

但是负载三角形联结时，负载的相电流与线电流并不相同，线电流仍用 $\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$ 表示，相电流则以下标AB、BC、CA表示，即 $\dot{I}_{AB}$、$\dot{I}_{BC}$、$\dot{I}_{CA}$。应用KCL可得

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_{A}&=\dot{I}_{AB}-\dot{I}_{CA}\\ \dot{I}_{B}&=\dot{I}_{BC}-\dot{I}_{AB}\\ \dot{I}_{C}&=\dot{I}_{CA}-\dot{I}_{BC}\end{aligned}\right\}\tag{4-8}$$

式(4-8)即为线电流与相电流之间关系的相量表达式。

1. 对称负载三角形联结的三相电路　当三相负载对称时，即 $Z_{AB}=Z_{BC}=Z_{CA}=Z$ 时，各相电流为

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_{AB}&=\frac{\dot{U}_{AB}}{Z}\\ \dot{I}_{BC}&=\frac{\dot{U}_{BC}}{Z}\\ \dot{I}_{CA}&=\frac{\dot{U}_{CA}}{Z}\end{aligned}\right\}\tag{4-9}$$

因为 $\dot{U}_{AB}$、$\dot{U}_{BC}$、$\dot{U}_{CA}$ 为对称三相电压，所以电流 $\dot{I}_{AB}$、$\dot{I}_{BC}$、$\dot{I}_{CA}$ 必定是对称三相电流，其有效值均为 I_p，若 $\dot{I}_{AB}=I_p\angle 0°$，则

$$\dot{I}_{BC}=I_p\angle -120°$$

$$\dot{I}_{CA}=I_p\angle 120°$$

知道了相电流，于是各线电流分别为

$$\dot{I}_{A}=\dot{I}_{AB}-\dot{I}_{CA}=I_p\angle 0°-I_p\angle 120°=\sqrt{3}I_p\angle -30°=I_l\angle -30°$$

$$\dot{I}_{B}=\dot{I}_{BC}-\dot{I}_{AB}=I_p\angle -120°-I_p\angle 0°=\sqrt{3}I_p\angle -150°=I_l\angle -150°$$

$$\dot{I}_{C}=\dot{I}_{CA}-\dot{I}_{BC}=I_p\angle 120°-I_p\angle -120°=\sqrt{3}I_p\angle 90°=I_l\angle 90°$$

可见，这时的线电流也是对称三相电流，其大小是相电流$\sqrt{3}$倍，即 $I_l=\sqrt{3}I_p$。而相位上，线电流滞后其相电流滞后 30°，即 $\dot{I}_A$ 比 $\dot{I}_{AB}$，$\dot{I}_B$ 比 $\dot{I}_{BC}$，$\dot{I}_C$ 比 $\dot{I}_{CA}$ 均滞后 30°。

图 4-12 是线电流和相电流的相量图。从相量图上很容易看出，对称三相线电流和相电流的相位关系和大小关系

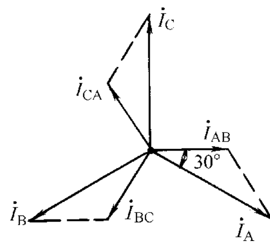


图 4-12　对称负载三角形联结的电流相量图

这种对称三相电路同样可以只计算其中一相。求得该相电流后，其余两相电流和各线电流即可由上述关系直接得出。

例 4-3　在图 4-11 电路中，设三相对称电源线电压为 380V，三角形联结的对称负载每相阻抗 $Z=(4+j3)\Omega$，试求各相电流与线电流，并画相量图。

解　设 $\dot{U}_{AB}=380\angle 0°$V 则

$$\dot{I}_{AB}=\frac{\dot{U}_{AB}}{Z}=\frac{380\angle 0°}{4+j3}\text{A}=76\angle -36.9°\text{A}$$

根据对称负载的三相电路的特点可得其余两相电流为

$$\dot{I}_{BC}=\dot{I}_{AB}\angle -120°=76\angle -156.9°\text{A}$$

$$\dot{I}_{CA}=\dot{I}_{AB}\underline{/120^\circ}=76\underline{/83.1^\circ}\text{A}$$

各线电流为

$$\dot{I}_{A}=\sqrt{3}\dot{I}_{AB}\underline{/-30^\circ}=\sqrt{3}\times76\underline{/-30^\circ-36.9^\circ}\text{A}=131.6\underline{/-66.9^\circ}\text{A}$$

根据对称负载的特点则

$$\dot{I}_{B}=\dot{I}_{A}\underline{/-120^\circ}=131.6\underline{/-186.9^\circ}\text{A}=131.6\underline{/173.1^\circ}\text{A}$$

$$\dot{I}_{C}=\dot{I}_{A}\underline{/120^\circ}=131.6\underline{/53.1^\circ}\text{A}$$

电压与电流的相量图如图4-12所示。

如果传输线上有线路阻抗，需将三角形负载转化成Y负载，利用前面所学的Y-△变换，在对称负载情况下，$Z_{Y}=Z_{\triangle}/3$。然后化成单相计算。

2. 负载不对称三角形联结的三相电路 对于不对称三相负载，虽然各相负载电压仍然是三相电源的对称线电压，但各相负载的阻抗已不等同，即 $Z_{AB}\neq Z_{BC}\neq Z_{CA}$，因此，不对称三相负载的相电流，只能逐相分别进行计算，即

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_{AB}&=\frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}}\\ \dot{I}_{BC}&=\frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}}\\ \dot{I}_{CA}&=\frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}}\end{aligned}\right\}\tag{4-10}$$

其相电流的有效值为

$$I_{AB}=\frac{U_{AB}}{|Z_{AB}|}$$

$$I_{BC}=\frac{U_{BC}}{|Z_{BC}|}$$

$$I_{CA}=\frac{U_{CA}}{|Z_{CA}|}$$

相电流和相电压的相位差为

$$\varphi_{AB}=\arctan\frac{X_{AB}}{R_{AB}}$$

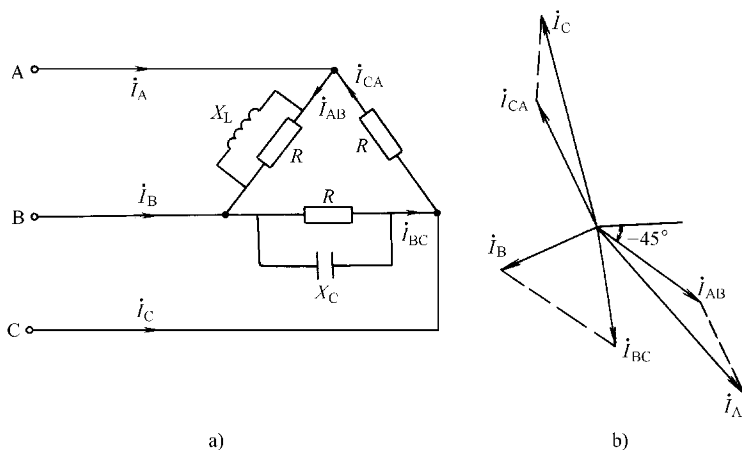
$$\varphi_{BC}=\arctan\frac{X_{BC}}{R_{BC}}$$

$$\varphi_{CA}=\arctan\frac{X_{CA}}{R_{CA}}$$

负载不对称时的各线电流，也只能按式(4-8)逐一分别计算，其有效值和初相位均取决于相关相电流的大小和相位，已不能简单套用$\sqrt{3}$倍的关系了。

例4-4 电路如图4-13a所示，已知 $R=38\Omega$，$X_L=38\Omega$，$X_C=38\Omega$，$U_{AB}=380\sqrt{2}\sin314t$ V，

求相电流和线电流的相量表达式及瞬时表达式。



a)　　b)

图 4-13　例 4-4 图

解　该电路是三相不对称负载三角形联结，各相负载的相电压分别是

$$\dot{U}_{AB}=380\underline{/0°}\text{V}$$

$$\dot{U}_{BC}=380\underline{/-120°}\text{V}$$

$$\dot{U}_{CA}=380\underline{/120°}\text{V}$$

各相负载的复阻抗分别是

$$Z_{AB}=\frac{R\times \text{j}X_L}{R+\text{j}X_L}=\frac{38\times \text{j}38}{38+\text{j}38}\Omega=19\sqrt{2}\underline{/45°}\Omega$$

$$Z_{BC}=\frac{R\times(-\text{j}X_C)}{R-\text{j}X_C}=\frac{38\times(-\text{j}38)}{38-\text{j}38}\Omega=19\sqrt{2}\underline{/-45°}\Omega$$

$$Z_{CA}=R=38\Omega$$

各相电流为

$$\dot{I}_{AB}=\frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}}=\frac{380\underline{/0°}}{19\sqrt{2}\underline{/45°}}\text{A}=10\sqrt{2}\underline{/-45°}\text{A}$$

$$\dot{I}_{BC}=\frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}}=\frac{380\underline{/-120°}}{19\sqrt{2}\underline{/-45°}}\text{A}=10\sqrt{2}\underline{/-75°}\text{A}$$

$$\dot{I}_{CA}=\frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}}=\frac{380\underline{/120°}}{38}\text{A}=10\underline{/120°}\text{A}$$

则相电流的瞬时表达式为

$$i_{AB}=20\sin(\omega t-45°)(\text{A})$$

$$i_{BC}=20\sin(\omega t-75°)(\text{A})$$

$$i_{CA}=10\sqrt{2}\sin(\omega t+120°)\,(\mathrm{A})$$

三个线电流为

$$\dot{I}_A=\dot{I}_{AB}-\dot{I}_{CA}=(10\sqrt{2}\angle{-45°}-10\angle{120°})\,\mathrm{A}$$
$$=23.94\angle{-51.2°}\,\mathrm{A}$$
$$\dot{I}_B=\dot{I}_{BC}-\dot{I}_{AB}=(10\sqrt{2}\angle{-75°}-10\sqrt{2}\angle{-45°})\,\mathrm{A}$$
$$=7.32\angle{-150°}\,\mathrm{A}$$
$$\dot{I}_C=\dot{I}_{CA}-\dot{I}_{BC}=(10\angle{120°}-10\sqrt{2}\angle{-75°})\,\mathrm{A}$$
$$=23.94\angle{111.2°}\,\mathrm{A}$$

线电流的瞬时表达式为

$$i_A=23.94\sqrt{2}\sin(\omega t-51.2°)\,\mathrm{A}$$
$$i_B=7.32\sqrt{2}\sin(\omega t-150°)\,\mathrm{A}$$
$$i_C=23.94\sin(\omega t+111.2°)\,\mathrm{A}$$

相电流和线电流的相量图如图4-13b所示。

4.3 三相电路的功率

4.3.1 三相交流电路的功率

1. 平均功率 *P* 三相负载所吸收的平均功率等于各相负载平均功率之和，即

$$P=U_AI_A\cos\varphi_A+U_BI_B\cos\varphi_B+U_CI_C\cos\varphi_C \tag{4-11}$$

式中，φ_A、φ_B、φ_C 分别是A相、B相、C相的电压和电流之间的相位差。

在负载对称的三相电路中，由于各相电流和各相电压的有效值相等，而且各相电流和电压的相位差也相等，即

$$U_A=U_B=U_C=U_p$$
$$I_A=I_B=I_C=I_p$$
$$\varphi_A=\varphi_B=\varphi_C=\varphi$$

因而各相平均功率 P_p 也相等，此时三相平均功率为

$$P=3U_pI_p\cos\varphi \tag{4-12}$$

请注意，$\cos\varphi$ 是每相电路的功率因数。

当负载作星形联结时

$$U_p=\frac{U_l}{\sqrt{3}}$$
$$I_p=I_l$$

将上式代入式(4-12)得

$$P=\sqrt{3}U_lI_l\cos\varphi$$

当负载作三角形联结时

$$U_p = U_l$$

$$I_p = \frac{I_l}{\sqrt{3}}$$

当上式代入式(4-12)得

$$P = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi$$

因此三相平均功率用线电压、线电流表示为

$$P = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi \tag{4-13}$$

注意，φ 仍为相电压和相电流的相位差，即负载的阻抗角。

2. 无功功率 Q　三相电路的无功功率亦等于各相无功功率之和，即

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_V \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C$$

在对称的三相电路中，由于 $Q_A = Q_B = Q_C = Q_p$，所以

$$Q = 3U_p I_p \sin\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \sin\varphi \tag{4-14}$$

这里 φ 仍为相电压与相电流的相位差，即负载阻抗角。

3. 视在功率 S　三相电路的视在功率

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \tag{4-15}$$

在对称的三相电路中

$$S = 3U_p I_p = \sqrt{3} U_l I_l \tag{4-16}$$

4. 功率因数 $\cos\varphi$　三相电路的功率因数定义为

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} \tag{4-17}$$

在对称的三相电路中，功率因数为

$$\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3} U_l I_l}$$

对于对称三相电路中三相电路的功率因数同时也是其中每相的功率因数。

4.3.2　对称三相电路中的瞬时功率

下面来讨论对称三相电路的瞬时功率。各相电路和相电压的瞬时值为

$$u_A = \sqrt{2} U_p \sin\omega t$$

$$u_B = \sqrt{2} U_p \sin(\omega t - 120°)$$

$$u_C = \sqrt{2} U_p \sin(\omega t + 120°)$$

$$i_A = \sqrt{2} I_p \sin(\omega t - \varphi)$$

$$i_B = \sqrt{2} I_p \sin(\omega t - 120° - \varphi)$$

$$i_C = \sqrt{2}I_p \sin(\omega t + 120° - \varphi)$$

三相电路的瞬时功率定义为

$$\begin{aligned}
p &= p_A + p_B + p_C \\
&= u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C \\
&= \sqrt{2}U_p \sin\omega t \sqrt{2}I_p \sin(\omega t - \varphi) + \sqrt{2}U_p \sin(\omega t - 120°) \times \sqrt{2}I_p \sin(\omega t - 120° - \varphi) + \\
&\quad \sqrt{2}U_p \sin(\omega t + 120° - \varphi) \times \sqrt{2}I_p \sin(\omega t + 120° - \varphi) \\
&= U_p I_p [\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] + U_p I_p [\cos\varphi - \cos(2\omega t - 240° - \varphi)] + \\
&\quad U_p I_p [\cos\varphi - \cos(2\omega t + 240° - \varphi)] \\
&= 3U_p I_p \cos\varphi
\end{aligned} \tag{4-18}$$

此式表明，对称三相制的瞬时功率是一个常量，其值等于平均功率 P。由于瞬时功率为常值，所以三相电动机的瞬时机械转矩也是常值，因而运行比较平稳，这是三相电动机的优点之一，瞬时功率是一个常值，这是对称三相制的一个优越的性能，习惯上将这一性能称为瞬时功率平衡或平衡制。

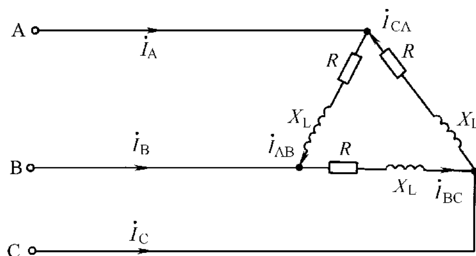


图 4-14　例 4-5 图

例 4-5　三相电路如图 4-14 所示，已知：$U_l = 220V$，$R = 8\Omega$，$X_L = 6\Omega$。试求：1）每相负载的相电流和线电流的有效值；2）三相负载的平均功率、无功功率、视在功率和瞬时功率。

解　1）因三相负载对称，三角形联结，所以有 $U_p = U_l$，$I_l = \sqrt{3}I_p$。

由题可知：$U_p = U_l = 220V$

则相电流为

$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = I_p = \frac{U_p}{|Z|} = \frac{220}{\sqrt{8^2 + 6^2}} A = 22A$$

线电流为

$$I_l = \sqrt{3}I_p = \sqrt{2} \times 22A = 38.1A$$

2）由 $R = 8\Omega$，$X_L = 6\Omega$ 可知

$$\varphi = \arctan\frac{X_L}{R} = \arctan\frac{6}{8} = 36.9°$$

知道 φ 角后，便可以对功率进行计算：

$$P = \sqrt{3}U_l I_l \cos\varphi = \sqrt{3} \times 220 \times 38.1 \times \cos 36.9° W = 11.64kW$$

$$Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin\varphi = \sqrt{3} \times 220 \times 38.1 \times \sin 36.9° W = 8.72kvar$$

$$S = \sqrt{3}U_l I_l = \sqrt{3} \times 220 \times 38.1 W = 14.56kV \cdot A$$

$$p = 11.64kW$$

4.3.3　三相电路功率的测量

1. 三相四线制电路功率的测量　三相四线制电路负载不对称星形联结，可用三只功率表分别测量各相功率，电路的接线图如图 4-15 所示。

三个表读数之和即为三相总功率

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

若上述星形负载对称，仅需测量出任意一相的功率，然后乘以 3 便是三相总功率。这种测量方法常称为一表法。

2. 三相三线制电路功率的测量　在三相三线制电路中，不论对称与否，可使用二表法的方法来测量三相功率，它们的接线图如图 4-16 所示。

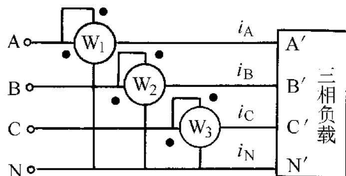


图 4-15　三表法测量功率的接线图

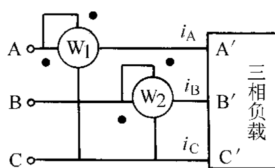


图 4-16　用二表法测量三相电路功率的接线图

不管负载如何联结，计算时都可以通过Y-△变换化成星形负载，因此三相电路的瞬时功率可以写成

$$p = p_A + p_B + p_C = u_{AN'}i_A + u_{BN'}i_B + u_{CN'}i_C$$

根据 KCL，有 $i_A + i_B + i_C = 0$，所以线电流 i_C 可以用其他两个线电流来替代，即 $i_C = -(i_A + i_B)$代入上式得

$$p = (u_{AN'} - u_{CN'})i_A + (u_{BN'} - u_{CN'})i_B = u_{AC}i_A - u_{BC}i_B$$

则三相电路的平均功率

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t = U_{AC}I_A\cos\varphi_1 + U_{BC}I_B\cos\varphi_2 \tag{4-19}$$

式中，φ_1 为电压相量 $\dot{U}_{AC}$与电流 $\dot{I}_A$ 的相位差；φ_2 为电压相量 $\dot{U}_{BC}$与电流相量 $\dot{I}_B$ 之间的相位差。

图 4-16 第一块功率表的读数见 W_1，第二块功率表的读数见 W_2。可见，两个功率表读数的代数和就是三相电路的总的平均功率。

对于负载对称的三相电路，设负载的阻抗角为 φ，由于 $\dot{U}_{AC}$ 滞后 $\dot{U}_A 30°$，$\dot{U}_{BC}$ 超前 $\dot{U}_B 30°$，所以

$$\varphi_1 = \varphi_A - 30° = \varphi - 30°$$
$$\varphi_2 = \varphi_B + 30° = \varphi + 30°$$

所以，对称的三相三线制电路中有

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= U_{AC}I_A\cos(\varphi - 30°) \\ P_2 &= U_{BC}I_B\cos(\varphi + 30°) \end{aligned}\right\} \tag{4-20}$$

由式(4-20)可知，两个功率表的读数与功率因数之间存在一定关系：

1）若 $\varphi = 0$，即负载为电阻时，两表读数相等，$P = P_1 + P_2 = 2P_1 = 2P_2$。

2）若 $|\varphi|=60°$，则其中一只功率表的读数为零，即 $P=P_1+P_2=P_1$（或 P_2）。

3）若 $|\varphi|>60°$，则其中一只功率表的读数为负值，总功率是两表读数之差。

例 4-6 图 4-16 所示电路，设负载为三相异步电动机，其功率 $P=2.5\text{kW}$，$\cos\varphi=0.866$，线电压 $U_l=380\text{V}$。试求图中两个功率表的读数。

解 要求功率表的读数，可利用式(4-20)即可求出

$$P_1=U_{BC}I_A\cos(\varphi-30°)=U_l\frac{P}{\sqrt{3}U_l\cos\varphi}\cos(\varphi-30°)$$

$$=\frac{2.5}{\sqrt{3}\times0.866}\cos(\arccos0.866-30°)\text{kW}$$

$$=1.668\text{kW}$$

$$P_2=U_{BC}I_B\cos(\varphi+30°)=\frac{U_lP}{\sqrt{3}U_l\cos\varphi}\cos(\varphi+30°)$$

$$=\frac{2.5}{\sqrt{3}\times0.866}\cos(\arccos0.866+30°)\text{kW}$$

$$=0.833\text{kW}$$

可以验证：$P=P_1+P_2=2.5\text{kW}$，与给定电动机的额定值一致。

4.4 三相电路的仿真分析

利用 EWB 可以对三相交流电路进行仿真研究，依据三相交流电路的特征，分别对负载的对称和不对称情况下的电路中电流、电压进行仿真研究，应用的元件和仪器分别包括在基本元件库(Basic)、信号源库(Sources)、指示器件库(Indicators)和仪器库(Instruments)中。

例 4-7 三相对称电路如图 4-17 所示，已知：$u_A=120\sqrt{2}\sin314t$ V，阻抗 $Z=(8+j6)\Omega$，利用 EWB 仿真出相电流和中线电流的值。

解 1）首先从基本元件库(Basic)中选取电阻和电感元件，双击元件符号，打开属性(Resistor Properties)对话框，选中“Value”卡，将电阻值均设为 8Ω，电感值均设为 19.1mH。从电源库(Sources)中选取三个交流电压源，双击元件符号，将电压源的有效值设为 120V，频率设为 50Hz，相位分别设为 0°、120°和 240°。同样从指示器件库(Indicators)选取电流表元件，双击元件符号，将电流表的属性设为交流(AC)。

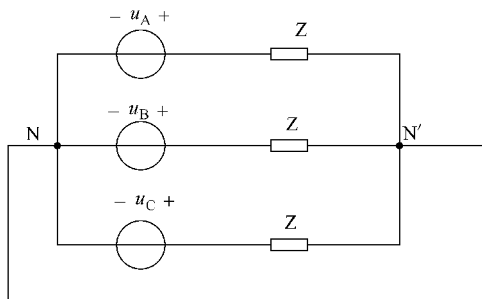


图 4-17 例 4-7 图

为了使得电路元件排放规则，可以利用工具按钮中的(Rotate，Flip Horizontal 和 Flip Vertical)按钮将水平放置的元件置为垂直放置、水平转向和上下翻转。然后按照电路结构，连接元件。图 4-17 的仿真连线图如图 4-18 所示。电压源的属性对话框如图 4-19 所示，电流源的属性对话框如图 4-20 所示，注意仿真电路必须有接地参考点。

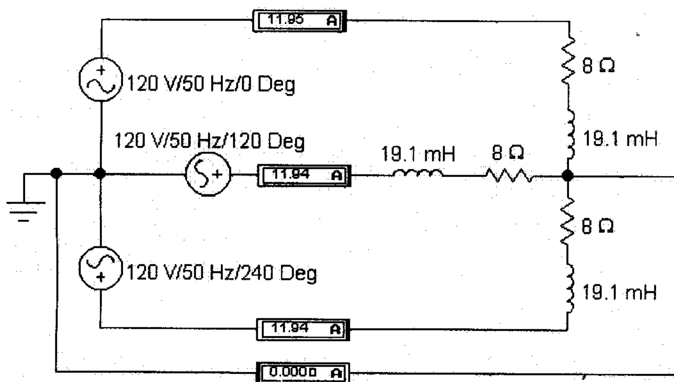


图 4-18　例 4-7 仿真图

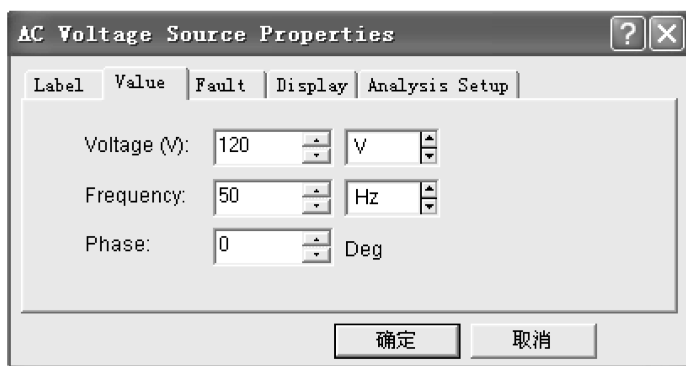


图 4-19　电压源属性对话框

2）打开 EWB 界面右上角的仿真开关，系统开始仿真，各个支路电流的仿真结果将显示在交流电流表上，如图 4-18 所示。

3）为进一步验证仿真结果的正确性，可计算图 4-17 的理论值。$I_1=I_2=I_3=12\text{A}$、$I_N=0\text{A}$，可见仿真结果是正确的。

例 4-8　三相电路如图 4-21 所示，电源电压为 380V/220V。A 相为一只 220V/40W、$\cos\varphi=0.5$ 的荧光灯，B 相为一只 220V/40W、$\cos\varphi=0.5$ 的荧光灯和 220V/40W 的一盏白炽灯并联，C 相为 5 只 220V/100W 的白炽灯的并联。利用 EWB 仿真出：1）S 闭合时负载的相电压、相电流和中性点之间的电压、中性线电流；2）S 断开时负载的相电压、相电流和中性点之间的电压、中性线电流。

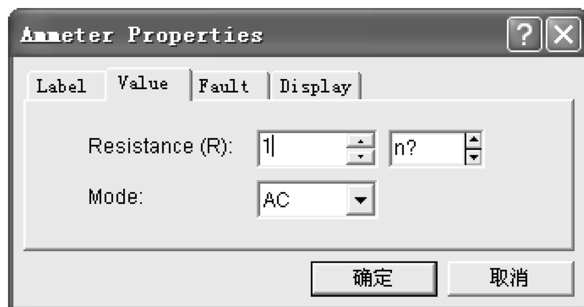


图 4-20　电流源属性对话框

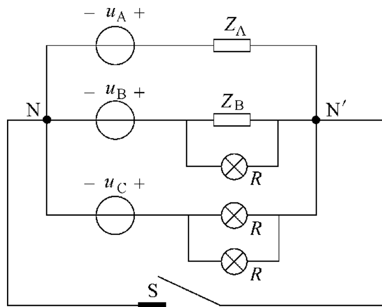


图 4-21　例 4-8 图

解　1）在画出 EWB 的仿真图之前，需计算电路中的参数。荧光灯电路用电阻和电感串联模型来代替，白炽灯用电阻模型来代替。根据已知条件可知，A 相和 B 相荧光灯的等效电感和电阻可通过下式求出：

$$|Z_A| = |Z_B| = \frac{U_p^2\cos\varphi}{P} = \frac{220^2 \times 0.5}{40}\Omega = 605\Omega$$

$$R_A = R_B = |Z_A|\cos\varphi = 605 \times 0.5\Omega = 302.5\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{|Z_A|\cos\varphi}{\omega} = \frac{605 \times 0.5}{314}\text{H} = 0.963\text{H}$$

白炽灯的等效电阻为

$$R = \frac{U_p^2}{P} = \frac{220^2}{100}\Omega = 484\Omega$$

由于 C 相为 5 只 220V/100W 的白炽灯的并联，所以 C 相的等效阻抗为

$$Z_C = \frac{R}{5} = \frac{484}{5}\Omega = 96.8\Omega$$

2）在 EWB 平面上画仿真图，首先从基本元件库(Basic)中选取电阻和电感元件，双击元件符号，打开属性(Resistor Properties)对话框，选中"Value"卡，将电阻和电感设为相应的值。从电源库(Sources)中选取三个交流电压源，双击元件符号，将电压源的有效值设为220V，频率设为 50Hz，相位分别设为 0°、120°和 240°。同样从指示器件库(Indicators)选取电压表和电流表器件，双击器件，将其属性设为交流(AC)。然后按照图 4-21 的电路结构，连接元器件。仿真连线图如图 4-22 所示。注意仿真电路必须有接地参考点。

3）将开关 S 闭合，激活 EWB 界面右上角的仿真开关，系统开始仿真，各个支路的相电压、相电流以及中性点之间的电压、中性线电流的仿真结果将显示在交流电流表上，如图 4-22 所示。

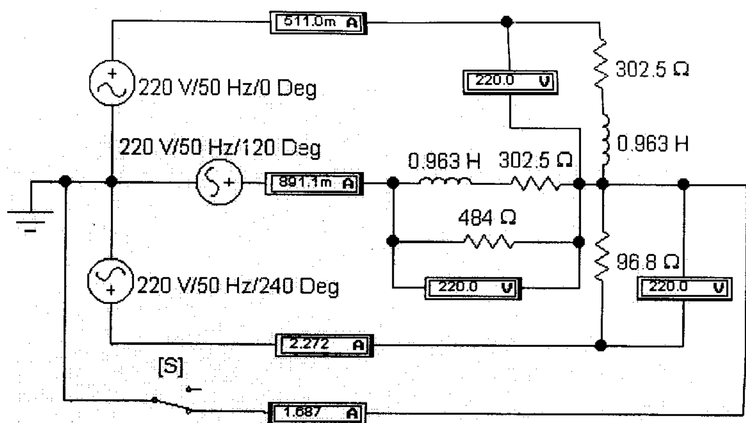


图 4-22　仿真连线及结果图

4）关闭仿真开关，将开关 S 断开，然后在激活 EWB 界面右上角的仿真开关，系统开始在新的电路结构下进行仿真，相应的指示仪表显示了各个支路的相电压、相电流以及中性点之间的电压、中性线电流的值，仿真结果如图 4-23 所示。

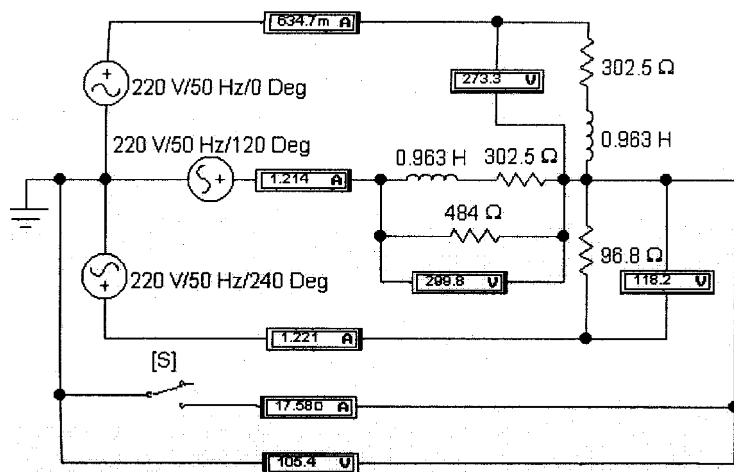


图 4-23　开关断开后的仿真结果图

5）为进一步验证仿真结果的正确性，可计算图 4-21 的理论值。这里的计算结果从略。由理论计算结果可知仿真结果的正确性。

下面通过验证性实验的角度来介绍利用 EWB 仿真三相交流电路分析方法的具体过程。

例 4-9　用 EWB 验证三相电路中负载对称和不对称时电压和电流的线值与相值关系。

1. 实验目的

1）学习负载的星形和三角形联结方法。

2）学习利用 EWB 验证三相电路中负载对称和不对称时电压和电流的线电压、线电流与相电压、相电流的关系。

3）学习 EWB 中虚拟仪器电压表、电流表的使用方法以及电源库、接地点的使用方法。

2. 实验原理　实验原理如图 4-24 所示。

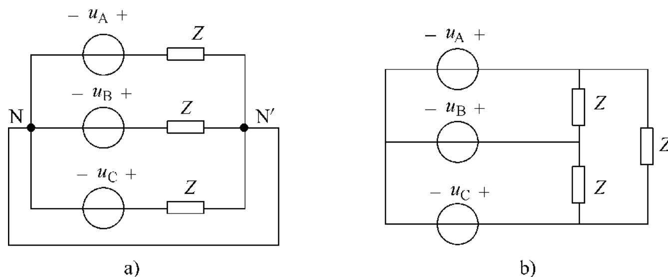


图 4-24　实验原理图

a）星形联结　b）三角形联结

3. 实验内容和方法

1）在 EWB 中创建仿真的连线图。通过开关 A、B、C 来实现负载的星形接法和三角形接法之间的转换，通过开关 D 和 E 来实现负载的对称接法和不对称接法之间的转换，电路连线及仿真的连线图 4-25 所示。注意各支路中应串入虚拟的交流电压表和交流的电流表以便测量各支路的电压和电流。

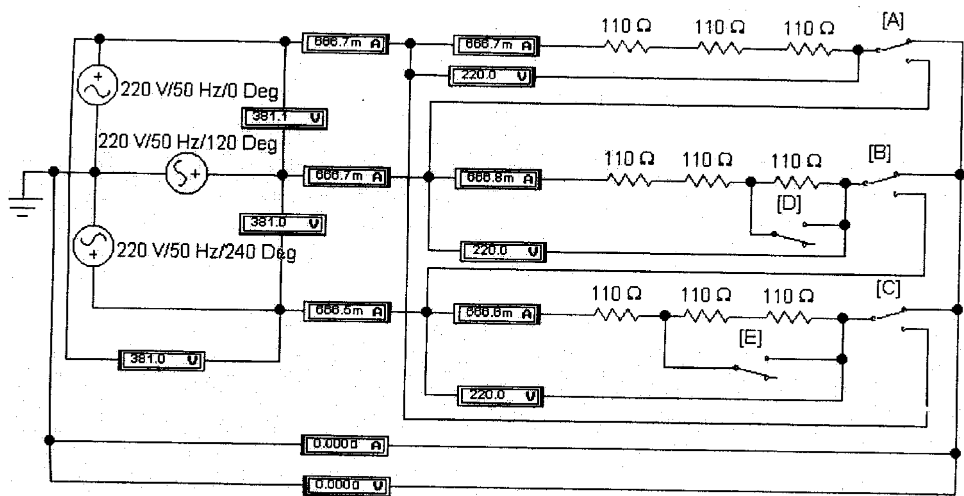


图 4-25　电路连线及仿真图

2）将开关 A、B、C 掷于上端，电路做星形联结，同时开关 D、E 掷于下端，负载处于对称运行状态，此时激活仿真开关，仿真结果如图 4-25 所示，同时将仿真结果填入表 4-1 中。

表 4-1　负载星形联结的仿真结果

		负载对称		负载不对称	
		有中性线	无中性线	有中性线	无中性线
线电压	U_{AB}/V	381. 0	381. 0	381. 0	381. 0
	U_{BC}/V	380. 0	380. 0	381. 0	381. 0
	U_{CA}/V	380. 0	380. 0	381. 0	381. 0
相电压	U_A/V	220. 0	220. 0	220. 0	274. 9
	U_B/V	220. 0	220. 0	220. 0	249. 8
	U_C/V	220. 0	220. 0	220. 0	151. 0
	$U_{NN'}$/V	0. 0	0. 0	0. 0	72. 11
电流	I_A/mA	666. 7	666. 7	666. 8	833. 0
	I_B/mA	666. 8	666. 8	1000. 0	1136. 0
	I_C/mA	666. 6	666. 6	2000. 0	1373. 0
	I_N/mA	0. 0	0. 0	1202. 0	0. 001

3）开关 A、B、C、D 和 E 的位置不变，关闭仿真开关，将开关 S 掷于下端，中性线断开，然后再次激活仿真开关，中性线断开时的仿真图如图 4-26 所示，同时将仿真结果填入表 4-1 中。同理，将开关 D、E 掷于上端，可仿真出负载做不对称运行时，有无、中性线两种情况下的结果，见表 4-1。

4）将开关 A、B、C 掷于下端，电路三角形联结，同时开关 D、E 掷于下端，负载处于对称运行状态，此时激活仿真开关。负载作三角形联结且对称时的仿真图如图 4-27 所示，

同时将仿真结果填入表 4-2 中。同理，将开关 D、E 掷于上端，可仿真出负载做不对称运行时的结果，见表 4-2。

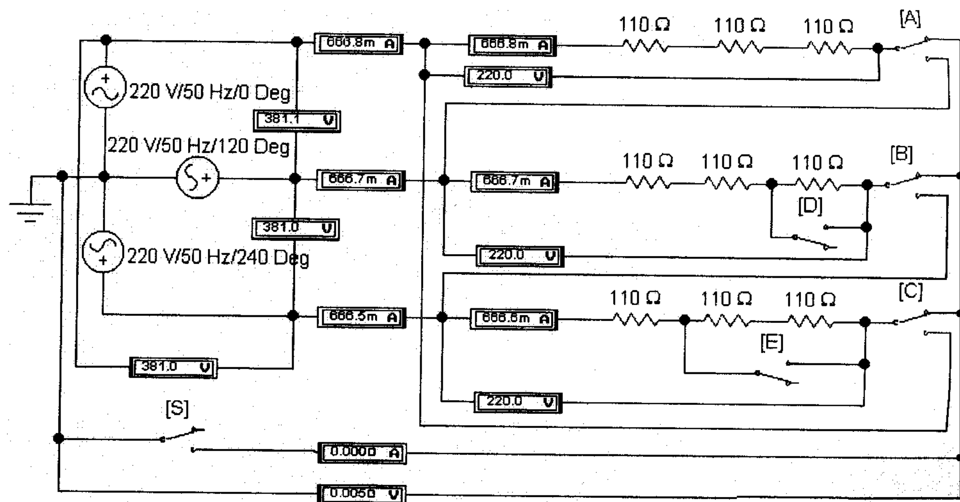


图 4-26　中性线断开时的仿真图

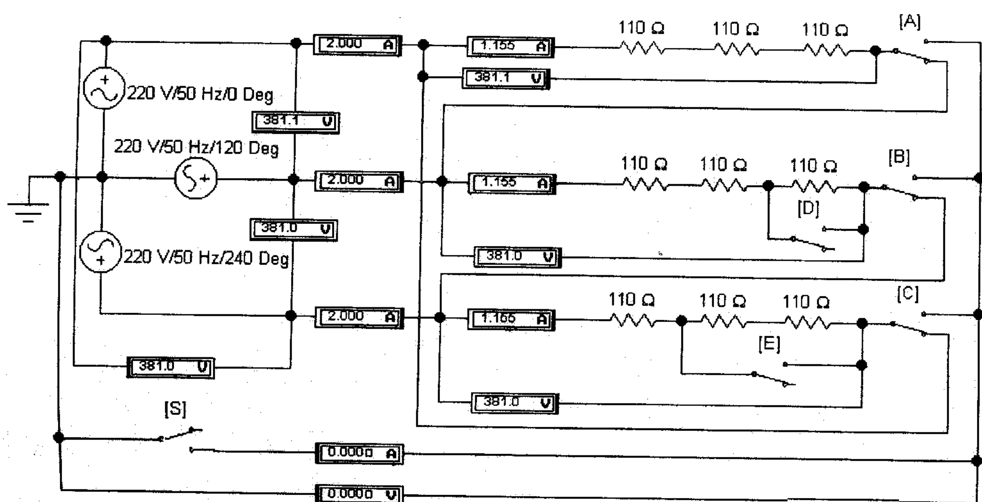


图 4-27　负载作三角形联结且对称时的仿真图

表 4-2　负载三角形联结时的测量值

负载 \ 电压、电流	电压/V			线电流/A			相电流/A		
	U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	I_A	I_B	I_C	I_{AB}	I_{BC}	I_{CA}
对称	381. 1	381. 1	381. 1	2. 0	2. 0	2. 0	1. 155	1. 155	1. 154
不对称	381. 0	381. 0	381. 1	4. 164	2. 516	4. 583	1. 155	1. 732	3. 465

5）为进一步验证仿真结果的正确性，可计算上述情况的理论值。这里计算结果从略。由理论计算结果可知仿真结果的正确性。

小　　结

1. 三相电动势是由三相交流发电机产生的，对称的三相电源是指三相电源的电压幅值相等频率相同、相位上彼此相差120°。对称负载和对称三相电源组成的电路，称之为三相对称电路，三相对称电路中，其相电压、相电流、线电压及线电流均是对称的。

2. 三相电路的负载及电源的联结均有Y和△联结两种，通常三相电源的联结方式为Y。

3. 负载作Y联结的电路，在对称情况下有 $U_l=\sqrt{3}U_p$，相位上 U_l 超前相位 U_p30°，电流之间的关系为 $I_l=I_p$。若负载不对称，则分别计算。

4. 不对称负载星形联结时，采用三相四线制，这时负载能获得对应三相电压，中性线的作用是保证每相负载获得与电源电压基本相等的端电压，以确保三相负载能够正常工作。

5. 负载作△联结的电路，在对称情况下有 $U_l=U_p$，$I_l=\sqrt{3}I_p$，相位上，线电流滞后相位相电流30°，若负载不对称，则逐相计算。

6. 三相电路的功率有平均功率、无功功率、视在功率、瞬时功率。三相电路的瞬时功率之和为一常值，其值等于平均功率。这是对称三相电路的一个优越性能。三相功率的测量可采用三表法和二表法。前者适用于三相四线制电路，后者适用三相三线制电路。若负载对称三相四线制电路也可以用一表法测量。

7. 三相电路中的支路电压和电流可以采用EWB进行仿真。通过仿真可以验证电路分析的正确性。

习　　题

4-1　三相电动机的3个绕组的6个端头分别接在一块接线板上，如图4-28所示。每个绕组的额定电压为220V，问对称三相电源的线电压为380V及220V时，各端头与电源线应如何接线？

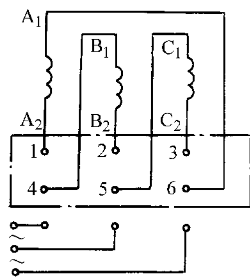


图4-28　题4-1图

4-2　一台三相变压器的三相绕组星形联结，每相额定电压220V，出厂试验时测得相电压 $U_A=U_B=U_C=220V$，但线电压却为 $U_{AB}=U_{CA}=220V$，$U_{BC}=380V$，试问这种现象是如何造成的？画出相量图并指出改正办法。

4-3　已知对称三相电源的B相电压的瞬时值 $u_B=311\sin(\omega t-90°)$ V，试写出其他各相电压的瞬时值表达式、相量表达式及相量图。

4-4　已知对称三相电源星形联结，其线电压 $u_{AB}=380\sqrt{2}\sin(\omega t+60°)$ V，试写出相电压 u_A、u_B 和 u_C 的瞬时表达式和相量表达式。

4-5　某对称三相电路，负载作星形联结时线电压为380V，负载 $R=10\Omega$，$X_L=15\Omega$，求负载的相电流为多少？

4-6　图4-29所示三相电路的电源线电压 $U_l=380V$，每相负载阻抗均为10Ω，试问这能否称为对称三相负载和对称三相电路？试计算各相电流和中性线电流，并画相量图。

4-7　三相对称电路如图4-30所示，线电压 $\dot{U}_{AB}=380\angle 0°$ V，$\omega L=76\Omega$，$R=44\Omega$，试求：1）$\dot{I}_A$、$\dot{I}_{A1}$、$\dot{I}_{A2}$；2）电路的总有功功率。

4-8　拟选用额定电压为220V的负载组成三相电路，已知负载阻抗 $Z=20\angle 45°\Omega$，对于线电压为380V和220V的两种电源，负载应如何连接？试求出上述两种情况下的相电流和线电流。

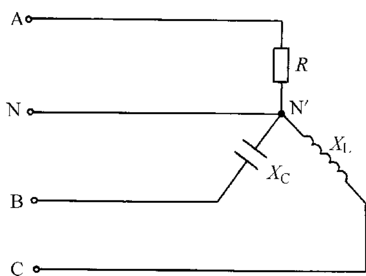


图 4-29　题 4-5 图

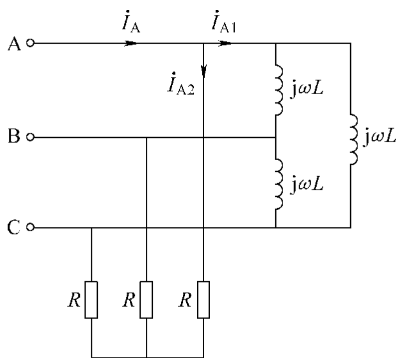


图 4-30　题 4-7 图

4-9　三相电路如图 4-31 所示，电源电压为 380/220V。A 相为一只 220V，40W，$\cos\varphi=0.5$ 的荧光灯，B 相为一只 220V，40W，$\cos\varphi=0.5$ 的荧光灯和 220V，100W 一盏白炽灯。C 相为 5 只 220V，100W 的白炽灯，求中性线断开时，各相负载的相电压。

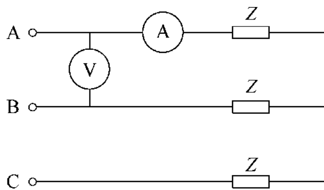


图 4-32　题 4-10 图

4-10　图 4-32 所示三相对称电路，电流表读数为 4A，电压表读数为 380V，负阻抗 $Z=|Z|\underline{/60°}\Omega$，试求三相电路的有功功率 P、无功功率 Q 和视在功率 S。

4-11　三相电路如图 4-33 所示，每相 $R=8\Omega$，$X_L=6\Omega$，线电压为 380V。试求：1）每相负载的相电流和线电流；2）三相负载的平均功率、无功功率和视在功率的大小。

4-12　对称三相负载星形联结，已知每相阻抗 $Z=(30.8+j23.1)\Omega$，电源的线电压 $U_l=380V$。试求三相功率 S、P、Q 和功率因数 $\cos\varphi$。

图 4-31　题 4-9 图

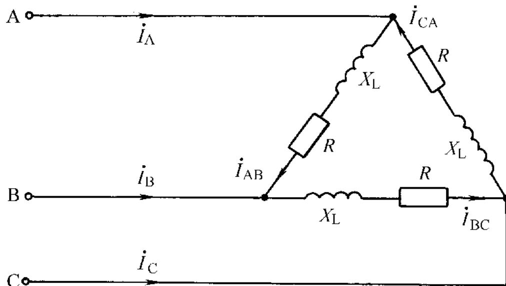


图 4-33　题 4-11 图

4-13　已知负载为三角形联结的三相对称电路，其线电流 $I_l=25.5A$，有功功率 $P=7760W$，功率因数 $\cos\varphi=0.8$，求电源的线电压 U_l、电路的视在功率 S 和负载的每相阻抗 Z。

4-14　线电压为 380V 的对称工频电源上接一个三角形联结的三相对称电阻炉，电路如图 4-34 所示，其线电流为 10A，在端线 A 和 B 之间接有一个功率因数为 0.866、电流为 5A 的感性负载。试求：1）电阻炉每相电阻和感性负载上的 R_1 和 L_1 的值；

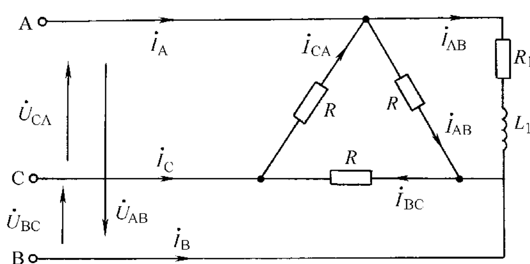


图 4-34　题 4-14 图

2）电源A线上的总电流 I_A；3）负载总的有功功率值。

4-15　有一台星形联结的发电机，相电流为1380A，线电压为9300V，功率因数为0.80，求此发电机提供的有功功率、无功功率和视在功率。

4-16　图4-35中，已知线电压 $U_l=220$V，复阻抗 $Z=R+jX$ 电流表读数17.3A，$P=4.5$kW。试求：1）每相的 R 和 X_L；2）A相断开时各表的读数和总功率 P。

4-17　图4-36所示电路，3个电阻负载星形联结，已知电源的线电压 $U_l=380$V，负载电阻 $R_A=10\Omega$，$R_B=R_C=20\Omega$。试求：1）负载的各相电压，相电流及中性线电流，并作相量图；2）如无中性线，再求1）中各项，并比较1）、2）所得结果；3）如无中性线，当A相短路时，求各相电压和电流；4）如无中性线，当C相断路时求另外两相的电压和电流；5）在3）、4）中如有中性线，其结果则又如何？

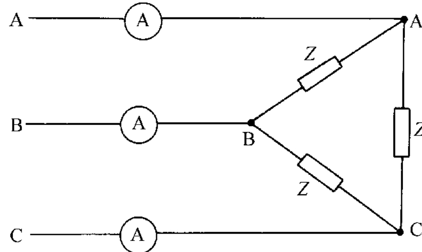


图4-35　题4-16图

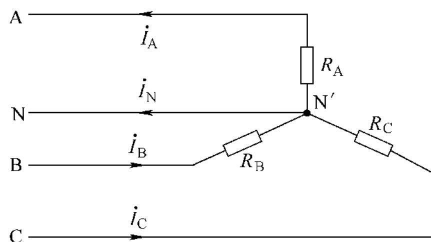


图4-36　题4-17图

4-18　图4-37所示对称三相电路，电源线电压 $U_l=380$V，线电流 $I_l=4$A，功率表 W_1 的读数为760W，求：1）负载的阻抗角 φ；2）功率表 W_2 的读数 P_2；3）三相负载消耗的总功率 P。

4-19　图4-38所示电路中，对称三相电源的线电压 $\dot{U}_{AB}=380\angle 30°$V，三相对称负载 $R=300\Omega$，$\frac{1}{\omega C}=100\Omega$。求：(1) 电流 $\dot{I}_{A1}$、$\dot{I}_{A2}$ 和 $\dot{I}_A$；(2) 功率表的读数。

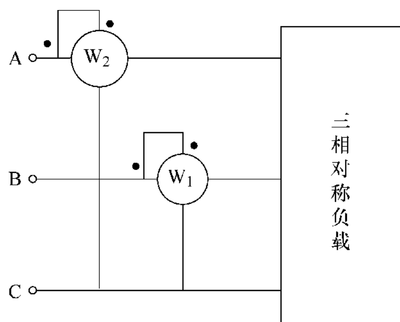


图4-37　题4-18图

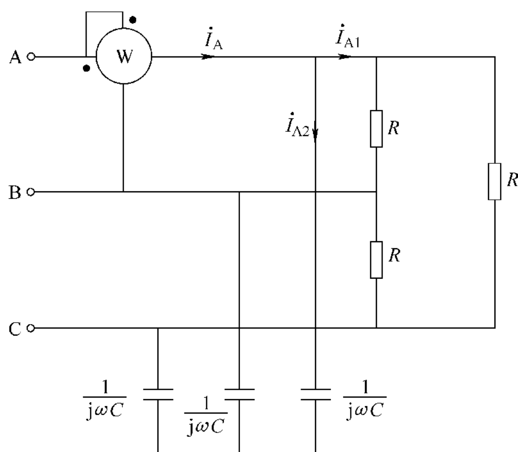


图4-38　题4-19图

4-20　用EWB仿真题4-5，要求测量出各相电流和中性线电流。

4-21　用EWB仿真题4-6。

4-22　用EWB仿真题4-8。

4-23　用EWB仿真题4-10。

第 5 章　电路的时域分析

本章以电子技术中广泛应用的 RC 一阶电路为例，着重研究换路定律、电路的时域分析、求解一阶电路的三要素法以及 RC 电路对矩形波电压的响应。

5.1　概述

5.1.1　时域响应的概念

电路的响应是指电路中的电压、电流等物理量在信号源或电路中储能元件初始储能作用下所发生的变化，引起这些响应的信号源或电路中储能元件的初始储能称为激励。时域响应是指在激励源的作用下，电路中的响应随时间变化的规律，即 $u(t)$、$i(t)$ 等。

前几章所讨论的电路，无论是直流电路还是交流电路都是处于稳定状态的电路。所谓稳定状态，是指电路中的电压和电流等物理量在给定条件下已达到某一稳定值，对于正弦交流电是指其幅值达到某一稳定值。稳定状态简称稳态。

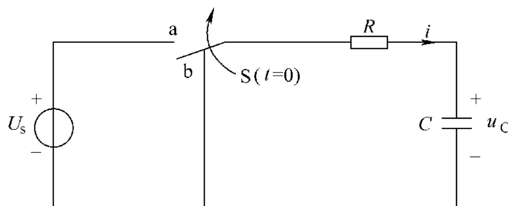


图 5-1　RC 电路的转换

当电路接通、断开以及电路的参数、结构和激励等突然改变时，电路的运行状态将发生变化。其中电压、电流等物理量将从原来的稳定值变化到新的稳定值。如图 5-1 所示，当开关 S 合向 b 时，电路未接通电源且处于稳定状态，即电阻 R 中电流 $i=0$，电容两端电压 $u_C=0$，当 $t=0$ 时开关 S 由 b 合向 a，电路与直流电源接通，电压源通过电阻 R 对电容 C 充电，电容两端电压 u_C 由零逐渐上升，最后与 u_s 平衡，即 $u_C=u_s$，而充电电流 i 在 $t=0$ 瞬间突然从零增至 u_s/R，随即逐渐下降至零，充电结束时 $u_C=U_s$，$i=0$，电路达到第二稳定状态。显然上述电路从一种稳定状态转变到另一种稳定状态需要一个过渡过程，通常称为电路的过渡过程。与稳态相比，电路的过渡过程所经历的时间非常短暂，故又称电路的过渡过程为暂态过程。

5.1.2　暂态过程的产生

如前所述，电路中的暂态过程是由于电路的接通、断开以及电路的参数、结构和激励的突然改变等原因所致。为叙述方便，将电路状态的这些改变统称为换路。然而并不是所有的电路在换路时都产生暂态过程，换路只是产生暂态过程的外因，内因是电路中存在储能元件：电感 L 和电容 C。

储能元件中的能量不能跃变，是电路产生暂态过程的主要原因。能量既不可能无中生有，也不可能无由消失，它只能从一种形式转换成另一种形式，从一个储能元件传递到另一个储能或耗能元件，在转换和传递过程中，能量的积累或衰减都需要一定的时间，否则将意

味着无穷大功率的存在，即 dW/dt 等于无穷大，显然，这是不存在的。功率是有限的，能量只能作连续变化。正如火车、汽车的速度不能跃变，是因为它们的动能不能跃变；电动机的温升(比周围环境温度高出之值)不能跃变，是因为其热能不能跃变等。在电路中，电感线圈储存的磁场能量为 $W_L=Li_L^2/2$，电容器储存的电场能量为 $W_C=Cu_C^2/2$，由于能量不能跃变，所以电感中的电流 i_L 和电容两端的电压 u_C 也都不可能发生跃变。

i_L 和 u_C 不能跃变还可从另外一个角度来证明，如果 i_L 可以跃变，则电感两端的电压 $u_L=Ldi_L/dt$ 将等于无穷大；如果 u_C 可以跃变，则电容中的电流 $i_C=Cdu_C/dt$ 将等于无穷大。显然，无穷大的电压和电流是不存在的，所以 i_L 和 u_C 不能跃变。

5.1.3 换路定律与电路初始值的确定

综上所述，电感中的电流 i_L 和电容两端的电压 u_C 不能跃变，它们都是时间的连续函数。设 $t=0$ 为换路瞬间，并以 $t=0_-$ 表示换路前的最终瞬间，$t=0_+$ 表示换路后的初始瞬间，则从 $t=0_-$ 到 $t=0_+$ 即换路前后瞬间，电感中的电流和电容两端电压不能跃变，这就称为换路定律。

如果用 $i_L(0_-)$ 和 $i_L(0_+)$ 分别表示换路前后瞬间电感中的电流；用 $u_C(0_-)$ 和 $u_C(0_+)$ 分别表示换路前后瞬间电容两端的电压，则换路定律的数学表达式为

$$\left.\begin{aligned}i_L(0_+)&=i_L(0_-)\\u_C(0_+)&=u_C(0_-)\end{aligned}\right\}\qquad(5\text{-}1)$$

换路定律仅适用于换路瞬间，根据它可确定 $t=0_+$ 时电路中的电压、电流值，即暂态过程的初始值。初始值是进行电路时域分析的必要条件。

例5-1 已知电路如图5-2所示电路换路前已处于稳定状态，$t=0$ 时，开关 S 由 b 点合向 a 点，电路与电源接通，求电源接通瞬间各元件上的电压和各支路中的电流。

解 因为换路前电路已处于稳态，则电感中的电流和电容两端电压均为零。根据换路定律则有

$$i_1(0_+)=i_1(0_-)=0$$
$$i_4(0_+)=i_4(0_-)=0$$
$$u_{C2}(0_+)=u_{C2}(0_-)=0$$
$$u_{C4}(0_+)=u_{C4}(0_-)=0$$

画出 $t=0_+$ 时的等效电路，如图5-3所示，再根据欧姆定律求出其他初始值，所求数据如表5-1所示。

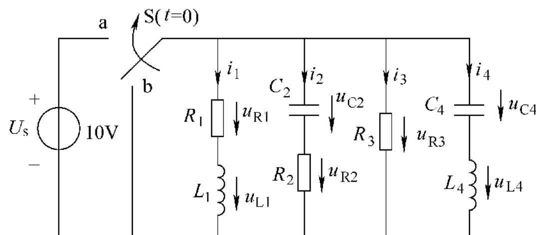


图5-2 例5-1图

R_1、R_3 1kΩ R_2 2kΩ C_2 5μF C_4 10μF L_1 0.1H L_4 0.2H

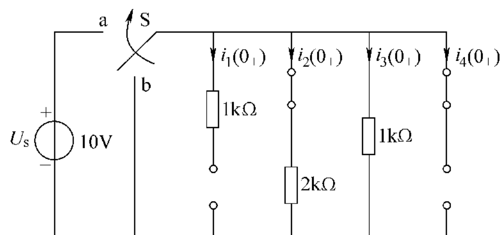


图5-3 $t=0_+$ 等效电路图(例5-1)

由表 5-1 可见，虽然电容两端电压不能跃变，但其中的电流 i_C 可以跃变；虽然电感中的电流不能跃变，但其两端的电压 u_L 可以跃变；而电阻元件两端的电压和其中的电流均可跃变。

表 5-1　数据表

	i_1	i_2	i_3	i_4	u_{L1}	u_{L4}	u_{C2}	u_{C4}	u_{R1}	u_{R2}	u_{R3}
单位	mA				V						
$t=0_-$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$t=0_+$	0	5	10	0	10	10	0	0	0	10	10

例 5-2　电路仍如图 5-2 所示。如果 S 由 b 点合向 a 点且电路稳定后 S 再由 a 点合向 b 点，求换路瞬间各元件上的电压及各支路中的电流。

解　开关 S 在 a 点且电路处于稳态时，各电压、电流的稳态值可根据电容对直流相当于断路、电感对直流相当于短路以及电阻电路的欧姆定律等原则来确定；而开关 S 由 a 点合向 b 点的瞬间，各电压、电流的初始值由换路定律和欧姆定律来确定。计算结果如表 5-2 所示。

表 5-2　计算结果

	i_1	i_2	i_3	i_4	u_{L1}	u_{L4}	u_{C2}	u_{C4}	u_{R1}	u_{R2}	u_{R3}
单位	mA				V						
$t=0_-$	10	0	10	0	0	0	10	10	10	0	10
$t=0_+$	10	−5	0	0	−10	−10	10	10	10	−10	0

由上述例题的分析与计算可以看出：当储能元件没有初始储能时，即 $u_C(0_-)=0$、$i_L(0_-)=0$，换路瞬间，电容相当于短路，电感相当于断路；当储能元件有初始储能时，即 $u_C(0_-)=U_0$、$i_L(0_-)=I_0$，换路瞬间，电容可等效成一个电压为 U_0 的恒压源，电感可等效成一个电激流为 I_0 的恒流源。例题 5-2 换路后瞬间即 $t=0_+$ 时的等效电路，如图 5-4 所示。

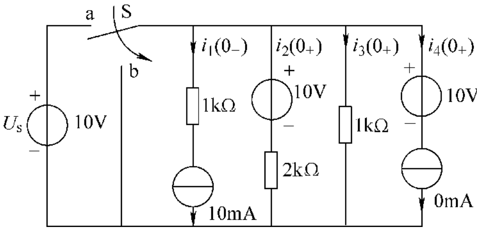


图 5-4　$t=0_+$ 等效电路（例 5-2）

5.1.4　时域分析的意义及方法

时域分析主要是研究暂态过程中，在激励作用下电路各部分电压和各支路电流随时间变化的规律。虽然电路中的暂态过程很短暂，但分析暂态过程却十分重要。一方面，利用电路的暂态过程可以实现振荡信号的产生、信号波形的变换、电子继电器的延时动作、晶闸管的触发控制、电动机电容起动等；另一方面，暂态过程中还可能出现不利于电路工作的情况，例如某些电路在接通或断开时会产生过高的电压和过大的电流，这种电压和电流称之为过电压和过电流。过电压可能击穿电气设备的绝缘，过电流可能产生过大的机械力或引起电气设备和器件的局部过热，从而使其遭受机械损坏和热损坏。对某些电子器件，极短暂的过电压和过电流都将导致它们的损坏。因此进行时域分析的目的就是充分利用电路的暂态过程特性

来满足技术上对电气线路和电气装置的性能要求，同时又要尽量防止和避免暂态过程所产生的危害。

时域分析的最基本方法是经典法。其实质是根据欧姆定律和基尔霍夫定律列写表征该电路运行状态，以时间 t 为自变量的微分方程，然后再利用已知的初始条件求解。只有一种储能元件的电路，其暂态过程可以用一阶微分方程描述，称为一阶电路；而有两种储能元件的电路，其暂态过程可以用二阶微分方程描述，称为二阶电路。没有储能元件的电路，则没有暂态过程。

练习与思考

5-1-1　什么叫换路定律？它的理论基础是什么？

5-1-2　已知图5-5所示电路换路前已处于稳态。$t=0$ 时，电路换路。试求换路后电路的初始值。

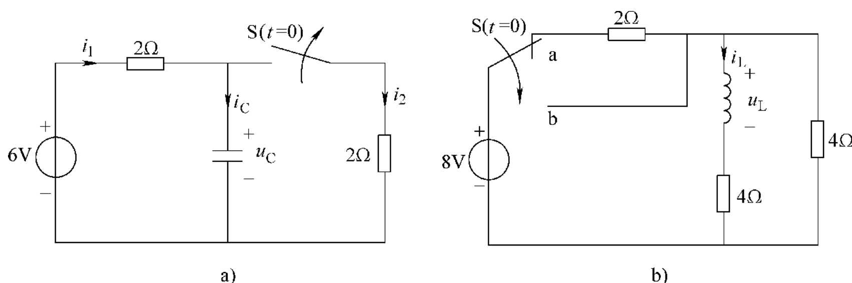


图5-5　题5-1-2图

5.2　*RC* 电路的时域分析

5.2.1　*RC* 电路的零输入响应

图5-6所示一 RC 放电电路，开关S合在a点时，电容充电到 $u_C=U$，且电路已处于稳态。$t=0$ 时，将开关S从a点合向b点，这时电容 C 将通过电阻 R 放电，即把原来电容中储存的电场能量释放给电阻并消耗掉，与此同时，放电电流 i 和电容两端电压 u_C 将逐渐减小至零，电路达到新的稳态，这就是 RC 电路的放电过程。由于换路后该电路的响应完全是靠储能元件的初始储能做激励，没有外界能量的输入，因此，电路中发生的暂态过程称为零输入响应。下面将要讨论的是换路后电路中的电压和电流随时间变化的规律。

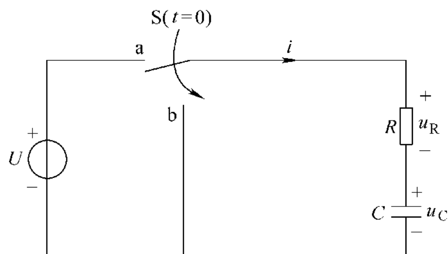


图5-6　*RC* 放电电路

根据KVL列写换路后表征电路运行状态的方程，即

$$u_C+iR=0 \tag{5-2}$$

在图5-6所示关联参考方向下，i 和 u_C 之间的关系是

$$i=C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

将 i 代入式(5-2)可得

$$RC\frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t}+u_{\mathrm{C}}=0 \tag{5-3}$$

式(5-3)为一阶常系数线性齐次微分方程，该微分方程的通解为

$$u_{\mathrm{C}}=A\exp(pt)$$

其中 A 是积分常数。将 u_{C} 代入式(5-3)可得到该微分方程的特征方程

$$RCp+1=0$$

其特征根为

$$p=-\frac{1}{RC}$$

因此，式(5-3)的通解为

$$u_{\mathrm{C}}=A\exp\left(-\frac{1}{RC}t\right) \tag{5-4}$$

求出 u_{C} 的通解表达式后，再定积分常数 A。换路前电路已处稳态，$u_{\mathrm{C}}(0_-)=U$，根据换路定律得

$$u_{\mathrm{C}}(0_+)=u_{\mathrm{C}}(0_-)=U$$

代入式(5-4)可得积分常数

$$A=U$$

所以

$$u_{\mathrm{C}}=U\exp\left(-\frac{1}{RC}t\right) \tag{5-5}$$

令

$$\tau=RC \tag{5-6}$$

则

$$u_{\mathrm{C}}=U\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{5-7}$$

式中，τ 称为电路的时间常数。

求得 u_{C} 后，即可求出电阻上的电压和电路中的电流，它们分别为

$$u_{\mathrm{R}}=-u_{\mathrm{C}}=-U\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{5-8}$$

$$i=\frac{u_{\mathrm{R}}}{R}=-\frac{U}{R}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{5-9}$$

式(5-8)、式(5-9)中的负号表示电阻上的电压和放电电流的实际方向与图 5-6 中选定的参考方向相反。

u_{C}、u_{R} 和 i 随时间变化的曲线如图 5-7 所示。由图可见，在电容 C 通过电阻 R 放电的过程中，u_{C} 不能跃，而是随时间按指数规律衰减。

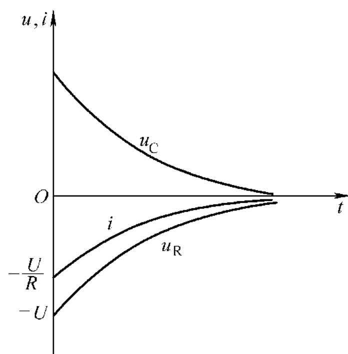


图 5-7　u_{C}、u_{R} 和 i 随时间变化的曲线

下面着重讨论时间常数 τ 的概念。

当 R 的单位是 Ω，C 的单位是 F 时，$\tau = RC$ 的单位是 s，因为 τ 具有时间的量纲，所以被称为电路的时间常数。τ 值的大小决定了电路的过渡过程进行的快慢，τ 值越大，u_C 衰减越慢，过渡过程所需要的时间越长。

当 $t = \tau$ 时，由式(5-7)得

$$u_C = U\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = U\exp(-1) = 0.368U$$

这时电容电压 u_C 衰减到初始值的36.8%。因此，可将时间常数 τ 理解为放电电压 u_C 衰减到其初始值的36.8%所需要的时间。

在放电过程中，时间 t 等于不同 τ 的倍数时，电容两端电压 u_C 值如表5-3所示。

表5-3　t 等于不同 τ 和倍数时的 u_C 值

t	1τ	2τ	3τ	4τ	5τ
u_C	$0.368U$	$0.135U$	$0.05U$	$0.018U$	$0.007U$

从理论上讲，$t = \infty$ 时电路才能达到新的稳态，但从表5-3可以看出，当 $t = (3 \sim 5)\tau$ 时，u_C 已衰减到其初始值的5%～0.7%，通常认为此时暂态过程已经结束，电路进入新的稳态。

对于时间常数 τ，还可以从物理意义上理解。即 τ 与 R 和 C 值有关，如果电阻 R 值越大，则对电流的阻力就越大，放电电流也就越小；而电容 C 值越大，则储存的电荷就越多，放掉电荷所需的时间也就越长，这些都将使放电过程进行缓慢。可见，改变 R 或 C 值，即可改变时间常数 τ，也就是改变电路暂态过程进行的速度。

5.2.2　*RC* 电路的零状态响应

电路如图5-8所示。设开关S断开时，电容 C 中没有储存能量，即 $u_C(0_-) = 0$ 这种情况叫做电路的零初始状态，简称零状态。在零状态下，$t = 0$ 时开关S闭合，直流电源与电路接通并通过电阻 R 对电容 C 进行充电。这时电路的响应称为零状态响应。研究零状态响应，就是研究电路接通后，u_C、u_R 和 i 随时间 t 变化的规律。

根据KVL列出换路后表征电路运行状态的方程，即

$$Ri + u_C = U \tag{5-10}$$

在图5-8所示关联参考方向下，i 和 u_C 的关系是

$$i = C\frac{du_C}{dt}$$

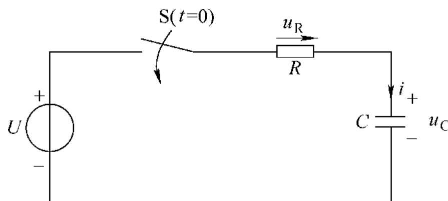


图5-8　*RC* 充电电路

将 i 代入式(5-10)可得

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = U \tag{5-11}$$

式(5-11)为一阶常系数线性非齐次微分方程，其通解是由特解 u_C' 和补函数 u_C'' 两部分组成，即

$$u_C = u_C' + u_C''$$

特解 u_C' 即为电路达到稳态时的 u_C 值，即

$$u_C' = u_C(\infty) = U$$

补函数 u_C''是与式(5-10)相对应的齐次微分方程的通解，其形式与式(5-4)相同，即

$$u_C'' = A\exp\left(-\frac{t}{RC}\right) = A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

因此式(5-11)的通解为

$$u_C = U + A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{5-12}$$

根据 u_C 的初始值来确定积分常数 A。已知 $u_C(0_-) = 0$，根据换路定律得

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

代入式(5-12)得

$$u_C(0_+) = U + A = 0$$

所以

$$A = -U$$

将 A 代入式(5-12)便可得到电容 C 上的充电电压

$$u_C = U - U\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = U\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] \tag{5-13}$$

由此，可求出电路中的充电电流 i 和电阻两端电压 u_R 分别为

$$i = C\frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{5-14}$$

$$u_R = Ri = U\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{5-15}$$

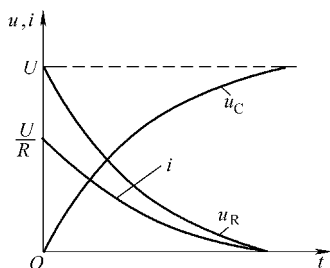


图 5-9　u_C、u_R 和 i 随时间的变化曲线

u_C、u_R 和 i 随时间变化的曲线如图 5-9 所示。其中 u_C 是随时间按指数规律逐渐增大，最后达到电源电压值 U，而 u_R 和 i 则均随时间按指数规律逐渐衰减至零。

式(5-12)～式(5-15)中的 τ 为电路的时间常数。它同样决定了电路暂态过程进行的快慢。当 $t = \tau$ 时

$$u_C = U\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] = U[1 - \exp(-1)] = 0.632U$$

因此，可将充电电路的时间常数 τ 理解为电容从零状态开始充电到其稳态值的 63.2% 所需要的时间。

同理，当 $t = (3\sim5)\tau$ 时，$u_C = (0.95\sim0.993)U$，即电容电压 u_C 已接近电源电压值，所以，通常认为经过$(3\sim5)\tau$ 的时间，电路的暂态过程已经结束，并开始新的稳态运行。

5.2.3　*RC* 电路的完全响应及其两种分解形式

电路中的储能元件有初始储能的状态，叫非零初始状态，简称非零状态。在非零状态下，电路与电源接通，电路的响应是由电源和储能元件的初始储能这两种激励共同作用的结果，因此称为电路的完全响应。

设图 5-8 所示电路换路前已处稳态，且电容两端电压 $u_C(0_-) = U_0$，根据换路定律得

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$$

代入式(5-12)得积分常数

$$A = U_0 - U$$

再将 A 代入式(5-12)，则非零状态下的电容电压

$$\underbrace{u_C}_{完全响应} = \underbrace{U}_{稳态分量} + \underbrace{(U_0 - U)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}_{暂态分量} \tag{5-16}$$

式中，U 是电路进入第二稳态的电容电压，所以称为稳态分量；$(U_0 - U)\exp(-t/\tau)$ 这部分电压将随时间的增长而消失，故称为暂态分量。

可见，完全响应 u_C 是稳态分量与暂态分量的叠加。其变化曲线如图 5-10 所示。

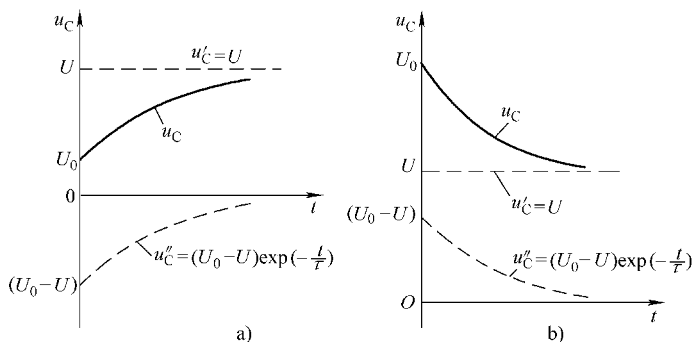


图 5-10　稳态分量与暂态分量叠加的 u_C 变化曲线

a）$U_0 < U$，电容充电　b）$U_0 > U$，电容放电

式(5-16)还可以用另外一种形式表示，即

$$\underbrace{u_C}_{完全响应} = \underbrace{U\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]}_{零状态响应} + \underbrace{U_0\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}_{零输入响应} \tag{5-17}$$

式中，$U[1 - \exp(-t/\tau)]$ 是电容无初始储能时电路与电源接通的情况，即为零状态响应；$U_0\exp(-t/\tau)$ 则是电源不作用(视其短路)，只有电容初始储能作用时的情况，即为零输入响应。

因此，对于一阶线性电路的完全响应又可以表示为零状态响应与零输入响应的叠加，其变化曲线如图 5-11 所示。

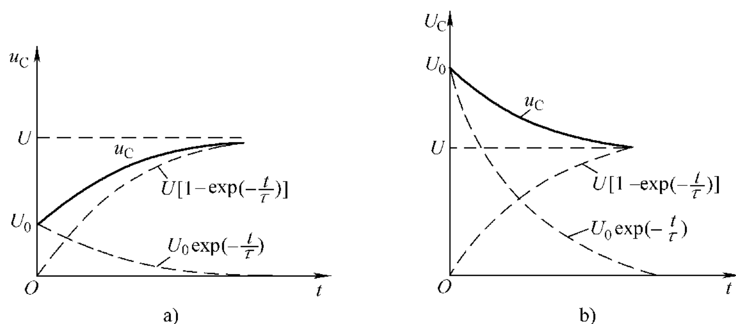


图 5-11　u_C 分解为零状态响应和零输入响应叠加的 u_C 变化曲线

a）$U_0 < U$　b）$U_0 > U$

例 5-3　电路如图 5-12 所示。设换路前电路已处于稳态，且 $R_1=1\text{k}\Omega$，$R_2=2\text{k}\Omega$，$R_3=5\text{k}\Omega$，$C=1\mu\text{F}$，电流源的电激流 $I_s=5\text{mA}$。当 $t=0$ 时，将开关 S 由 1 合向 2，求：1）$t\geqslant0$ 时的 u_C；2）u_C 衰减到 2V 时所需的时间。

解　换路前 $u_C(0_-)=I_sR_2=5\times2\text{V}=10\text{V}$

根据换路定律 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=10\text{V}$

电路的时间常数

$$\tau=R_3C=5\times10^3\times1\times10^{-6}\text{s}=5\times10^{-3}\text{s}$$

1)换路后电容通过 R_3 放电，即为零输入响应，则电容两端电压

$$u_C=u_C(0_+)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)=10\exp(-200t)\text{V}$$

其中电流

$$i=-C\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t}=\frac{u_C(0_+)}{R_3}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$=\frac{10}{5}\exp(-200t)=2\exp(-200t)\text{mA}$$

u_C 和 i 随时间变化的曲线如图 5-13 所示。

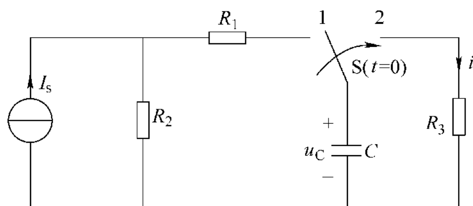


图 5-12　例 5-3 图

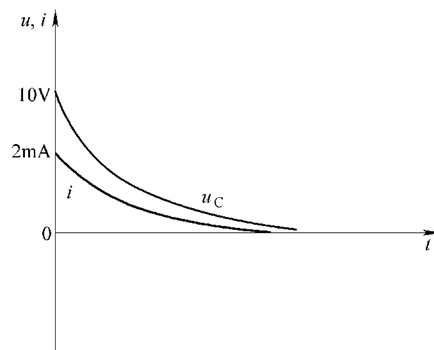


图 5-13　例 5-3u_C、i 变化曲线

2）电容电压衰减到 2V 时

$$2=10\exp(-200t)$$

所需的时间为

$$t=\frac{\ln5}{200}\text{s}=8\times10^{-3}\text{s}$$

当分析复杂电路的时域响应时，可应用戴维南定理将换路后储能元件以外的电路用电压源来等效，然后再利用由经典法所得出的结果求解。

例 5-4　电路如图 5-14a 所示，已知 $u_C(0_-)=0$，开关闭合前电路已处于稳态。求 $t\geqslant0$ 时的 u_C。

解　首先应用戴维南定理将换路后电容器以外的电路化简如图 5-14b 所示。由于电路中含有受控源，所以应注意等效电阻 R_0 的求法。

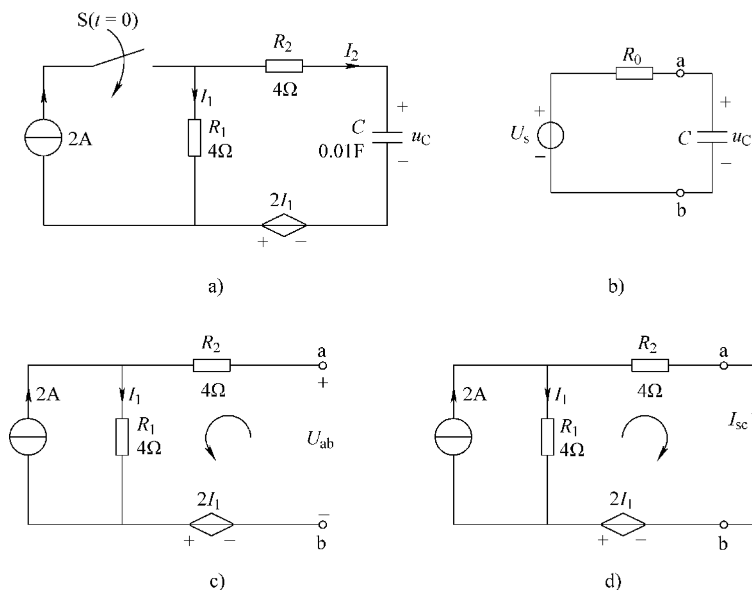


图 5-14　例 5-4 图

1）求图 5-14c 所示电路的开路电压 U_{ab}，即图 5-14b 所示电路中等效电压源电压 U_s

$$U_{ab} = U_s = 4I_1 + 2I_1 = 6I_1 = 6 \times 2\text{V} = 12\text{V}$$

2）求图 5-14d 所示电路中的短路电流 I_{sc}

由节点电流方程

$$I_1 + I_{sc} = 2\text{A}$$

得

$$I_1 = 2A - I_{sc}$$

由回路电压方程

$$4\Omega(2\text{A} - I_{sc}) + 2\Omega(2\text{A} - I_{sc}) - 4\Omega I_{sc} = 0$$

得

$$I_{sc} = 1.2\text{A}$$

3）求图 5-14b 所示电路中的等效电阻 R_0

$$R_0 = \frac{U_{ab}}{I_{sc}} = \frac{12}{1.2}\Omega = 10\Omega$$

4）求电路的时间常数

$$\tau = R_0 C = 10 \times 0.01\text{s} = 0.1\text{s}$$

5）求 u_C

由于 $u_C(0_-) = 0$，换路后电路与电源接通，故为零状态响应，则

$$u_C = u_s\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] = 12\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{0.1}\right)\right]\text{V}$$

$$= 12[1 - \exp(-10t)]\text{V}$$

5.2.4　*RL* 电路的时域响应

对于 *RL* 电路，当发生换路且电感中的磁场能量发生变化时，电路中将产生暂态过程。与 *RC* 电路一样，*RL* 电路也可以分为零输入响应、零状态响应和完全响应，求解的方法也与 *RC* 电路的时域响应求解方法相同，但是电路的时间常数表达式不同。下面以 *RL* 电路的零输入响应为例，介绍 *RL* 电路时间常数的求法及表达式。

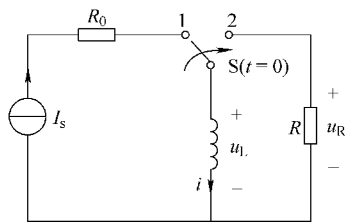


图 5-15　*RL* 电路的零输入响应

图 5-15 所示电路在开关 S 动作之前已经处于稳态，$t=0$ 时开关 S 由 1 合向 2，此时具有初始储能的电感 L 和电阻 R 相连组成闭合电路。

根据换路定律可得

$$i(0_+)=i(0_-)=I_s$$

$t>0$ 时，根据 KVL，得

$$u_R+u_L=0 \tag{5-18}$$

将 $u_R=iR$，$u_L=L\dfrac{di}{dt}$代入式(5-18)得

$$L\frac{di}{dt}+Ri=0 \tag{5-19}$$

式(5-19)与式(5-3)一样，均为一阶常系数线性齐次微分方程。用相同的微分方程求解方法可得电感中电流 i 的表达式为

$$i=I_s\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)=I_s\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{5-20}$$

由式(5-20)可知，*RL* 电路的时间常数 $\tau=L/R$，其物理意义与 *RC* 电路的时间常数完全相同，即 τ 值的大小决定了电路暂态过程进行的快慢。

换路后电感储存的磁场能量为 $W_L=\dfrac{1}{2}Li^2$。电路中的电阻 R 越小，能量释放越慢，暂态过程持续的时间越长；电感 L 越大，电感中储存的磁场能量越大，暂态过程持续的时间越长，因此 *RL* 电路的时间常数 τ 与电感 L 成正比，与电阻 R 成反比。当电阻的单位为 Ω，电感的单位为 H 时，时间常数 τ 的单位为 s。

求出电流后，可得电感电压和电阻电压表达式

$$u_L=L\frac{di}{dt}=-I_sR\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{5-21}$$

$$u_R=iR=I_sR\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{5-22}$$

i、u_L 和 u_R 随时间变化曲线如图 5-16 所示。

例 5-5　电路如图 5-17 所示，已知 $U_s=10\text{V}$，$R_1=2\text{k}\Omega$，$R_2=R_3=4\text{k}\Omega$，$L=200\text{mH}$，换路前，电路已处于稳态，$t=0$ 时开关 S 断开，求：$t\geqslant 0$ 时的 u_L 和 i_L。

解　由图 5-17 可知，该电路为 *RL* 电路的零输入响应。

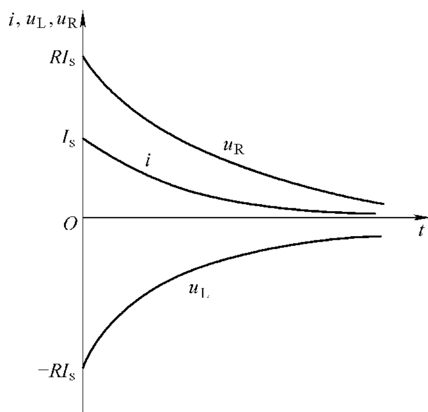


图 5-16　*RL* 电路零输入响应曲线

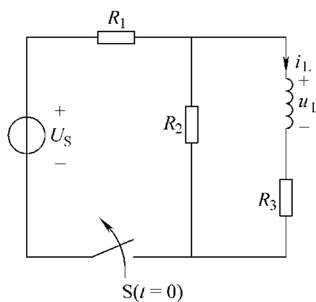


图 5-17　例 5-5 题图

换路前　$i_L(0_-)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{u_s}{R_1+R_2/\!/R_3}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{10}{2+4/\!/4}\text{mA}=1.25\text{mA}$

根据换路定律　$i_L(0_+)=i_L(0_-)=1.25\text{mA}$

时间常数　$\tau=\dfrac{L}{R}=\dfrac{L}{R_2+R_3}=\dfrac{200\times10^{-3}}{4+4}\text{ms}=0.025\text{ms}$

电感电流

$$i_L=i_L(0_+)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)=1.25\exp\left(-\frac{t}{0.025\times10^{-3}}\right)\text{mA}=1.25\exp(-4\times10^4t)\text{mA}$$

电感中电流

$$u_L=L\frac{\text{d}i}{\text{d}t}=-10\exp(-4\times10^4t)\text{V}$$

练习与思考

5-2-1　完全响应有哪两种分解形式？试写出它们的数学表达式。

5-2-2　在 *RC* 串联电路中，欲使过渡过程进行的速度不变又要使初始电流小些，下述 4 种办法哪个正确？

1）加大电容并减小电阻；2）加大电阻并减小电容；3）加大电阻和电容；4）减小电阻和电容。

5-2-3　有一个 100μF 的电容器，当用万用表的“$R\times1000$”档来检查其质量时，如果出现下列现象：

1）指针满偏转；2）指针不动；3）指针偏转后慢慢返回；4）指针偏转后不能返回原刻度(∞)处。试评价其质量好坏，并说明其原因。

5.3　求解一阶电路的三要素法

无论是简单的还是复杂的线性电路，只要其中只含一种储能元件，其时域响应就可用一阶常系数线性微分方程来描述。这种电路就称为一阶电路。

由前面分析可知，当 *RC* 电路与恒定电压接通或脱离电源时，电路中各部分电压和各支

路电流都是由稳态分量和暂态分量两部分叠加而成。如果用 $f(t)$ 表示随时间变化的电压或电流(统称为电路的完全响应)，$f(0_+)$ 表示换路后电压或电流的初始值，$f(\infty)$ 表示换路后电压或电流的稳态值(又称第二稳态值)，则电路的时域响应由式(5-16)可写成

$$f(t)=f(\infty)+[f(0_+)-f(\infty)]\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{5-23}$$

式(5-21)是分析一阶电路时域响应的一般表达式。只要电路中电压或电流的初始值、稳态值和时间常数这三个要素确定了，那么，电路的时域响应也就确定了。利用三个要素求解一阶线性电路的方法叫做三要素法。

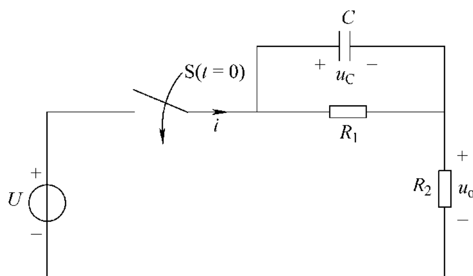


图 5-18　例 5-6 图

例 5-6　已知图 5-18 所示电路中 $u_C(0_-)=0$，$U=6\text{V}$，$R_1=10\text{k}\Omega$，$R_2=20\text{k}\Omega$，$C=10^3\text{pF}$，求 $t\geqslant 0$ 时的 u_C、u_o 和 i。

解　1）确定初始值

根据换路定律得 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=0$，即换路瞬间电容当于短路，所以

$$u_o(0_+)=U=6\text{V}$$

$$i(0_+)=\frac{U}{R_2}=\frac{6}{20}\text{mA}=0.3\text{mA}$$

2）确定第二稳态值

$$u_C(\infty)=\frac{R_1}{R_1+R_2}U=\frac{10}{10+20}\times 6\text{V}=2\text{V}$$

$$u_o(\infty)=U-u_C(\infty)=(6-2)\text{V}=4\text{V}$$

$$i(\infty)=\frac{U}{R_1+R_2}=\frac{6}{10+20}\text{mA}=0.2\text{mA}$$

3）确定电路的时间常数

$$\tau=R_0C=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C=\frac{10\times 20}{10+20}\times 10^3\times 10^3\times 10^{-12}\text{s}=\frac{2}{3}\times 10^{-5}\text{s}$$

式中，R_0 为储能元件以外电路的等效电阻。

4）将以上求出的三要素值代入式(5-23)，得

$$\begin{aligned}u_C&=[2+(0-2)\exp(-1.5\times 10^5t)]\text{V}\\&=[2-2\exp(-1.5\times 10^5t)]\text{V}\\u_o&=[4+(6-4)\exp(-1.5\times 10^5t)]\text{V}\\&=[4+2\exp(-1.5\times 10^5t)]\text{V}\\i&=[0.2+(0.3-0.2)\exp(-1.5\times 10^5t)]\text{mA}\\&=[0.2+0.1\exp(-1.5\times 10^5t)]\text{mA}\end{aligned}$$

所求 u_C、u_o 和 i 的变化曲线如图 5-19 所示。

例 5-7　已知图 5-20 所示电路中，$U=220\text{V}$，$R_1=24\Omega$，$R_2=20\Omega$，$L=0.22\text{H}$。设开关

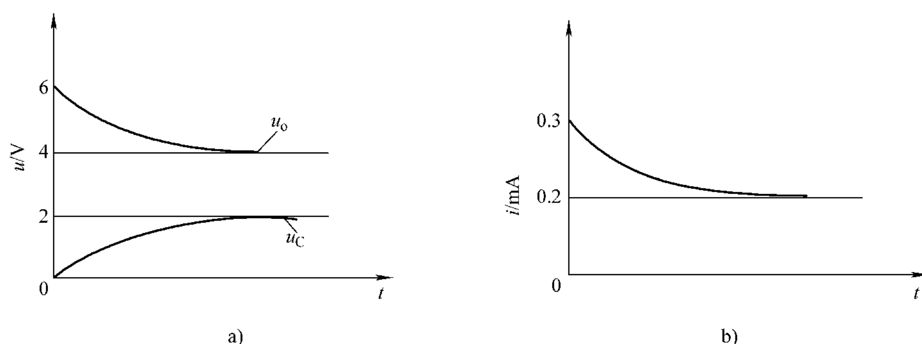


图 5-19　例 5-6u_C、u_o 和 i 的变化曲线

S 断开前电路已处于稳态。试求：1）S 断开后的电流 i；2）经过多长时间电流降至 8A。

解　1）应用三要素法求电流 i 的表达式

①初始值

$$i(0_+)=i(0_-)=\frac{U}{R_2}=\frac{220}{20}\text{A}=11\text{A}$$

②稳态值

$$i(\infty)=\frac{U}{R_1+R_2}=\frac{220}{24+20}\text{A}=5\text{A}$$

③电路的时间常数

$$\tau=\frac{L}{R_0}=\frac{L}{R_1+R_2}=\frac{0.22}{24+20}\text{s}=0.5\times10^{-2}\text{s}$$

式中，R_0 为储能元件以外电路的等效电阻。

将 $i(0_+)$、$i(\infty)$ 和 τ 值代入式(5-23)得

$$i=\left[5+(11-5)\exp\left(-\frac{1}{0.5\times10^{-2}}t\right)\right]\text{A}=[5+6\exp(-200t)]\text{A}$$

电流 i 的变化曲线如图 5-21 所示。

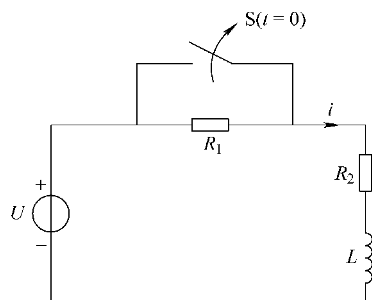


图 5-20　例 5-7 图

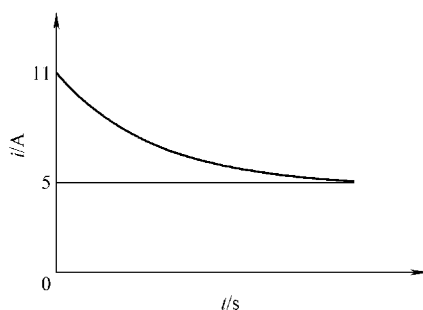


图 5-21　例 5-7 电流 i 的变化曲线

2）当电流变化到 8A 时，由上式得

$$8\text{A}=5\text{A}+6\exp(-200t)\text{A}$$

$$t=\frac{\ln 2}{200}\text{s}=0.0035\text{s}=3.5\text{ms}$$

即电流 i 由初始值 11A 下降到 8A 所需要的时间是 3.5ms。

例 5-8　已知图 5-22 所示电路中 $R=2\Omega$，电压表的内阻 $R_V=1.5\text{k}\Omega$，$L=1\text{mH}$，电源电压 $U=4\text{V}$，换路前电路已处稳态，$t=0$ 时开关 S 断开。试求换路后电压表两端的电压 u_{ab}。

解　换路前通过 RL 支路的电流为

$$i_L(0_-)=\frac{U}{R}=\frac{4}{2}\text{A}=2\text{A}$$

根据换路定律有

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=2\text{A}$$

S 断开后由于 i_L 不能跃变且流经电压表，所以电压表两端的初始电压为

$$u_{ab}(0_+)=-i_L(0_+)R_V=-2\times1500\text{V}=-3000\text{V}$$

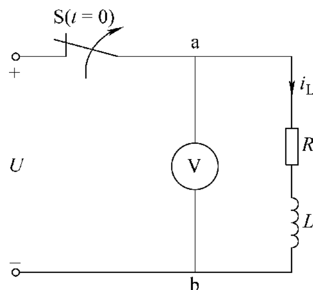


图 5-22　例 5-8 图

由于储存在电感 L 中的能量总是要放完的，所以电压 u_{ab} 的稳态值为

$$u_{ab}(\infty)=0$$

电路的时间常数为

$$\tau=\frac{L}{R+R_V}=\frac{1\times10^{-3}}{2+1500}\text{s}\approx0.66\times10^{-6}\text{s}$$

根据三要素法即可求得 u_{ab} 的时域响应为

$$u_{ab}=u_{ab}(\infty)+[u_{ab}(0_+)-u_{ab}(\infty)]\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)=0+(-3000-0)\exp\left(-\frac{1}{0.66\times10^{-6}}t\right)\text{V}$$
$$=-3000\exp(-1.5\times10^{6}t)\text{V}$$

通过对上题的分析计算可见，换路瞬间电压表两端承受了 3000V 的高压，尽管时间很短暂(τ 为微秒级)，也能使电压表损坏。因此，在具有电感线圈的电路中，要防止和避免过电压的出现，以免损坏电气设备。

练习与思考

5-3-1　求解一阶电路三要素法中的三要素指的是哪三个量?

5-3-2　电路如图 5-23 所示，开关 S 在 $t=0$ 时闭合，试用三要素法求 $t\geq0$ 时 V_a 及各支路电流。

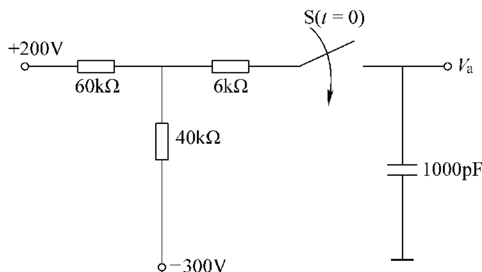


图 5-23　题 5-3-2 图

5.4 *RC* 串联电路对矩形波电压的响应

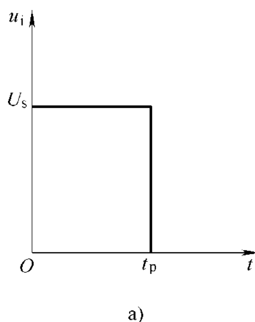
在数字电路中，经常会遇到图5-24a所示的矩形波电压，通常又称矩形脉冲电压。该电压的脉冲幅度为 U_s，脉冲宽度为 t_p，如果脉冲是周期性变化的，则脉冲周期为 T。当矩形波电压作用于 RC 串联电路时，若选取不同的时间常数和输出端，将会产生不同的输出电压波形。

5.4.1 微分电路

图5-24b所示的 RC 串联电路，输入电压 u_i 为一矩形脉冲电压，输出电压 $u_o=u_R$，电容 C 无初始储能。当 $0\leqslant t\leqslant t_p$ 时，相当于 RC 电路与恒定电压接通的情况，即零状态响应，根据前面对 RC 电路暂态过程的分析可得

$$u_o=U_s\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\qquad 0\leqslant t\leqslant t_p$$

若时间常数 $\tau<<t_p$，则接通电源后电容 C 迅速充电，其电压值很快增长到 U_s，同时，输出电压 u_o 也由 U_s 很快衰减至零。这样便在输出端输出一个峰值为 U_s 的正尖顶脉冲，如图5-25所示。



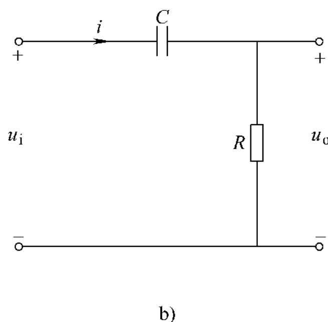


图5-24 微分电路

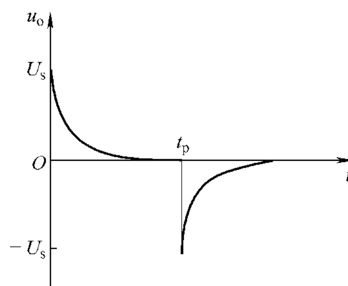


图5-25 尖顶脉冲电压

当 $t=t_p$ 时，输入电压 u_i 消失，电路换路。当 $t\geqslant t_p$ 时，电路的状态为零输入响应，即电容 C 通过电阻 R 迅速放电，输出电压为

$$u_o=u_R=-U_s\exp\left(-\frac{t-t_p}{\tau}\right)\qquad t\geqslant t_p$$

由输出端输出一个峰值为 U_s 的负尖顶脉冲。

正、负尖顶脉冲用途很广泛，通常用做触发器和晶闸管的触发信号。

由于 $\tau<<t_p$，电容 C 的充、放电进行得很快，除去电容充电和放电这段极短的时间外，可以认为

$$u_i=u_C+u_R\approx u_C$$

所以

$$u_o=Ri=RC\frac{du_C}{dt}\approx RC\frac{du_i}{dt}$$

上式表明，输出电压 u_o 与输入电压 u_i 对时间的微分近似成比例，因此称为微分电路。

必须注意，在矩形波电压作用下，RC 串联电路成为微分电路的必要条件是：①$\tau << t_p$；②输出电压 u_o 要从电阻 R 两端引出。如果 $\tau >> t_p$，则输出电压 u_o 将不再是尖顶脉冲，而是接近于输入电压的波形，并且 τ 越大，接近的程度越高，晶体管放大电路中的阻容耦合电路就是此电路的应用。

5.4.2　积分电路

将图 5-24 所示电路中电阻 R 和电容 C 的位置对调即变为图 5-26 所示电路，输出电压 $u_o = u_C$。若在电路设计时，使 $\tau >> t_p$，则在图 5-27a 所示的矩形脉冲电压作用下，输出电压将是与时间近似成线性关系的锯齿波电压。具体分析如下：

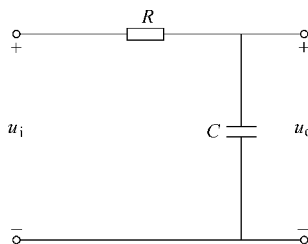


图 5-26　积分电路

在零初始状态下，RC 串联电路与矩形脉冲电压接通，电路的响应为零状态响应，其输出电压为

$$u_o = u_C = U_s\left[1 - \exp\left(1 - \frac{t}{\tau}\right)\right] \qquad 0 \leqslant t \leqslant t_p$$

由于 $\tau >> t_p$，故电容 C 充电过程进行得很慢，当 $t = t_p$ 时，$u_o(u_C)$ 比其稳态值要小得多，因此输出电压近似于线性增长，如图 5-27b 所示。

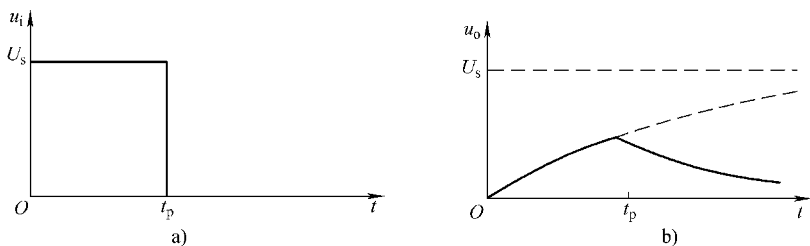


图 5-27　锯齿波电压

当 $t = t_p$ 时，矩形脉冲电压消失，电路换路。$t \geqslant t_p$ 时，电路的状态为零输入响应，即电容 C 通过电阻 R 缓慢放电。其输出电压为

$$u_o = U_s\left[1 - \exp\left(-\frac{t_p}{\tau}\right)\right]\exp\left(-\frac{t - t_p}{\tau}\right) \qquad t \geqslant t_p$$

由于充电过程进行得很慢，$u_o = u_C$ 一直很小，即 $u_C << u_R$，于是

$$u_i = u_C + u_R \approx u_R = Ri$$

或者

$$i \approx \frac{u_i}{R}$$

则输出电压

$$u_o = \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t \approx \frac{1}{RC}\int u_i\mathrm{d}t$$

上式表明，输出电压 u_o 与输入电压 u_i 对时间的积分近似成比例，因此，称为积分电路。

必须注意，在矩形脉冲电压作用下，*RC* 串联电路成为积分电路的必要条件是：①$\tau >> t_p$；②输出电压 u_o 从电容 *C* 两端引出。否则不成其为积分电路，也就不能产生锯齿波电压。

5.4.3　脉冲序列分析

在电子电路中，经常会遇到一系列周期为 *T* 的矩形脉冲电压，简称脉冲序列。图 5-28a 即是这种脉冲序列波形。下面就脉冲序列电压作用于 *RC* 串联电路时的时域响应，即 u_C、u_R 随时间变化的规律进行分析。

1. $T >> \tau$ 的情况　在这种情况下，*RC* 串联电路的时域响与微分电路相同。在 $0 \leqslant t \leqslant T/2$ 这段时间内，电容 *C* 被迅速充电，当 $t = T/2$ 时，电容 *C* 上的电压已上升到其稳态值 U_s，充电过程已经结束；在 $T/2 \leqslant t \leqslant T$ 这段时间内，电容 *C* 迅速放电，当 $t = T$ 时，电容 *C* 上的电压已降至零，放电过程已经结束。随着后续矩形脉冲的到来，电路的响应将重复上述过程，且彼此无关。u_C 的波形如图 5-29b 所示。根据 $u_i = u_C + u_R$ 和 $u_R = Ri$，不难得到 u_R 和 i 的波形。图 5-29c 所示波形是以一定比例画出的，既代表 u_R，又代表 i。

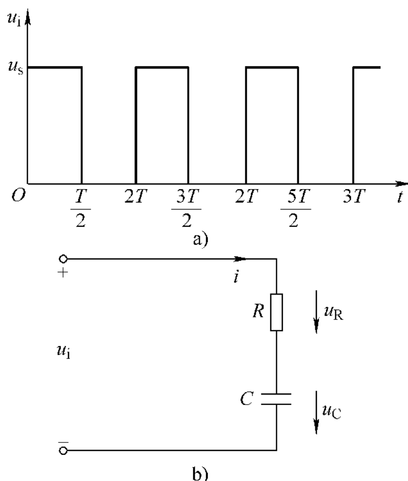


图 5-28　脉冲序列波形及 *RC* 串联电路

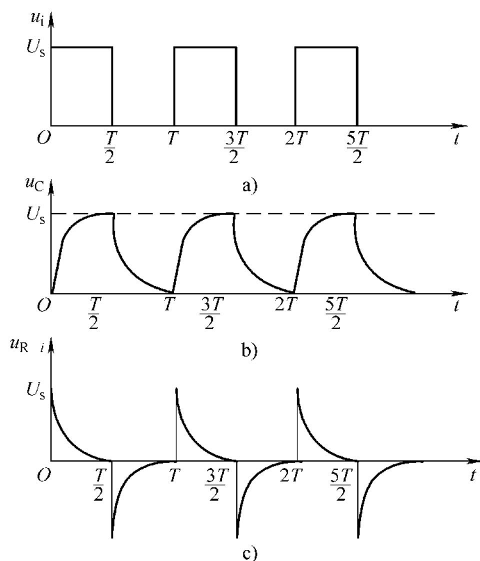


图 5-29　$\tau << T$ 时脉冲序列作用下的 *RC* 电路时域响应曲线

2. $T << \tau$ 的情况　在这种情况下，*RC* 串联电路的时域响应与积分电路相同。在 $0 \leqslant t \leqslant T/2$ 这段时间里，电容 *C* 被缓慢充电，当 $t = T/2$ 时，电容 *C* 上的电压远没有充电到其稳态值 U_s；在 $T/2 \leqslant t \leqslant T$ 这段时间里，电容 *C* 又缓慢放电，同样，由于 $\tau >> T$，放电进行得很慢，所以当 $t = T$ 时，电容 *C* 上的电荷并没有放完，即电容电压还没有降为零，此时，输入电压 u_i 又变为 U_s，又开始了新的充电过程。可以证明，在矩形脉冲序列接入 *RC* 电路后的若干个周期内，每次充电时，u_C 的初始值和充电结束值都较前一次相应的 u_C 值有所提高。同样，每次放电时，u_C 的初始值和放电结束值也都较前一次相应的 u_C 值有所提高。经过若干个周期之后，每次充电时 u_C 的上升值和每次放电时 u_C 的下降值将会变得彼此相等，这时，就认为电路的暂态过程已经结束并进入稳定运行状态。这里所说的“稳态”是指 u_C 变化

的幅值进入稳态，对于每个周期来说，u_C 总是处于充电和放电的状态，电路并不是稳态。u_C 和 u_R 的波形如图 5-30 所示。

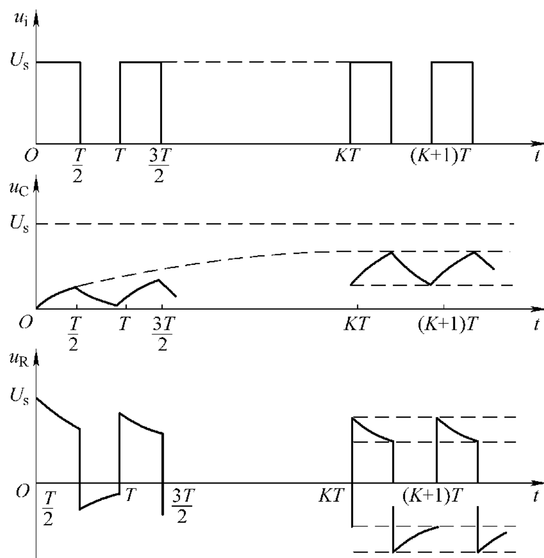


图 5-30　$\tau >> T$ 时脉冲序列作用下的 RC 电路时域响应曲线

练习与思考

5-4-1　什么叫积分电路？什么叫微分电路？RC 组成积分电路和微分电路的条件是什么？

5-4-2　分析 $T << \tau$ 时矩形脉冲序列作用下 RC 串联电路的时域响应曲线。

5.5　一阶电路的仿真分析

利用 EDA 可以对线性电路的暂态过程进行仿真研究，基于仿真结果可求出一阶电路的响应表达式，并通过虚拟示波器观察出动态响应波形，下面举例说明。

例 5-9　电路如图 5-31 所示，用 EDA 进行电路仿真，要求：1）用示波器观察 $u_C(t)$ 的波形；2）求 $u_C(t)$ 的表达式。

解　在 EWB 仿真平面上画出图 5-31 所示电路的仿真连线图，如图 5-32 所示。注意仿真电路必须有接地参考点，虚拟示波器也接入相应的电路中。

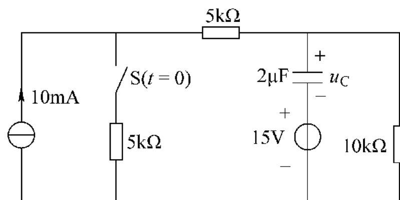


图 5-31　例 5-9 图

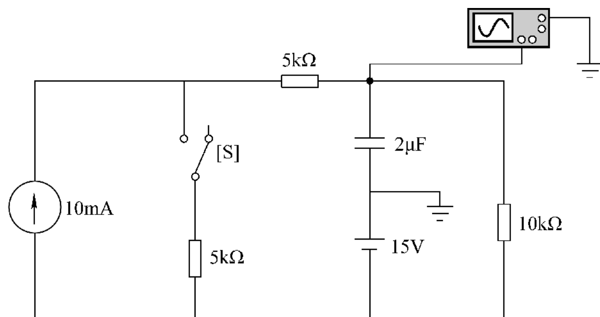


图 5-32　例 5-10 仿真连线图

打开仿真开关，观察示波器上 u_C 的波形，待输出稳定后(u_C 是一条直线)，开关 S 换路，在示波器上观察 u_C 的暂态波形，如图 5-33 所示。将示波器的标尺 1 拖到换路时间点，标尺 2 放在暂态曲线的任意点，如图 5-34 所示，两标尺之间的时间差即为动态响应时间 t，此时的 t、$u_C(t)$ 值由图 5-34 求得：

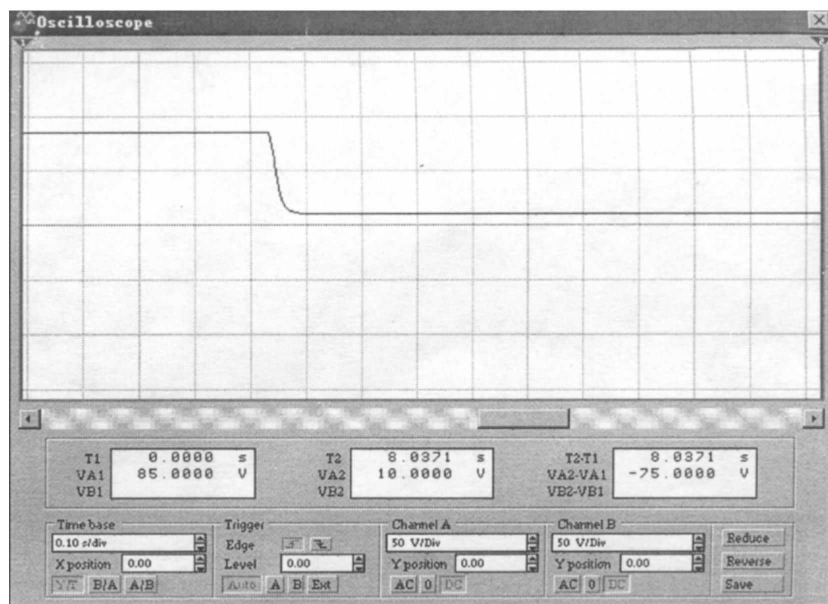


图 5-33　电容电压仿真波形图

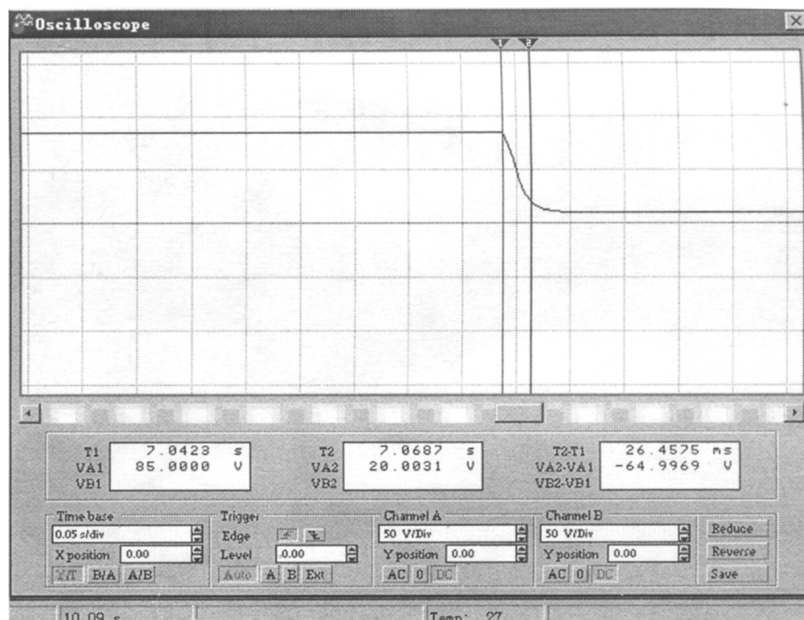


图 5-34　电容电压测量图

$t=26.4575\mathrm{s}$，$u_C(t)=20.0031\mathrm{V}$。将标尺分别放在换路前的稳定点和换路后的稳定点，即可测量出 $u_C(0_-)=85\mathrm{V}$、$u_C(\infty)=10\mathrm{V}$，将 t、$u_C(t)$ 的值代入下式并考虑换路条件 $u_C(0_-)=u_C(0_+)$，即可求出时间常数 $\tau=0.102\mathrm{s}$。

$$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

将 $u_C(0_-)=\mathrm{VA1}=85\mathrm{V}$、$u_C(\infty)=\mathrm{VA2}=10\mathrm{V}$、$\tau=0.102\mathrm{s}$ 代入上式得 $u_C(t)$ 的表达式：

$$\begin{aligned}u_C(t)&=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\\&=10+(85-10)\mathrm{e}^{-\frac{t}{0.102}}\mathrm{V}=10+75\mathrm{e}^{-10t}\mathrm{V}\end{aligned}$$

由理论计算可知 $u_C(0_-)$、$u_C(\infty)$，时间常数 τ 的理论值分别为 85V、10V 和 0.1s，仿真结果等于或接近理论值，可见仿真是正确的。

下面介绍利用 EWB 研究 *RC* 电路对矩形脉冲序列的响应方法。

例 5-10　利用 EWB 研究 *RC* 电路对矩形波脉冲序列的响应。要求：1）当 $T>>\tau$ 时，u_C 和 u_s 的波形；2）当 $T<<\tau$ 时，u_C 和 u_s 的波形；3）当 $T=\tau$ 时，u_C 和 u_s 的波形。

解　首先在 EWB 工作平台上画出仿真电路连线图，如图 5-35 所示。由图 5-35 可知，电路的时间常数 $\tau=RC=1000\times10\times10^{-6}\mathrm{s}=0.01\mathrm{s}$。为使 $T>>\tau$，将方波电源的频率设为 1Hz，则它的周期 $T=1/f=1/1\mathrm{s}=1\mathrm{s}$。此时激活仿真开关，用示波器观察电容电压和电源电压的波形，如图 5-36 所示。由图 5-36 可知，该电路在 $0\leqslant t\leqslant T/2$ 这段时间里，电容被迅速充电，当 $t=T/2$ 时，电容上的电压早已充电到稳态值。而在 $T/2\leqslant t\leqslant T$ 这段时间里，电容被迅速放电，当 $t=T$ 时，电容上的电压早已放电至零。

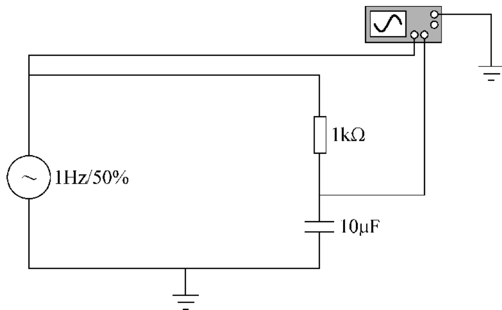


图 5-35　例 5-10 仿真连线图

为使 $T<<\tau$，将方波电源的频率设为 1kHz，则它的周期 $T=1/f=1/1000\mathrm{s}=0.001\mathrm{s}$，电路的时间常数仍为 $\tau=RC=1000\times10\times10^{-6}\mathrm{s}=0.01\mathrm{s}$。此时激活仿真开关，用示波器观察电容电压和电源电压的波形如图 5-37 所示。由图 5-37 可知，该电路在 $0\leqslant t\leqslant T/2$ 这段时间里，电容被缓慢充电，当 $t=T/2$ 时，电容上的电压还没有充电至稳态值，而在 $T/2\leqslant t\leqslant T$ 这段时间里，电容又缓慢放电，当 $t=T$ 时，电容上的电压还没有放电至零，此时有开始了新的充电过程。在脉冲序列接入后的若干个周期内每一次充放电，电容的结束值都比初始值有所增加，所以电容电压的总体趋势是上升的，最终达到稳态值。

为使 $T=\tau$，将方波电源的频率设为 100Hz，则它的周期 $T=1/f=1/100\mathrm{s}=0.01\mathrm{s}$，电路的时间常数仍为 $\tau=RC=1000\times10\times10^{-6}\mathrm{s}=0.01\mathrm{s}$。此时激活仿真开关，用示波器观察电容电压和电源电压的波形如图 5-38 所示。由图 5-38 可知，该电路经过 2 ~ 3 个周期后，电容电压的充电和放电达到了稳定值。

读者还可以自己设计方波电源的周期和电路的时间常数，通过上面介绍的方法来观察 *RC* 电路对矩形脉冲序列响应的情况。

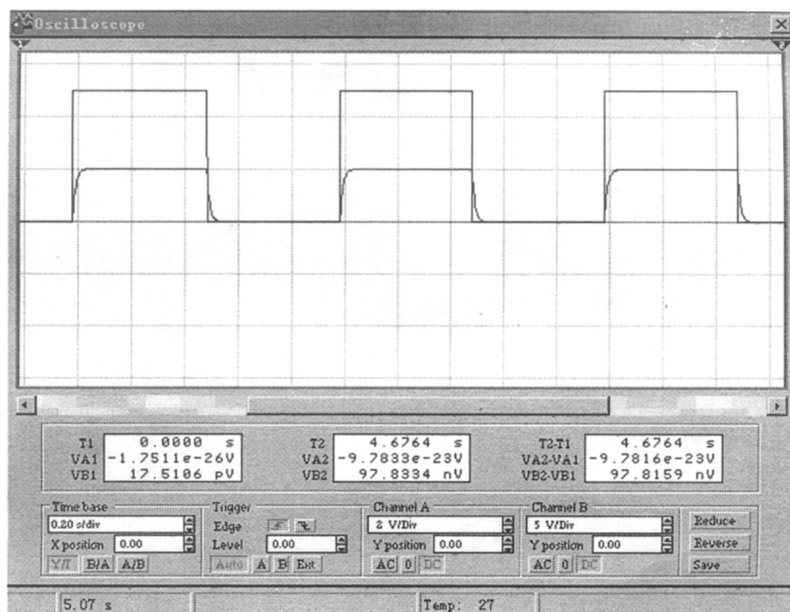


图 5-36 $T >> \tau$ 时电容电压和电源电压波形

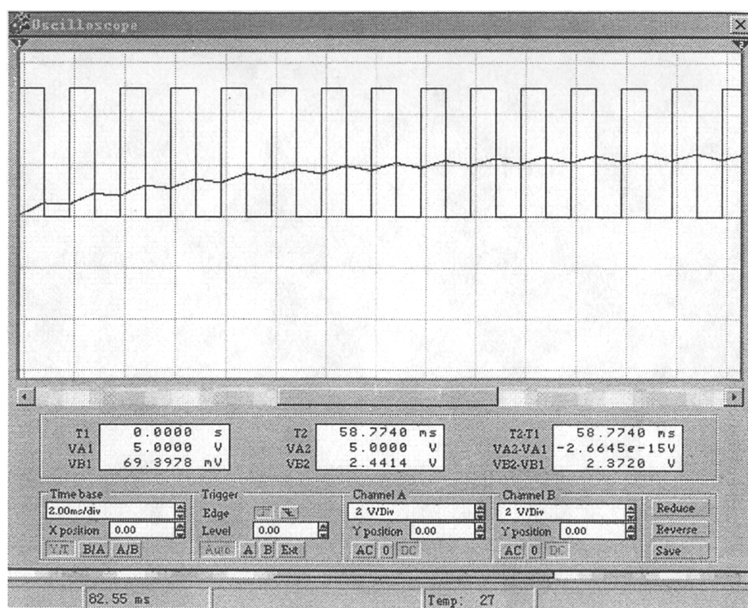


图 5-37 $T << \tau$ 时电容电压和电源电压波形

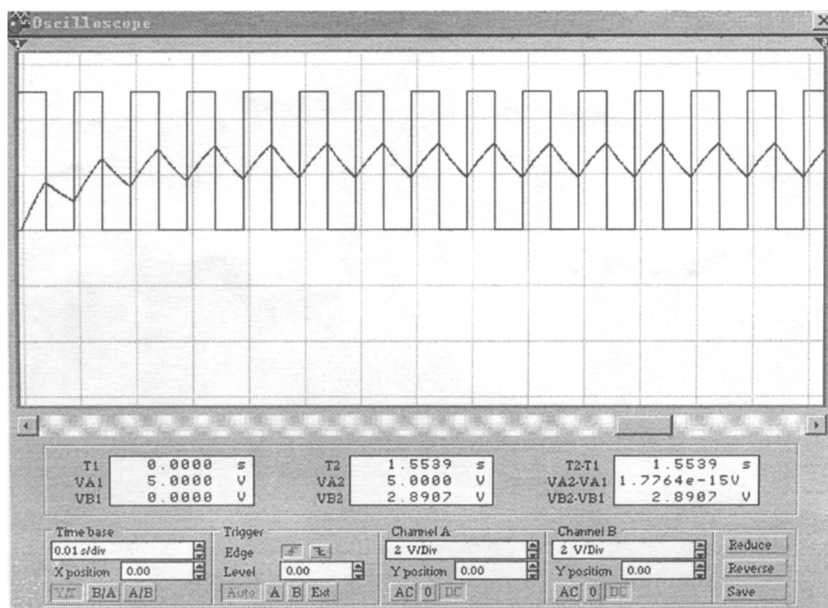


图 5-38　$T=\tau$ 时电容电压和电源电压波形

小　　结

1. 当电路中含有储能元件时，它从一个稳定状态转变到另一个稳定状态需要经历一个过程，这个过程就叫做电路中的过渡过程。产生过渡过程的原因是能量不可能发生跃变。

2. 电容器储存的电场能量为 $W_E=Cu_C^2/2$，电感线圈储存的磁场能量为 $W_M=Li_L^2/2$，因此，电容器两端的电压 u_C 和电感线圈中的电流 i_L 都不能发生跃变，将这个原则应用到换路的瞬间就是：电容器两端的电压和电感线圈中的电流在换路前的最终瞬间 $t(0_-)$ 和换路后的最初瞬间 $t(0_+)$ 保持不变，这就是换路定律，用数学式表达即为

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)$$
$$i_L(0_+)=i_L(0_-)$$

3. 初始储能为零的响应叫做零状态响应，零状态响应是由输入激励产生的；输入激励为零的响应叫做零输入响应，它是由初始储能引起的。

过渡过程中的暂态分量(又称自由分量)是随时间增长逐渐衰减并最后为零的分量，其变化规律与输入激励无关；而稳态分量(又称强制分量)的大小和变化规律则是由输入激励所决定的。

4. 一阶线性电路的完全响应可以分解为零状态响应与零输入响应之和，也可以分解为暂态分量与稳态分量之和，其表达式分别为

$$f(t)=\underbrace{f(\infty)}_{\text{稳态分量}}+\underbrace{[f(0_+)-f(\infty)]\exp(-t/\tau)}_{\text{暂态分量}} \tag{a}$$

$$f(t)=\underbrace{f(\infty)[1-\exp(-t/\tau)]}_{\text{零状态响应}}+\underbrace{f(0_+)\exp(-t/\tau)}_{\text{零输入响应}} \tag{b}$$

式中，$f(t)$为待求量；$f(\infty)$是稳态分量；$f(0_+)$是初始值；τ是电路的时间常数。

5. $f(\infty)$、$f(0_+)$和τ称为一阶电路的三要素。只要知道了这三个要素，把它们代入上两式中的任一式，即可求出一阶电路的时域响应，这个方法就叫做求解一阶电路的三要素法。

习　题

5-1　已知图5-39所示电路在换路前已处于稳态。试求换路后瞬间各支路电流和各储能元件电压。设$u_C(0_-)=0$。

5-2　在图5-40所示电路中，已知$U=16\text{V}$，$R_1=20\text{k}\Omega$，$R_2=60\text{k}\Omega$，$R_3=R_4=30\text{k}\Omega$，$C=1\mu\text{F}$，$L=1.5\text{mH}$，且换路前电路已处于稳态。试求换路后瞬间各支路电流和各元件电压。

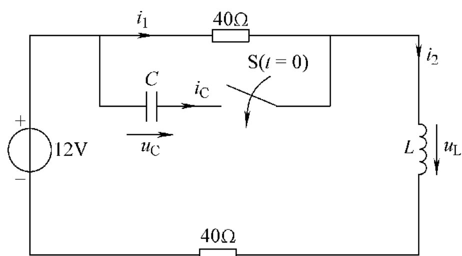


图5-39　题5-1图

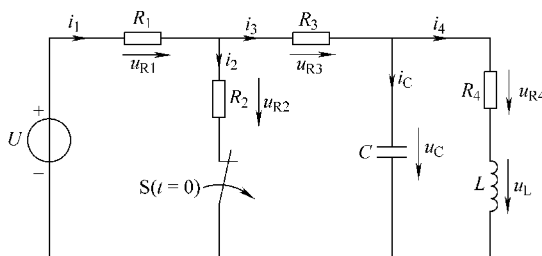


图5-40　题5-2图

5-3　求图5-41所示电路中开关S接通与断开时的时间常数。已知$R_1=R_2=R_3=1\text{k}\Omega$，$C=1000\text{pF}$。

5-4　求图5-42所示电路中开关S在“1”和“2”位置时的时间常数。已知$R_1=3\text{k}\Omega$，$R_2=2\text{k}\Omega$，$L=2.5\text{mH}$。

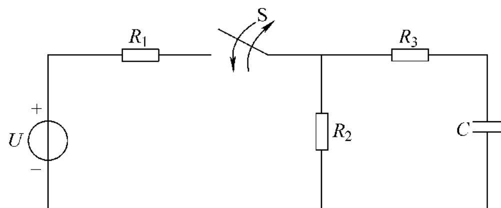


图5-41　题5-3图

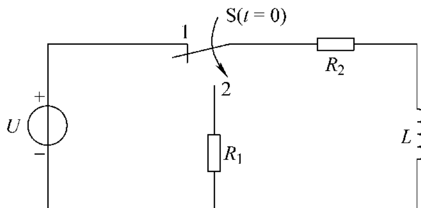


图5-42　题5-4图

5-5　求图5-43所示电路在开关S闭合时的时间常数。已知$R_1=R_2=10\text{k}\Omega$，$C=10\mu\text{F}$。

5-6　已知图5-44所示电路中$E=9\text{V}$，$R_1=6\Omega$，$R_2=3\Omega$，$C=1000\mu\text{F}$，且电路原已处于稳态。$t=0$时开关S闭合，试求S闭合后的$i(t)$和$u(t)$。

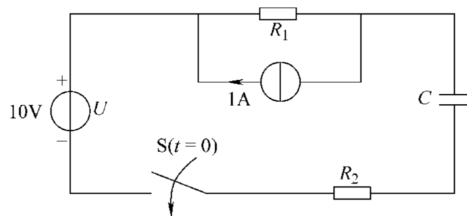


图5-43　题5-5图

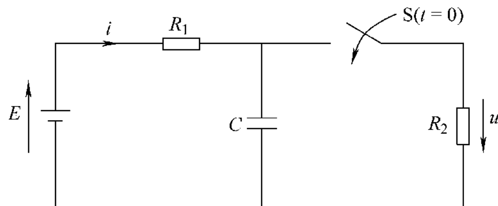


图5-44　题5-6图

5-7　已知图 5-45 所示电路原已处于稳态，$R_1=200\Omega$，$R_2=400\Omega$，$C_1=0.1\mu F$，$C_2=0.05\mu F$，$U=25V$，$t=0$ 时电路换路。求 $t\geqslant0$ 时的 $u_{C1}(t)$、$u_{C2}(t)$ 和 $i(t)$。

5-8　已知图 5-46 中 $E_1=10V$，$E_2=5V$，$R_1=R_2=4k\Omega$，$R_3=2k\Omega$，$C=100\mu F$，开关 S 在位置 a 时电路已处于稳态。求开关 S 由 a 合向 b 后的 $u_C(t)$ 和 $i_0(t)$。

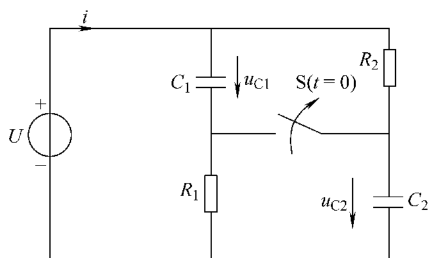


图 5-45　题 5-7 图

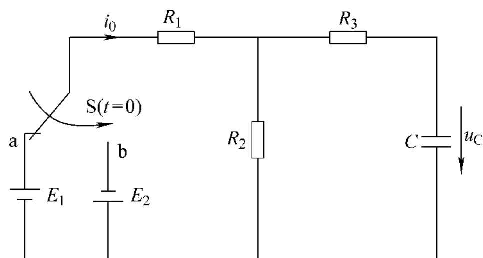


图 5-46　题 5-8 图

5-9　已知图 5-47 所示电路换路前已处于稳态。试求换路后的 $u_C(t)$。

5-10　已知图 5-48 所示电路 S 断开前已处于稳态，试求 S 断开后的 $u_C(t)$ 及 a、b 两点的电位 $V_a(t)$、$V_b(t)$。

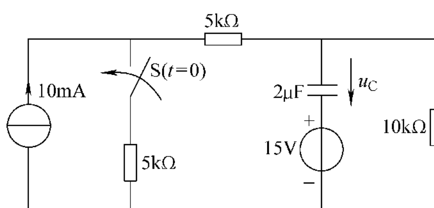


图 5-47　题 5-9 图

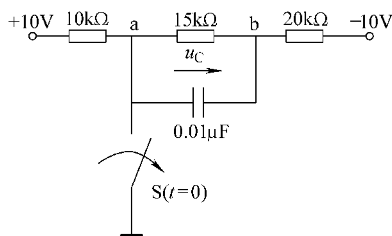


图 5-48　题 5-10 图

5-11　已知图 5-49 所示含受控源电路原已处于稳态，且 $i_s=10A$，$R_1=1\Omega$，$R_2=2\Omega$，$C=1250\mu F$，且 $u_C(0_-)=2V$，$g_m=0.25s$，$t=0$ 时电路换路，求 $t\geqslant0$ 时的 $i_1(t)$、$i_C(t)$ 和 $u_C(t)$。

5-12　已知图 5-50 所示含受控源电路原已处于稳态，且 $i_L(0_-)=0$，$t=0$ 时电路换路，求 $t\geqslant0$ 时的 $i_L(t)$ 和 $i_1(t)$。

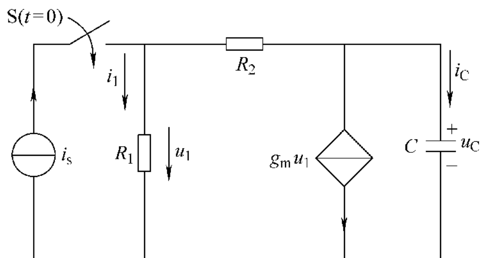


图 5-49　题 5-11 图

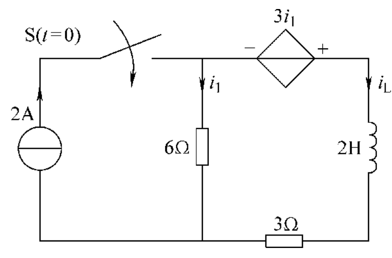


图 5-50　题 5-12 图

5-13　电路如图 5-51 所示，已知 $U=2V$，$R_1=R_3=2\Omega$，$R_2=4\Omega$，$L=2mH$，开关 S 闭合前电路已处于稳态。试求 S 闭合后的 $i_L(t)$ 和 $u_L(t)$。

5-14　已知图 5-52 所示电路中开关 S 闭合前电路已处于稳态。试求 S 闭合后的 $i_1(t)$、$i_2(t)$ 和 $i_L(t)$。

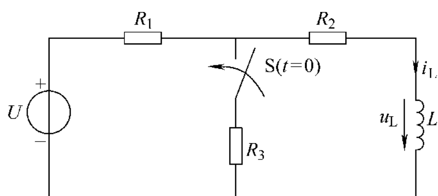


图5-51　题5-13图

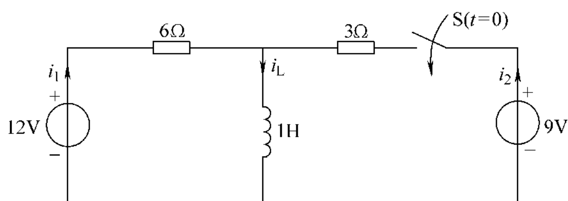


图5-52　题5-14图

5-15　图5-53所示电路点画线框起来的部分为直流电动机的励磁绕组电路，为了使电路断开时绕组上的电压不超过200V并使电流在0.03s内衰减到初始值的5%以下，释放电阻R的阻值应是多大(忽略二极管VD的正向电阻)？

5-16　1）求图5-54所示电路中开关S接通后的$i_L(t)$，设S接通前电路已处于稳态；2）求开关S接通并达到稳定后再断开时的$i_L(t)$。

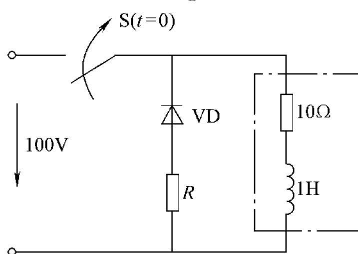


图5-53　题5-15图

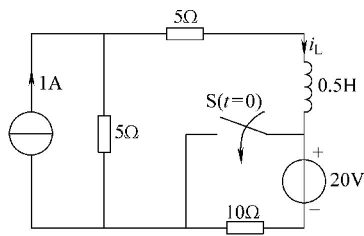


图5-54　题5-16图

5-17　已知图5-55a所示电路中输入信号电压波形如图5-55b所示，已知$R=1\mathrm{M\Omega}$，$C=100\mathrm{pF}$，试求$t=2\times10^{-4}$s时使输出电压$u_o=0$的负脉冲电压的幅值。设$u_C(0_-)=0$。

5-18　已知图5-56a所示电路中输入电压u_i为脉冲序列如图5-56b所示，试画出u_o的波形并作说明。

1）$C=0.01\mu\mathrm{F}$，$R=100\Omega$；2）$C=10\mu\mathrm{F}$，$R=100\mathrm{k\Omega}$。

5-19　利用EDA仿真题5-8。

5-20　利用EDA仿真题5-18。

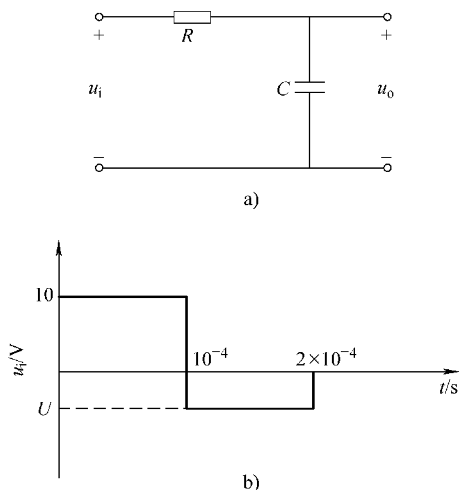


图5-55　题5-17图

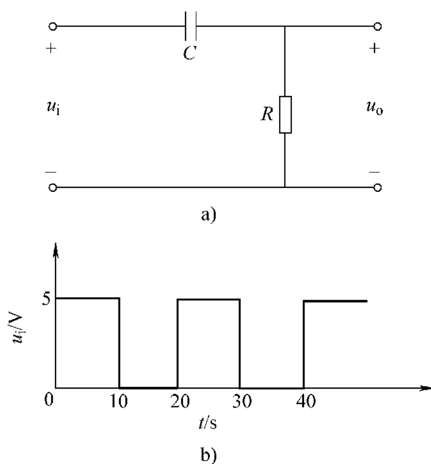


图5-56　题5-18图

第 6 章　电工测量与安全用电

电工测量是研究电学量和磁学量的测量方法以及测量仪表的科学。电工测量不仅能够对各种电气量(如电压、电流、功率、电能量及电路参数)进行测量，而且能够通过传感器对非电量(如温度、压力、流量、位移、光照度等)进行测量。随着科技的发展，电工测量技术在现代各种测量技术中的地位越来越重要。了解常用电工仪表的功能，掌握正确的使用方法是对工程技术人员的基本要求。在人类社会生活的各个领域，电能的应用日益广泛。为了人身安全和电力系统的正常工作，还必须要懂得一些安全用电的常识和技术。

6.1　测量误差与仪表准确度

6.1.1　指示仪表的误差

任何一个仪表在测量时都有误差。仪表误差是指仪表指示值与被测量实际值之间的差异。根据引起误差的原因，仪表误差可以分为两类：

1. 基本误差　指仪表在正常工作条件下仪表本身所固有的误差。它是由于仪表的结构及制造工艺的限制而引起的。如标尺的刻度不准确、活动部分的摩擦等造成的误差。

2. 附加误差　指仪表工作条件偏离正常情况，除基本误差外又出现的附加的误差。如读数不准、受外电场及外磁场干扰等造成的误差。

附加误差有些可以消除或限制在一定的范围内，而基本误差则不可避免。

6.1.2　误差的表达形式

1. 绝对误差　指仪表的指示值 A_x 和被测量实际值 A_0 之差，用符号 Δ 表示，即

$$\Delta = A_x - A_0 \tag{6-1}$$

在测量同一个量时，$|\Delta|$ 越小的仪表，测量结果越准确。

2. 相对误差　指绝对误差 Δ 与被测量实际值 A_0 之比的百分数，用符号 ν 表示，即

$$\nu = \frac{\Delta}{A_0} \times 100\% \tag{6-2}$$

由于被测量实际值一般难以确定，而仪表指示值与实际值又比较接近，因此在工程中一般用 A_x 代替 A_0。

6.1.3　指示仪表的主要技术指标

1. 准确度　指仪表的最大绝对误差 Δ_m 与测量上限(电表标尺满刻度)A_m 的百分比，用 $\pm K\%$ 表示，即

$$\pm K\% = \frac{\Delta_m}{A_m} \times 100\% \tag{6-3}$$

根据我国国家标准《电测量指示仪表通用技术条件》规定，电工指示仪表按准确度分为七级，即0.1，0.2，0.5，1.0，1.5，2.5和5.0级。指示仪表在出厂时均要标注它的准确度等级。式(6-3)中的K值即为上述的等级数。

一般地把0.1和0.2级仪表用来进行精密测量或当成标准表校正其他仪表，0.5～1.5级用于实验室，1.5～5.0级用于工程测量。

例6-1 一只量限为500V、准确度为1.5级的电压表和一只同样量限、准确度为0.1级的标准表，它们所能出现的最大绝对误差分别是多少？

解 $A_m=500V$，$K_{1.5}=1.5$，$K_{0.1}=0.1$，由式(6-3)可得这两只电压表所能出现的最大绝对误差分别为

1.5级表：$\Delta U_m=\pm1.5\%\times500V=\pm7.5V$

0.1级表：$\Delta U_m=\pm0.1\%\times500V=\pm0.5V$

例6-2 用一只准确度为1.5级、量程为50V的电压表分别测量10V和40V电压，它们的最大相对误差各是多少？

解 由式(6-3)可知此表可能产生的最大绝对误差为

$$\Delta_m=\pm K\%A_m=\pm1.5\%\times50V=\pm0.75V$$

由式(6-2)可知，它们的最大相对误差分别是

$$\nu_{10}=\frac{\Delta_m}{A_0}\times100\%=\frac{\pm0.75}{10}\times100\%=\pm7.5\%$$

$$\nu_{40}=\frac{\Delta_m}{A_0}\times100\%=\frac{\pm0.75}{40}\times100\%=\pm1.9\%$$

可见，测量值越接近于仪表的量程，其相对误差越小。因此，在选用仪表时，应当根据测量值来选择量程，尽量使测量值在仪表量程的2/3以上。

2. 灵敏度 是仪表转动部分偏转角的变化量Δd与被测量Δx的比值，用符号s表示，即

$$s=\frac{\Delta d}{\Delta x} \tag{6-4}$$

灵敏度反映了仪表对被测量的反应能力，其数值与被测量有关。

3. 变差 仪表在重复测量某一被测量时，由于摩擦等原因，造成两次指示数不同，它们的差值称为变差。仪表的变差应该不超过基本误差的绝对值。

6.2 电工仪表的类型

6.2.1 电工测量仪表的分类

电工测量仪表的种类和规格繁多，分类方法各异。按照所用测量方法的不同，一般分为指示式(直读式)仪表和比较式仪表两大类。前者能随时指示出所测量的电气参数，如电压表；后者需将被测量与相应的标准量比较后才能得出结果，如电桥。一般来说，指示式仪表的准确度和灵敏度不如比较式仪表，但因其结构简单、使用方便、价格低廉，被广泛应用。本节主要讨论指示式仪表。

通常用的指示式电工测量仪表常按以下几个方面分类：

1）按照电流的种类分类；
2）按照被测量的种类分类；
3）按照工作原理分类；
4）按照准确度分类。

以上几种分类方法见表 6-1。常用电工仪表的标记符号，大都标记在电工仪表的面板上。

表 6-1　常用电工仪表的标记符号

分类	符号	名称
电流种类	⎓	直流
	～	交流
	≂	直流和交流
测量对象	Ⓐ	电流表
	Ⓥ	电压表
	Ⓦ	功率表
	kW·h	电能表
端钮	+	正端钮
	−	负端钮
	✳	公共端钮
调零器	⌒	调零器

分类	符号	名称
工作原理		磁电式仪表
		整流式仪表
		电磁式仪表
		电动式仪表
		磁电式比率计
工作位置	⊓	标尺位置为水平
	⊥	标尺位置为垂直
准确度等级	1.5	以标度尺量限的百分数表示
	(1.5)	以指示值的百分数表示
绝缘实验	☆2（或 ϟ2kV）	绝缘强度试验电压

6.2.2　指示式仪表（直读式仪表）

1. 磁电式仪表　磁电式仪表是由固定部分和可动部分组成，如图 6-1 所示。固定部分包括永久磁铁 1、磁极 3、圆柱形铁心 5 等，可动部分包括铝框及线圈 4、转轴 2、平衡锤 6、游丝 8 及指针 7 等。当被测电流 I 通过可动线圈时，与空气隙中磁场相互作用产生转动力矩带动指针偏转。当转动力矩与弹簧的反作用力矩相平衡时，指针停留的位置即为被测量的指示值。仪表的指针偏转角 α 与通过线圈的电流 I 成正比，即

$$\alpha = kI \tag{6-5}$$

按此即可在标度尺上作均匀刻度。当线圈中无电流时，指针应指在零的位置，如果不在零的位置可用校正器进行调整。

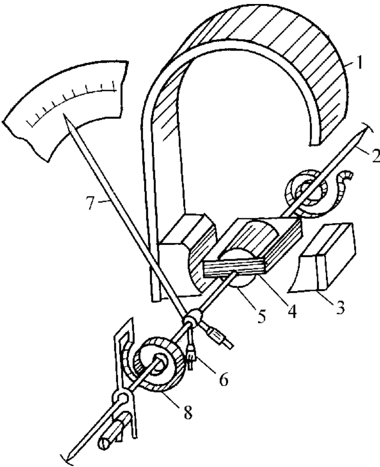


图 6-1　磁电式测量机构

磁电式仪表的优点是：刻度均匀；灵敏度和准确度高；阻尼强；消耗功率小；并且由于仪表本身的磁场

强，所以受外界磁场的影响很小。其缺点是：只能用于直流测量；价格较高；过载能力小。

2. 电磁式仪表 电磁式仪表是一种交直流两用的电工仪表，其测量机构主要由固定线圈和可动铁心两部分组成。其结构形式一般有两种，一种为吸入式，另一种为推斥式。

吸入式的结构如图6-2所示，其主要部件是固定线圈1、可动铁片2、小室3、活塞4、螺旋弹簧5、游丝6和指针7。当线圈通有电流时，就产生磁场，铁片受磁化而被吸入线圈的狭缝中，固定在转轴上的指针7就发生偏转，当偏转到与游丝6的反作用力矩相平衡时，指针就稳定下来，并且在标尺上指示被测量之值。当线圈通交流电时，电流所产生的磁场方向和被磁化的极性同时改变，作用在铁片上的吸力方向仍维持不变。指针的偏转角 α 与通过线圈的直流电流或交流电流有效值的二次方成正比。即

$$\alpha = kI^2 \tag{6-6}$$

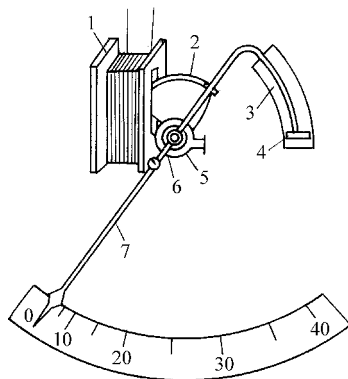


图6-2 吸入式测量机构

所以，标尺上的刻度是不均匀的。

在这种仪表中，产生阻尼力矩的一般是空气阻尼器，其阻尼作用是由与转轴相连的活塞4在小室3中移动产生的。

排斥式的测量机构如图6-3所示，其可动部分的弹簧1、指针2、动铁片3装在同一转轴上，动铁片和定铁4同置于一个固定线圈5中。基本原理与吸入式相同，不同的是它产生的电磁力是推斥力。指针的偏转角 α 与通过线圈的直流电流或交流电流的有效值的二次方成正比。

电磁式仪表的优点是：构造简单；造价低；可用于交、直流；能测量较大电流和允许较大的过载。其缺点是：刻度不均匀；灵敏度及准确度低；仪表本身消耗功率大；抗外磁场能力弱；不宜用在高频电路中。

3. 电动式仪表 电动式仪表的结构如图6-4所示。它有两个线圈：固定线圈1和可动线

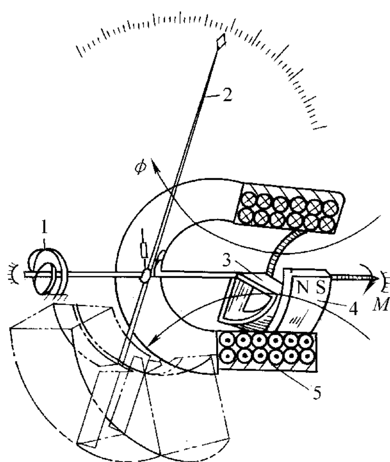


图6-3 排斥式的测量机构

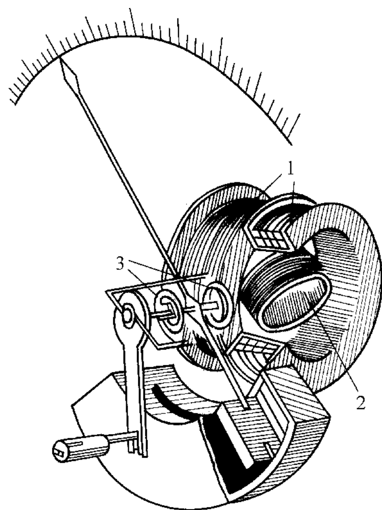


图6-4 电动式仪表结构

圈 2。可动线圈与指针及空气阻尼器的活塞都固定在转轴上，其中的电流是通过螺旋弹簧 3 引入的。当固定线圈通有电流 I_1 时，在其内部产生磁场，可动线圈中的电流 I_2 与此磁场相互作用产生电磁力，进而产生力矩；可动线圈和指针在这力矩作用下偏转，直到与游丝产生的反作用力矩平衡为止。

测量直流时，偏转角 α 与电流 I_1、I_2 的乘积成正比，即

$$\alpha = kI_1I_2 \tag{6-7}$$

测量交流时，偏转角 α 与电流 $i_1 = I_{1m}\sin\omega t$ 和 $i_2 = I_{2m}\sin(\omega t + \varphi)$ 的关系为

$$\alpha = kI_1I_2\cos\varphi \tag{6-8}$$

电动式仪表的优点是：适用于交、直流；准确度高。其缺点是：受外界磁场影响很大；不能承受较大过载。

6.3　电流、电压和单相功率的测量

6.3.1　电流的测量

测量直流电流通常用磁电式电流表，测量交流电流主要采用电磁式电流表。测量步骤如下：

第一，电流表应串联在电路中，如图 6-5a 所示。为了使电路的工作状况不因接入电流表而受影响，电流表的内阻必须很小，并且量程越大，内阻应越小。从降低仪表本身的功耗而言，也是希望内阻越小越好。因此，如果将电流表并联在电路的两端，那么电流表就将被烧坏。这一点必须特别注意。

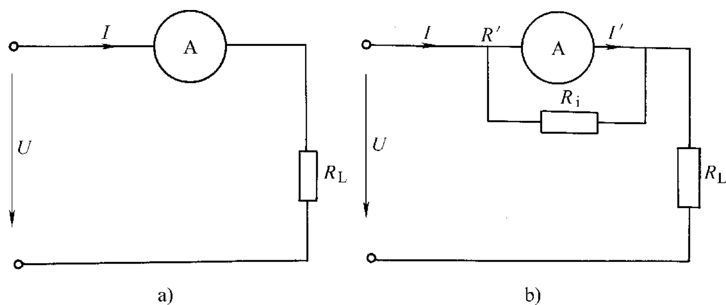


图 6-5　电流表与分流器

第二，在测量直流时，应该注意磁电式仪表的端子极性。

第三，要注意量程的选择。如果被测电流的大小事先不清楚，应该先用大量程，再根据指针偏转情况减到合适的量程。

采用磁电式电流表测量直流时，因其测量机构允许通过仪表线圈的电流甚小，不能直接测量较大的电流。为了扩大量程，应如图 6-5b 所示在电流表(内阻为 R')上并联一个分电阻(分流器)其阻值为 R_i，使流经表头的电流 I' 只是被测电流 I 的一部分。两者之间的关系是

$$I' = \frac{R_i}{R' + R_i}I$$

即
$$R_i=\frac{R'}{(I/I')-1} \tag{6-9}$$

可见，需要扩大的量程越大，则分流器的电阻越小。

用电磁式电流表测量交流电流时，用电流互感器来扩大量程，如图 6-6 所示。

6.3.2 电压的测量

测量直流电压常用磁电式电压表，测量交流电压常用电磁式电压表。

图 6-6 电流互感器

因为电压表是用来测量电源、负载或某段电路两端的电压，所以必须将它与被测电路并联，如图 6-7a 所示。为了使电路的工作不因接入电压表而受影响，电压表的内阻必须很高，并且量程越大内阻应越高。从减小仪表本身的功耗而言，也是希望电压表的内阻越大越好。但是，由于仪表表头内阻(阻值为 R')较小，且只能通过微小电流，也就只能测量较低的电压。为了测量较高的电压，通常在表头中串联一个称为倍压器的附加电阻(阻值为 R_V)，如图 6-7b 所示。由图可知：

$$\frac{U}{U'}=\frac{R'+R_V}{R'}$$

即
$$R_V=R'\left(\frac{U}{U'}-1\right) \tag{6-10}$$

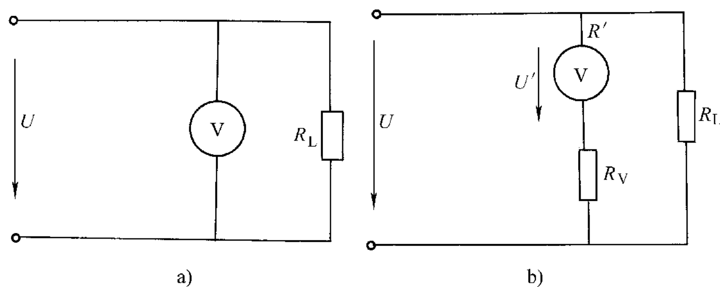


图 6-7 电压表和倍压器

可见，需要扩大的量程越大，则倍压器的电阻应越大。

用电磁式电压表测量交流电压，一般在测量 600V 以上的交流高电压时，通常采用电压互感器，如图 6-8 所示。

6.3.3 单相功率的测量

功率与电压和电流有关。在直流电路中，功率 $P=UI$，在交流电路中，有功功率 $P=UI\cos\varphi$。要测量功率，测量机构必须具有能反映电压和电流的乘积这一特点。电动式仪表有两组线圈，具备满足这一要求的条件，所以它是测量功率的理想仪表。

单相功率表内部接线如图 6-9a 所示，电压线圈 1、电流线圈 2 和附加电阻 3。它在电路

图上的符号如图 6-9b 所示。

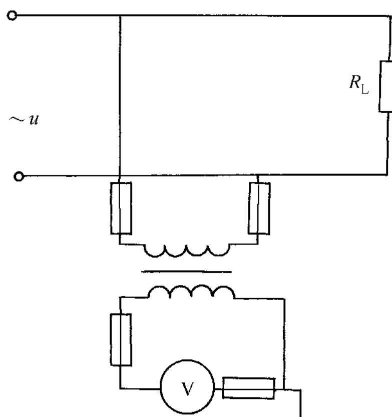


图 6-8　电压互感器

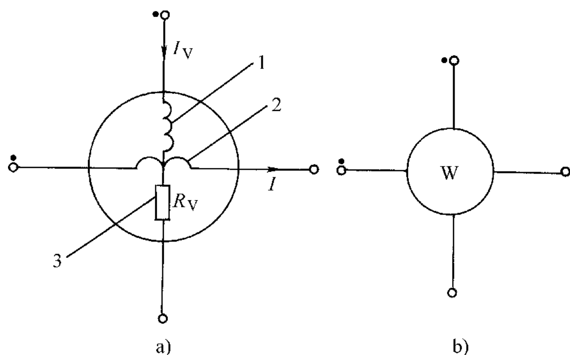


图 6-9　单相功率表内部接线和符号

功率表有 4 个接线钮，其中两个是固定线圈(电流线圈)的接线端，与负载串联，其电流 $\dot{I}_1=\dot{I}$(即负载电流)。另两个是可动线圈(电压线圈)再串一电阻 R_V 的接线端，与负载并联，其电流 $\dot{I}_2$ 正比于负载电压 $\dot{U}$。

因为负载的 $\dot{U}$ 和 $\dot{I}$ 的相位差角为 φ，所以 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_2$ 的相位差角也等于 φ，因此，由式(6-8)可知功率表指针偏转角为

$$\alpha = kI_1I_2\cos\varphi = kI_1\frac{U}{R_V}\cos\varphi = K'IU\cos\varphi = K'P \tag{6-11}$$

可见偏转角的大小与负载的有功功率成正比。

功率表在使用时要注意的几个问题：

1. 正确连接　功率表的电流线圈和电压线圈有一端标有“·”或“±”，在测量时这两端应连在电源的同一端，如图 6-10 所示。如果两个线圈中任一个反接，指针将向相反方向偏转，无法读数。

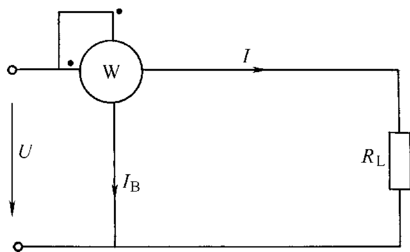


图 6-10　单相功率表测量

2. 量限的选择　选择功率表的量限是要分别选择电流量限和电压量限。一定要使电流量限大于最大负载电流，电压量限能承受负载电压，不能只考虑被测功率的大小。

3. 正确的读数　一般多量限的功率表的标度尺不标瓦特数，只标分格数，可按下式算出每一分格所代表的瓦特数：

$$C = \frac{U_N I_N}{\alpha_m} \tag{6-12}$$

式中，U_N 是所选择的功率表的电压量限；I_N 是电流量限；α_m 是标度尺满刻度的分格数。

测量时，读了指针偏转格数 α 后，再乘以 C 就等于所测功率数值。即

$$P = C\alpha \tag{6-13}$$

6.4 万用表和绝缘电阻表

6.4.1 万用表

万用表可测量多种电量，虽然准确度不高，但是使用简单、携带方便。万用表有磁电式和数字式两种。

1. 磁电式万用表 磁电式万用表由磁电式微安计、若干分流器和倍压器、半导体二极管及转换开关等组成。可以用来测量电阻、直流电流、直流电压和交流电压等。如图6-11是常用的MF-30型万用表的面板图。

磁电式万用表测量交流电压仅靠的是电路中装有的半导体整流器，将交流变为直流，刻度为有效值。普通的万用表只适于测量频率为45～1000Hz的交流电压。

使用万用表时，应注意转换开关的位置和量程，如果用电流档或电阻档去测电压，将会把表烧坏。测电阻时，应先调零，同时绝对不能在带电线路上测量电阻。改变测量量程时，必须先将测量表笔与被测电路分离，用毕将转换开关转到高电压档。

此外，面板上的“＋”端接在表内电池的负极，而“－”端接在电池的正极。

图6-11 MF-30型万用表的面板图

2. 数字式万用表 今以VC9806型袖珍数字万用表为例来说明它的测量范围和使用方法。

（1）测量范围

①直流电压分五档：200mV、2V、20V、200V、1000V。

②交流电压分四档：2V、20V、200V、700V。

③直流电流分四档：2mA、20mA、200mA、10A。

④交流电流分两档：200mA、10A。

⑤电阻分六档：200Ω、2kΩ、20kΩ、200kΩ、2MΩ、20MΩ。

此外，还可对电容、频率、二极管的通断测试及晶体管的电流放大系数 h_{FE} 的测试。

（2）操作面板说明 图6-12是VC9806型万用表的面板图：

液晶显示器：显示仪表测量的数值及单位

保持开关

h_{FE} 测试插座：用于测量晶体管的 h_{FE} 数值大小

旋钮(开关)：用于改变测量功能及量程

电压、电阻及频率插座

公共地

小于 200mA 电流测试插座

10A 电流测试插座

电容插座

电源开关：起动及关闭电源

注意：①如果事先对被测电压或电流范围没有概念，应将量程开关转到最高档位，然后根据显示值转至相应档位上。

②如在高位显“1”，表明已超过量程范围，须将量程开关转到较高档位上。

③输入电压或电流切勿超过极限值，否则将有损坏仪表电路的危险！

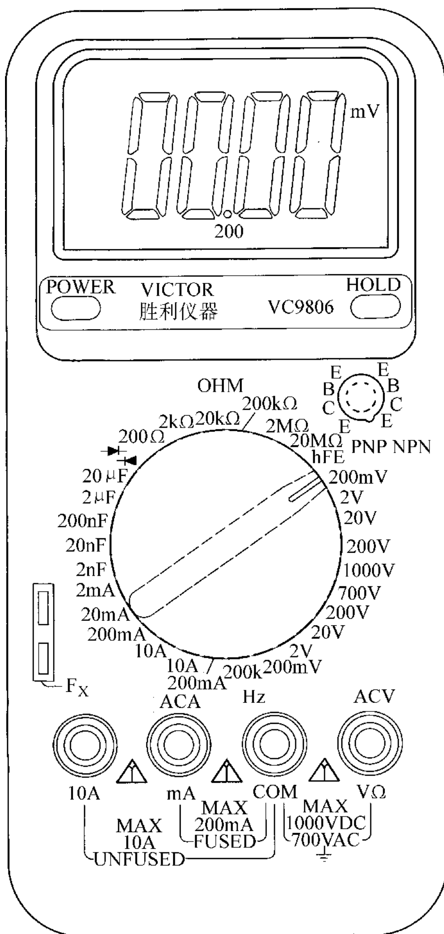


图 6-12　VC9806 型万用表的面板图

6.4.2　绝缘电阻表

在检查电机、电器及线路的绝缘情况和测量高阻值电阻时，通常采用绝缘电阻表(俗称摇表)。绝缘电阻表是一种利用磁电式流比计的线路来测量高阻值电阻的仪表，其构造是在永久磁铁的磁极间放置着固定在同一轴上而相互垂直的两个线圈，一个线圈与电阻 R 串联，另一个线圈与被测电阻 R_x 串联，然后将两者并联于直流电源。电源是安置在仪表内的手摇直流发电机，其端电压为 U。绝缘电阻表(也称兆欧表)原理电路图如图 6-13 所示。

在测量时，两个线圈中通过的电流分别为

$$I_1=\frac{U}{r_1+R}\text{和}\ I_2=\frac{U}{r_2+R_x}$$

式中，r_1 和 r_2 分别为两个线圈的电阻。

指针(与两个线圈固定在同一轴上)的偏转角 α 与两线圈中电流之比有关(故称流比计)，即

$$\alpha=f_1\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \tag{6-14}$$

把 I_1、I_2 代入，故

$$\alpha=f_1\left(\frac{r_2+R_x}{r_1+R}\right)=f(R_x) \tag{6-15}$$

可见偏转角 α 与被测电阻 R_x 有一定的函数关系，因此，仪表的刻度尺就可以直接按电阻来分度。这种仪表的读数与电源电压 U 无关，所以手摇发电机转动的快慢不影响读数。

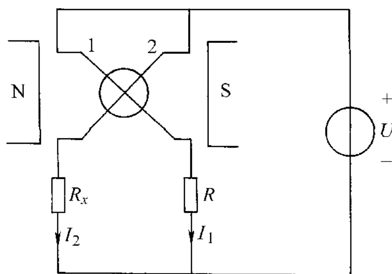


图 6-13　绝缘电阻表原理电路图

6.5　电桥及电阻、电容和电感的测量

电桥是一种比较式仪表，它的准确度和灵敏度都较高。有直流电桥和交流电桥两种。

6.5.1　直流电桥和电阻的测量

直流电桥有两种型式：单臂电桥，测量范围为$(1\sim10^5)\Omega$；双臂电桥，测量范围为$(10^{-4}\sim10)\Omega$。最常用的是单臂直流电桥(也称惠斯登电桥)，如图6-14所示。当检流计P中的电流为零时，电桥处于平衡状态，平衡条件为

$$R_1R_4=R_2R_3 \tag{6-16}$$

设$R_1=R_x$为被测电阻，则

$$R_x=\frac{R_2}{R_4}R_3 \tag{6-17}$$

6.5.2　交流电桥和电容及电感的测量

交流电桥电路如图6-15所示。4个桥臂为复阻抗Z_1、Z_2、Z_3、Z_4，电源一般是低频信号发生器，指零仪器是交流检流计。

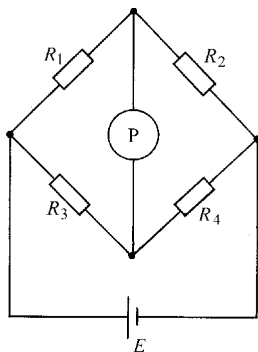


图6-14　直流电桥电路

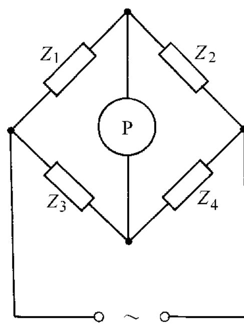


图6-15　交流电桥电路

当电桥平衡时，有

$$Z_1Z_4=Z_2Z_3 \tag{6-18}$$

亦即

$$|Z_1||Z_4|=|Z_2||Z_3| \tag{6-19}$$

$$\varphi_1+\varphi_4=\varphi_2+\varphi_3 \tag{6-20}$$

为了便于调节平衡，通常将两个桥臂设计为纯电阻。

设$\varphi_2=\varphi_4=0$，即Z_2和Z_4是纯电阻，则$\varphi_1=\varphi_3$，即Z_1和Z_3同为电感性或电容性的。

设$\varphi_2=\varphi_3=0$，即Z_2和Z_3是纯电阻，则$\varphi_1=-\varphi_4$，即Z_1和Z_4中一个是电感性的，而另一个则是电容性的。

1. 电容的测量　电路如图6-16所示，电阻R_2和R_4作为两臂，被测电容C_x和损耗电阻R_x串联后作为一臂，标准电容C_0和标准电阻R_0串联后作为另一臂。

由电桥平衡条件有

$$\left(R_x - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C_x}\right)R_4 = \left(R_0 - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C_0}\right)R_2$$

可以得出

$$R_x = \frac{R_2}{R_4}R_0 \tag{6-21}$$

$$C_x = \frac{R_4}{R_2}C_0 \tag{6-22}$$

为了要同时满足上述两式的平衡关系，必须反复调节 R_2/R_4 和 R_0（或 C_0），直到平衡为止。

2. 电感的测量　电路如图 6-17 所示，R_x 和 L_x 是被测电感元件的电阻和电感。

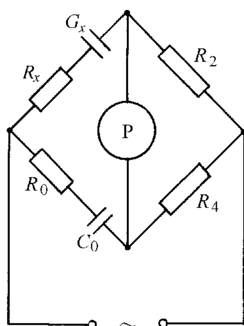


图 6-16　测量电容的电桥电路

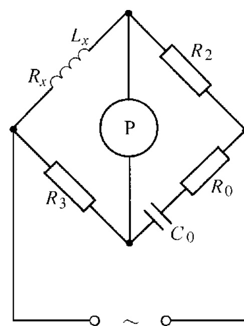


图 6-17　测量电感的电桥电路

由电桥平衡条件有

$$R_2R_3 = (R_x + \mathrm{j}\omega L_x)\left(R_0 - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C_0}\right)$$

可以得出

$$L_x = \frac{R_2R_3C_0}{1 + (\omega R_0C_0)^2} \tag{6-23}$$

$$R_x = \frac{R_2R_3R_0(\omega C_0)^2}{1 + (\omega R_0C_0)^2} \tag{6-24}$$

调节 R_2 和 R_0 使电桥平衡。

6.6　安全用电常识

6.6.1　概述

1. 触电及对人体的伤害　当人体触及带电体，带电体与人体之间闪击放电或电弧波及人体时，人体与大地或其他导体构成电流通路，此种情况称为触电。

经验表明：当1mA左右的电流通过人体时，人就会感觉发麻；当通过人体的电流下不超过10mA时，触电者可以自己摆脱电源，不致于造成事故；当电流在20～25mA时，触电者会感到剧痛，甚至神经麻痹，肌肉剧烈收缩，已经无法自己摆脱电源，人体电阻会迅速下降，电流上升，有生命危险；如果电流达到100mA，很短时间就会使人窒息，造成死亡。

7mA以下的电流为安全电流；而36V以下的电压则为安全电压。

2. 人体触电的两种情况

（1）与正常带电部位的接触　如图6-18所示，人体触及三相电源中的一根电线，称单相触电。这时，人体承受的是相电压，电流经人体、大地回到电源，是十分危险的。如图6-19所示，人体同时和两根相线接触，称两相触电。此时，人体承受的是线电压，其触电后果更为严重。

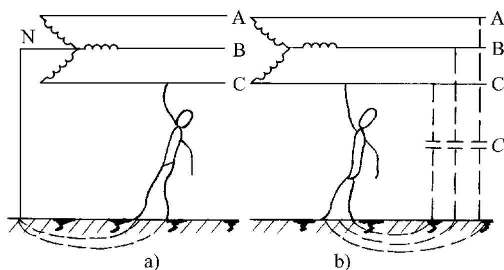


图6-18　单相触电

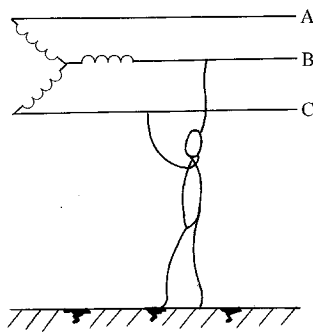


图6-19　两相触电

（2）与正常时不带电部分的接触　在电气设备中有些部分正常时是不带电的，如电气设备的外壳等。但如果绝缘损坏、外壳就可能带电，人体触及带电的外壳，将发生触电事故。

3. 触电后的急救　触电事故发生后，首先应使触电者脱离电源，拉开电源开关或用有绝缘手柄的工具，干燥木棒把电线断开。而当触电者尚未脱离电源时，施救者切不可和触电者的肌体直接接触，以防触电。如果触电者脱离电源后已失去知觉，必须将其按置在空气畅通处，解开衣服，让其平直仰卧，用软衣物垫在触电者的身下，使其头比肩稍低，以免妨碍呼吸，并立即请专业医生进行急救。

4. 接地保护和接零保护

（1）接地保护　把电气设备的金属外壳和接地线连接起来，称为接地保护。接地保护多用于中性点不接地的低压线路系统中。接地电阻R不得大于4Ω。图6-20为三相交流电动机的接地保护。C为相线与地之间的分布电容，当电动机某相绕组碰壳时，将出现图中虚线所示的电容电流。当外壳接地时，如图6-20b所示，由于人体电阻比接地电阻R大得多，所以几乎没有电流经过人体，就不会有触电危险。但是如果机壳不接地，如图6-20a所示，则碰壳的一相经人体及分布电容形成回路，人体将会有较大的电流通过，就会发生触电危险。

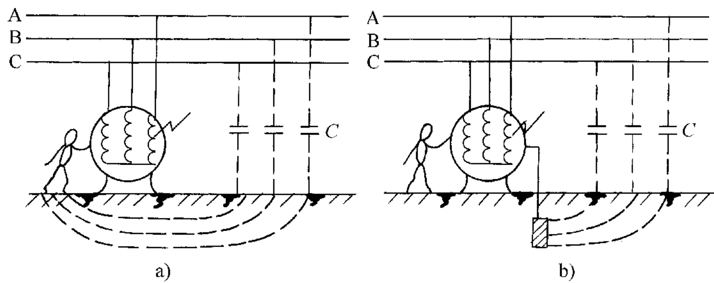


图 6-20　三相交流电动机的接地保护

(2) 接零保护　把电气设备的外壳和电源的零线连接起来，称为接零保护。接零保护用于中性点接地的三相四线制低压电路中。图 6-21 为三相交流电动机的接零保护。当电动机某相绕组碰壳时，便会有一短路电流从该相流向零线，使熔断器的熔丝熔断，切断电源，从而避免了人身触电的危险。必须注意，在接零导线中，不允许安装熔断器。

(3) 三孔插座和三极插头　以上是三相交流电气装置的防触电保护，而在我们日常生活中常接触到单相电气装置。为了保证人身安全，对单相电气装置要使用三孔插座和三极插头。如图 6-22 所示，其中 1 为三孔插座、2 为接地电极、3 为电气设备外壳。从其接线上可以看出，因为外壳是和保护零线相连接的，人体不会有触电的危险。

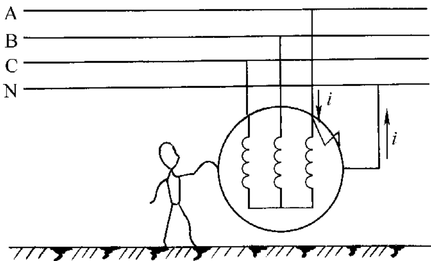


图 6-21　三相交流电动机的接零保护

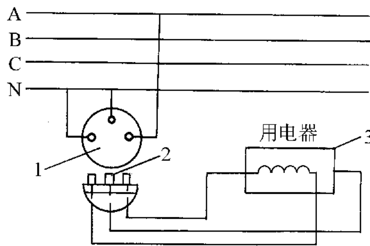


图 6-22　三孔插座和三极插头的保护接地

5. 三相五线制供电和接地方式　三相五线制包括三相电的三个相线(A、B、C 线)、中性线(N 线)；以及地线(PE 线)。中性线(N 线)就是零线。图 6-23 是三相五线制供电和负载连接方式。

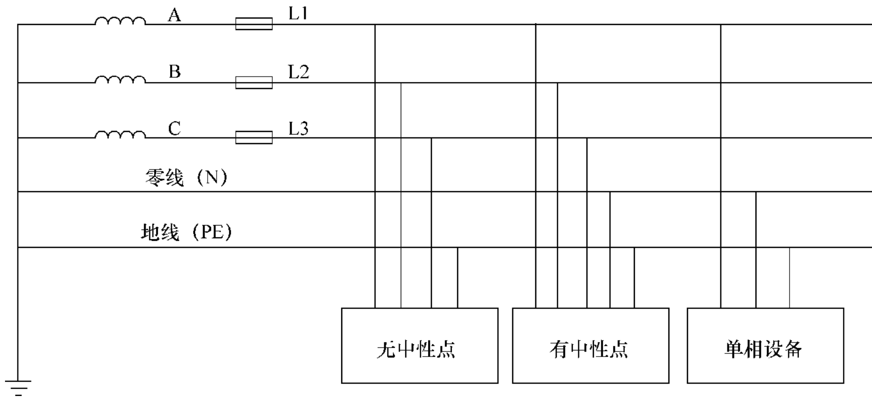


图 6-23　三相五线制供电和负载连接方式

在三相四线制供电中由于三相负载不对称时和低压电网的零线过长且阻抗过大时等，零线将有零序电流通过，零线的电流矢量和不为零，会产生对地电压，致使零线也带一定的电位。这对安全运行十分不利，在零干线断线的特殊情况下，断线以后的单相设备和所有保护接零的设备产生危险的电压，这是不允许的。如采用三相五线制供电方式，用电设备上所连接的工作零线 N 和保护零线 PE 是分别敷设的，工作零线上的电位不能传递到用电设备的外壳上。这样就能有效隔离了三相四线制供电方式所造成的危险电压，使用电设备外壳上电位始终处在“地”电位从而消除了设备产生危险电压的隐患。

三相五线制分为 TT 接地方式和 TN 接地方式，其中 TN 又具体分为 TN-S，TN-C，TN-C-S 三种方式。

（1）TT　第一个字母 T 表示电源中性点接地，第二个 T 是设备金属外壳接地，这种方法高压系统普遍采用，低压系统中有大容量用电器时不宜采用，如图 6-24 所示。

（2）TN-S　字母 S 代表 N 与 PE 分开，设备金属外壳与 PE 相连，设备中性点与 N 相连。其优点是 PE 中没有电流，故设备金属外壳对地电位为零。主要用于数据处理，精密检测，高层建筑的供电系统，如图 6-25 所示。

（3）TN-C　字母 C 表示 N 与 PE 合并成为 PEN，实际上是四线制供电方式。设备中性点和金属外壳都和 N 相连。由于 N 正常时流通三相不平衡电流和谐波电流，故设备金属外壳正常对地有一定电压，通常用于一般供电场所，如图 6-26 所示。

（4）TN-C-S　一部分 N 与 PE 分开，是四线半制供电方式。应用于环境较差的场所。当 N 和 PE 分开后不允许再合并，如图 6-27 所示。

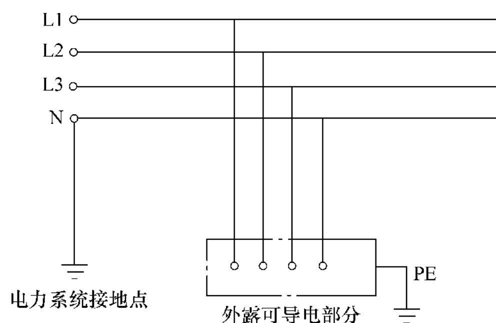


图 6-24　TT 系统

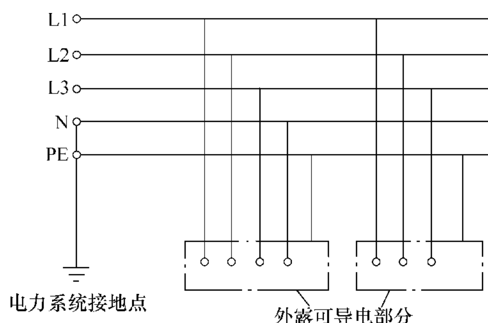


图 6-25　TN-S 系统

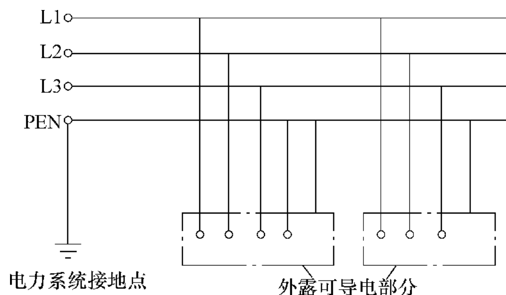


图 6-26　TN-C 系统

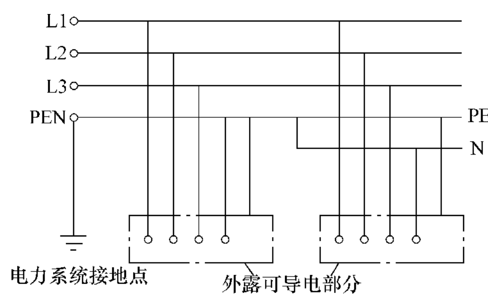


图 6-27　TN-C-S 系统

三相五线制标准导线颜色为：A 线黄色，B 线绿色，C 线红色，N 线淡蓝色，PE 线黄绿色。

国家有关部门规定：凡是新建、扩建的企事业、商业、居民住宅、智能建筑、基建施工现场及临时线路，一律实行三相五线制供电方式，做到保护零线和工作零线单独敷设。对现有企业应逐步将三相四线制改为三相五线制供电，具体办法应按三相五线制敷设要求的规定实施。

6.6.2　静电防护和电气防火、防爆常识

1. 静电防护　首先应设法不产生静电。为此，可在材料选择、工艺设计等方面采取措施。其次是产生了静电，应设法使静电的积累不超过安全限度。其方法有泄漏法、中和法等。前者接地，可增加绝缘表面的湿度、涂上导电涂剂等，使积累的静电荷尽快泄漏掉；后者使用感电中和器、高压中和器等，可使积累的静电荷被中和掉。

2. 电气防火、防爆　引起电气火灾和爆炸的原因是电气设备过热和电火花、电弧。为此，不要使电气设备长期超载运行。要保持必要的防火间距及良好的通风。要有良好的过热、过电流保护装置。在易爆的场地，如矿井、化学车间等，要采用防爆电器。

出现了电气火灾怎么办？

1）首先切断电源。注意拉闸时应使用绝缘工具。

2）来不及切断电源时或在不准断电的场合，可采用不导电的灭火剂带电灭火。若用普通水枪灭火，应穿上绝缘套靴。

最后，还应强调指出，在安装和使用电气设备时，事先应详细阅读有关说明书，按照操作规程操作。

小　　结

1. 测量误差按引起误差原因可分为基本误差和附加误差，其表达形式有绝对误差和相对误差。最大绝对误差 Δ_m 与测量上限 A_m 的百分比定义为仪表的准确度 $\pm K\%$。我国的电工指示仪表的准确度分为 0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5 和 5.0 七个等级。

2. 电工仪表按测量方法的不同分为指示式仪表和比较式仪表两大类。本章主要介绍磁电式、电磁式和电动式三种电工测量指示仪表。一般使用这三种仪表来对电流、电压和电功率进行测量。

3. 万用表是日常实际工作中最常用的仪表之一。它可以测交直流电压和电流，测电阻，甚至有的万用表还能测电容、电感、电功率及晶体管参数等。而对绝缘电阻的测量需要采用兆欧表。

4. 为了安全用电，应懂一些安全用电的常识和技术。通过人体的电流不能超过 7mA；单相触电和两相触电都能对人体造成伤害，尤其后者，最为危险。

5. 防止触电的安全技术有接地保护和接零保护。对单相电路要使用三孔插座和三极插头。

习　　题

6-1　电工仪表的误差有几种表达形式？准确度是如何定义的？分为哪几级？

6-2　用1.5级上量限为250V的电压表分别测量220V和110V电压，计算其最大相对误差，并说明仪表量程选择的意义。

6-3　用准确度为2.5级、量程为10A的电流表在正常情况下测得电路的电流为2A时，可能产生的最大相对误差是多少？

6-4　为什么磁电式仪表不能测交流而电磁式和电动式仪表却可以测交流？

6-5　一磁电式表头的额定电流为250μA，额定电压为50mV，将它并联分流器后制成一个50mA的毫安表，则该分流器的电阻值为多少？若将其改成量程为5V的电压表，其附加电阻值为多少？

6-6　一台50Hz、110V的电气设备，其工作电流小于2A，用规格为$U_N=150V$、$I_N=2A$、$\cos\varphi_N=0.5$、刻度150格的功率表测得后的功率为100W，则其读数为多少格？

6-7　用万用表测量较大阻值的电阻时，如果两只手分别握住两个表笔的笔尖，能否得到正确的结果？为什么？

6-8　接地保护和接零保护分别应用于何种低压供电系统中？

* 第 7 章　非正弦周期信号电路

前面几章阐述了直流电路和正弦交流电路的性质及其分析方法。但在生产实践和科学实验中，通常还会遇到按非正弦规律变化的周期性的电压和电流信号。如实际的交流发电机的电动势波形就不是理想的正弦波，这就导致电路中电流和电压波形虽是周期性的但不是正弦波。电讯工程方面传输的各种信号大多是按照非正弦规律变动的，收音机或电视机所收到的信号电压或电流的波形也是非正弦波。在自动控制、电子计算机领域大量用到的脉冲电路中，电压和电流的波形都是非正弦形。图 7-1 和图 7-2 分别是尖脉冲电流和方波电压的波形。另外，如果电路中存在非线性元件，则即使电源电压是正弦形，电路中也会产生非正弦电流。图 7-3a 就是在正弦电压作用下非线性电感(带有铁心的线圈)中所产生的电流波形。在整流电路中，利用半导体二极管单向导电的性能，可得到如图 7-3b 所示的电流波形(半波整流电流)。

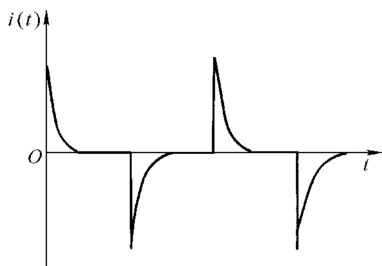


图 7-1　尖脉冲

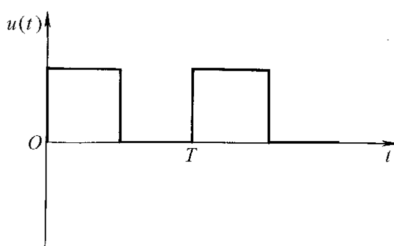


图 7-2　方波电压

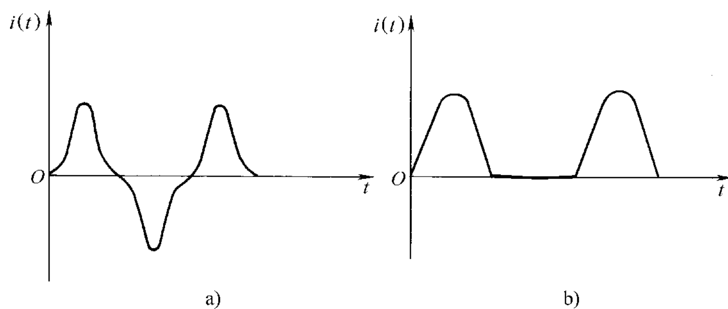


图 7-3　非线性电路中的电流

周期性非正弦信号有着各种不同的变化规律，计算这种信号激励下线性电路的响应，一般可用傅里叶级数，将周期性非正弦信号分解为一系列不同频率的正弦量之和，然后分别计算在各种频率正弦量单独作用下电路中产生的正弦电流分量和电压分量，根据线性电路的叠加原理，把所得各个分量叠加，就可以得到电路中实际的电流和电压。这种方法称为谐波分析法。

7.1 非正弦周期信号的分解

周期性非正弦信号可以用一个周期函数表示，即

$$f(t)=f(t+nT)$$

式中，T 为周期函数的周期；$n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots$。

如果给定的周期函数同时又满足狄里赫利条件，那么它就可以分解为傅里叶级数——收敛级数。狄里赫利条件是指给定的周期函数在有限的区间内，只有有限个第一类间断点和有限个极大值、极小值。电工技术中所遇到的周期函数都满足这个条件。

设给定的周期函数为 $f(t)$，则按上述，$f(t)$ 可展开成

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+a_1\cos\omega t+a_2\cos 2\omega t+\cdots+b_1\sin\omega t+b_1\sin 2\omega t+\cdots$$

$$=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t) \qquad (7\text{-}1)$$

式中，$\omega=2\pi/T$；T 为 $f(t)$ 的周期。

把式(7-1)同频率的正弦项和余弦项合并，则上式可写成

$$f(t)=A_0+\sum_{n=1}^{\infty}A_{nm}\sin(n\omega t+\varphi_n) \qquad (7\text{-}2)$$

式中，$A_0=\frac{a_0}{2}$；$A_{nm}=\sqrt{a_n^2+b_n^2}$；$\varphi_n=\arctan\frac{a_n}{b_n}$。

式(7-2)是非正弦信号的谐波分析表达式。可以看出，非正弦信号可以表达成各次谐波之和。式中第一项 A_0 称为周期函数 $f(t)$ 的恒定分量(即直流分量)；而第二项 $A_{1m}\sin(\omega t+\varphi_1)$ 称为一次谐波(或基波分量)，其周期、频率与原周期函数的相同；其他各项统称为高次谐波。由于高次谐波的频率是基波的整数倍，故 $n=2$ 时就称二次谐波，其余就顺序称为三次、四次……谐波。通常还把 n 为奇数的分量称为奇次谐波。n 为偶数的分量称为偶次谐波。

一些典型的周期性非正弦函数的傅里叶级数展开式如表7-1所示。大多数电工、电子中的非正弦周期信号，其展开式均可通过查表得到。

表7-1 一些典型周期性非正弦函数的傅里叶级数展开式

序号	$f(t)$ 的波形图	$f(t)$ 的傅里叶级数展开式
1		$f(t)=\frac{A_m}{\pi}\left(1+\frac{\pi}{2}\sin\omega t-\frac{2}{3}\cos 2\omega t-\frac{4}{15}\cos 4\omega t-\cdots\right)$
2		$f(t)=\frac{2}{\pi}A_m\left(1+\frac{2}{3}\cos 2\omega t-\frac{2}{15}\cos 4\omega t-\cdots\right)$

（续）

序号	$f(t)$的波形图	$f(t)$的傅里叶级数展开式
3		$f(t)=\frac{2}{\pi}A_m\left(\sin\omega t-\frac{1}{2}\sin 2\omega t+\frac{2}{3}\sin 3\omega t-\cdots\right)$
4		$f(t)=\frac{8}{\pi^2}A_m\left(\sin\omega t-\frac{1}{9}\sin 3\omega t+\frac{1}{25}\sin 5\omega t-\cdots\right)$
5		$f(t)=\frac{4}{\pi}A_m\left(\cos\omega t-\frac{1}{3}\cos 3\omega t+\frac{1}{5}\cos 5\omega t-\cdots\right)$
6		$f(t)=A_m\alpha+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2A_m}{n\pi}\sin(n\pi\alpha)\cos n\omega t$ $n=1,2,3,\cdots$
7		$f(t)=\frac{A_m}{\pi}-\frac{4A_m}{\pi^2}\left(\cos\omega t+\frac{1}{3^2}\cos 3\omega t+\frac{1}{5^2}\cos 5\omega t+\cdots\right)$

例 7-1　给定一个周期信号 $e(t)$，其波形如图 7-4 所示，是一周期性的矩形波。求此信号 $e(t)$的傅里叶级数展开式。

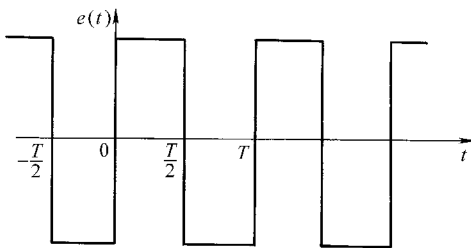


图 7-4　例 7-1 图

解　表 7-1 中第 5 个周期函数的傅里叶级数展开式为

$$f(t)=\frac{4}{\pi}A_m\left(\cos\omega t-\frac{1}{3}\cos 3\omega t+\frac{1}{5}\cos 5\omega t-\cdots\right)$$

而图7-4所示信号与表中$f(t)$比较，相位滞后$T/4$，所以本例函数$e(t)$的傅里叶级数展开式应为

$$
\begin{aligned}
e(t) &= \frac{4}{\pi}E_m\left[\cos\omega\left(t-\frac{T}{4}\right)-\frac{1}{3}\cos3\omega\left(t-\frac{T}{4}\right)+\frac{1}{5}\cos5\omega\left(t-\frac{T}{4}\right)-\cdots\right]\\
&= \frac{4}{\pi}E_m\left[\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)-\frac{1}{3}\cos\left(3\omega t-\frac{3\pi}{2}\right)+\frac{1}{5}\cos\left(5\omega t-\frac{\pi}{2}\right)-\cdots\right]\\
&= \frac{4}{\pi}E_m\left(\sin\omega t+\frac{1}{3}\sin3\omega t+\frac{1}{5}\sin5\omega t+\cdots\right)
\end{aligned}
$$

如果取上列展开式中的前3项，即只取到5次谐波，画出它们的波形然后再叠加，就可得到如图7-5a中虚线所示的合成曲线。图7-5b中曲线是取到前6项，即11次谐波时的合成曲线。比较两个图形，显然谐波的项数越多，合成曲线就越接近原函数的波形。

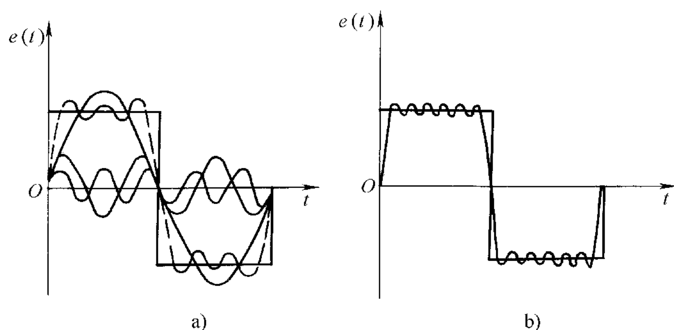


图7-5　波形合成示意图

例7-2　取$E_m=5\sqrt{2}$V、$f=50$Hz，将例7-1中周期信号$e(t)$的傅里叶展开式用EDA仿真合成，观察合成后的波形。

解　将E_m和f的数值代入例7-1的$e(t)$中，则其傅里叶展开式为

$$e(t)=6.37\sqrt{2}\sin314t+2.12\sqrt{2}\sin3\times314t+1.27\sqrt{2}\sin5\times314t+\cdots$$

取至5次谐波，在EWB中创建电路如图7-6a所示，用示波器观测的仿真合成波形如图7-6b所示。读者可自己仿真合成前7次、11次谐波，会发现所取谐波次数越多，合成的波形越接近矩形波。

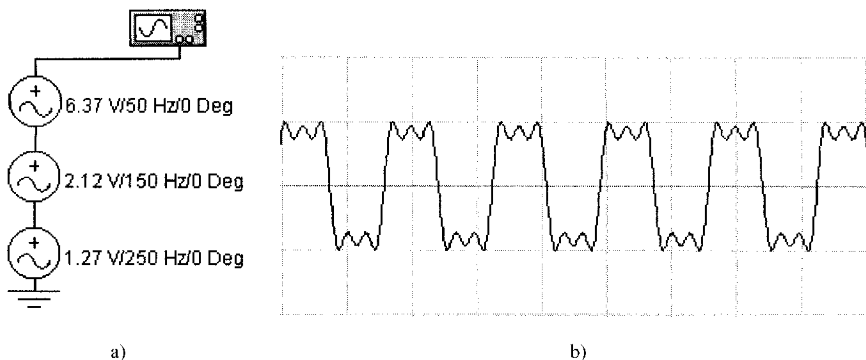


图7-6　例7-2仿真图

以上讨论的是对任意非正弦周期量 $f(t)$ 的分解。显然 $f(t)$ 可以分别表示一个非正弦周期电流、电压或电动势，因而展开式中的各项也就分别代表电流、电压或电动势的直流分量及各次谐波。

练习与思考

7-1-1　什么是周期性非正弦量？

7-1-2　已知某矩形波电压的周期 T 为 5μs，则此矩形波分解后的基波、3 次谐波和 5 次谐波的频率各为多少？

7-1-3　只要电源是正弦的，电路中的各部分电流及电压就都是正弦的。这种说法对不对？为什么？

7-1-4　表 7-1 中所示各周期量的展开式中，有些信号有直流分量，直流分量是由什么决定的？

7.2　非正弦周期量的有效值、平均值和平均功率

7.2.1　有效值

周期性非正弦量的有效值与正弦信号有效值定义一样为周期性非正弦信号的瞬时值的方均根值。例如，周期电流 $i(t)$ 的有效值为

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [i(t)]^2 \mathrm{d}t}$$

假设这一非正弦周期电流 $i(t)$ 可分解为傅里叶级数，即

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nm}\sin(n\omega t + \varphi_n)$$

将此 $i(t)$ 代入上式，则

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nm}\sin(n\omega t + \varphi_n)\right]^2 \mathrm{d}t}$$

上式右边积分号内各项平方展开后，得以下各项

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_0^2 \mathrm{d}t = I_0^2$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_{nm}^2 \sin^2(n\omega t + \varphi_n)\mathrm{d}t = \frac{I_{nm}^2}{2} = I_n^2$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T 2I_0 I_{nm}^2 \sin(n\omega t + \varphi_n)\mathrm{d}t = 0$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T 2I_{nm}^2 \sin(n\omega t + \varphi_n) I_{km}\sin(k\omega t + \varphi_k)\mathrm{d}t = 0$$

$$(n \neq k)$$

这样可以求得 i 的有效值为

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \cdots} \tag{7-3}$$

式中，I_0 为直流分量；I_1、I_2、I_3、…为 1 次、2 次、3 次、…谐波分量的有效值。

同理，非正弦周期电压 u 的有效值为

$$U=\sqrt{U_0^2+U_1^2+U_2^2+U_3^2+\cdots} \tag{7-4}$$

可见非正弦周期电流或电压的有效值，等于它的直流分量和各次谐波分量有效值二次方和的二次方根。

第 n 次谐波分量，其有效值 A_n 与最大值 A_{nm}之间的关系仍然是

$$A_{nm}=\sqrt{2}A_n$$

而与谐波的频率无关。

7.2.2 平均值

非正弦周期变量在一个周期内的平均值可由式(7-5)求出。例如周期交变电压 u 的平均值 $\overline{U}$ 为

$$\overline{U}=\frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,\mathrm{d}t \tag{7-5}$$

即非正弦周期量的平均值等于它的直流分量。

对于对称于时间轴的周期量，它的平均值为零。例如正弦周期电压 $u(t)$，由于正负半周对称，所以其平均值为零，亦即直流分量为零。表7-1中所示第3、4、5个波形图，其展开式中无直流分量，平均值为零。

但是上下对称的周期信号，经过全波整流后(即将负半周的各值变成对应的正值)，其平均值不再为零，如图7-7所示。

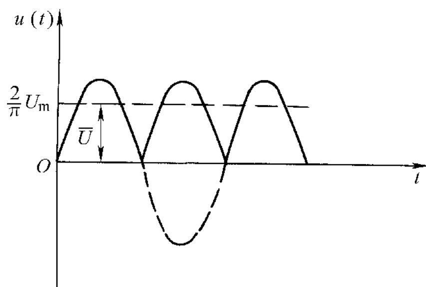


图7-7 全波整流后的正弦电压波形

对称于时间轴的周期信号，整流后可取半个周期计算平均值。图7-7所示电压的平均值应为

$$\overline{U}=\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}u(t)\,\mathrm{d}t=\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}U_\mathrm{m}\sin\omega t\mathrm{d}t=\frac{2}{T\omega}U_\mathrm{m}[-\cos\omega t]_0^{\frac{T}{2}}=\frac{2}{\pi}U_\mathrm{m}=0.898U \tag{7-6}$$

其结果正是表7-1中第2个波形信号展开式中的恒定分量。

对于同一非正弦周期电流(或电压)，当用不同类型的仪表进行测量时，就会得出不同的结果。例如用磁电系仪表(测直流信号用)测量时，其指示值将是电流(电压)的平均值即电流(电压)的恒定分量。用电磁系或电动系仪表测量时，结果将是电流(电压)的有效值。用全波整流磁电系仪表测量时，结果将是电流(或电压)经全波整流后的平均值。因此在测量非正弦周期电流(电压)时，要注意选择合适的仪表，并注意各种不同类型仪表读数表示的含意。

7.2.3 平均功率

非正弦周期电路中的平均功率，仍是按瞬时功率的平均值来定义的。假设一个无源一端口网络的端电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ 均为周期性非正弦量，则该网络的瞬时功率为

$$p(t)=u(t)i(t)$$

平均功率为

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)\mathrm{d}t$$

如果周期电流和电压均可分解为傅里叶级数：

$$u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_{n\mathrm{m}}\sin(n\omega t + \varphi_{nu})$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{n\mathrm{m}}\sin(n\omega t + \varphi_{ni})$$

则平均功率为

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T \left[U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_{n\mathrm{m}}\sin(n\omega t + \varphi_{nu})\right]\left[I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{n\mathrm{m}}\sin(n\omega t + \varphi_{ni})\right]\mathrm{d}t$$

将上式积分号内两个级数相乘后，整理成下式：

$$\begin{aligned} P = \int_0^T \Bigg[& I_0U_0 + U_0\sum_{n=1}^{\infty} I_{n\mathrm{m}}\sin(n\omega t + \varphi_{ni}) + I_0\sum_{n=1}^{\infty} I_{n\mathrm{m}}\sin(n\omega t + \varphi_{nu}) + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} U_{n\mathrm{m}}I_{k\mathrm{m}}\sin(n\omega t + \varphi_{nu})\sin(k\omega t + \varphi_{ki}) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} U_{n\mathrm{m}}I_{n\mathrm{m}}\sin(n\omega t + \varphi_{nu})\sin(n\omega t + \varphi_{ni}) \Bigg]\mathrm{d}t \end{aligned}$$

式中，$n \neq k$。

显然等式右边共包含 5 项，各项分别积分，其结果为

第一项为两个常数 U_0、I_0 的积，其平均功率为

$$P_0 = \frac{1}{T}\int_0^t I_0U_0\mathrm{d}t = I_0U_0$$

第二项与第三项的总和中的任一项都是正弦量，因此积分值等于零，即

$$\frac{1}{T}\int_0^T U_0\sum_{n=1}^{\infty} I_{n\mathrm{m}}\sin(n\omega t + \varphi_{ni})\mathrm{d}t = 0$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_0\sum_{n=1}^{\infty} I_{n\mathrm{m}}\sin(n\omega t + \varphi_{nu})\mathrm{d}t = 0$$

第四项中每一项都不是同频率的正弦量的乘积，因此积分值也等于零，即

$$\frac{1}{T}\int_0^T\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} U_{n\mathrm{m}}I_{k\mathrm{m}}\sin(n\omega t + \varphi_{nu})\sin(k\omega t + \varphi_{ki})\mathrm{d}t = 0$$

第五项为同频率的电压电流谐波乘积，其总和的平均值为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T}\int_0^T\sum_{n=1}^{\infty} U_{n\mathrm{m}}I_{n\mathrm{m}}\sin(n\omega t + \varphi_{nu})\sin(n\omega t + \varphi_{ni})\mathrm{d}t \\ = & \frac{1}{T}\int_0^T\sum_{n=1}^{\infty} U_{n\mathrm{m}}I_{n\mathrm{m}}[\cos(\varphi_{nu} - \varphi_{ni}) - \cos(2n\omega t + \varphi_{nu} + \varphi_{ni})]\mathrm{d}t \\ = & \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2}U_{n\mathrm{m}}I_{n\mathrm{m}}\cos(\varphi_{nu} - \varphi_{ni}) \\ = & \sum_{n=1}^{\infty} U_nI_n\cos\varphi_n \end{aligned}$$

式中，$\varphi_n = \varphi_{nu} - \varphi_{ni}$。

这样，该网络在非正弦周期信号激励下的平均功率为

$$\begin{aligned} P &= I_0 U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \cos\varphi_n \\ &= I_0 U_0 + U_1 I_1 \cos(\varphi_{1u} - \varphi_{1i}) + U_2 I_2 \cos(\varphi_{2u} - \varphi_{2i}) + \cdots \end{aligned} \tag{7-7}$$

由此可见，非正弦周期电路中的平均功率，等于各次谐波(包括直流分量)平均功率之和，而不同频率的电压和电流不构成平均功率，即平均功率为零。

例 7-3 电路如图 7-8 所示，周期电压、电流分别为

$$u(t) = [50 + 60\sqrt{2}\sin(\omega t + 30°) + 40\sqrt{2}\sin(2\omega t + 10°)]\text{V}$$

$$i(t) = [1 + 0.5\sqrt{2}\sin(\omega t - 20°) + 0.3\sqrt{2}\sin(2\omega t + 50°)]\text{V}$$

求电压、电流的有效值和平均值及该电路的平均功率。

解 1）电压、电流的有效值

$$U = \sqrt{50^2 + 60^2 + 40^2}\text{V} = 87.8\text{V}$$

$$I = \sqrt{1^2 + 0.5^2 + 0.3^2}\text{A} = 1.16\text{A}$$

2）电压、电流的平均值

$$U = 50\text{V}$$

$$I = 1\text{A}$$

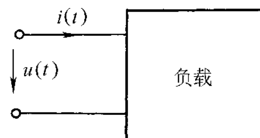


图 7-8 例 7-3 图

3）电路平均功率 P

$$\begin{aligned} P &= U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos(\varphi_{1u} - \varphi_{1i}) + U_2 I_2 \cos(\varphi_{2n} - \varphi_{2i}) \\ &= [50 \times 1 + 60 \times 0.5\cos(30° + 20°) + 40 \times 0.3\cos(10° - 50°)]\text{W} \\ &= (50 + 19.3 + 9.2)\text{W} \\ &= 78.5\text{W} \end{aligned}$$

练习与思考

7-2-1 正弦交流电压、电流的有效值等于最大值的 $1/\sqrt{2}$，那么非正弦周期电流、电压的有效值与最大值之间有无类似的固定关系？如何求出有效值？

7-2-2 用不同类型的电压表测量同一个非正弦周期电压，其指示值能否一样？用直流电压表测出的是什么量？用交流电压表呢？

7.3 非正弦周期信号线性电路的谐波分析法

非正弦周期性线性电路的谐波分析法的理论依据是线性电路的叠加原理。如前所述，电工中的周期信号均可应用傅里叶级数将其分解为一系列谐波分量(其中直流分量可以看作是零次谐波)。所以当这样的周期信号作用于线性电路时，就相当于各次谐波分量同时作用于该电路，并且这一系列谐波信号是串联叠加的。令各次谐波信号分别单独作用于电路，用正弦交流电路的计算方法分别计算相应的各次谐波响应，再把所得结果叠加起来，就是电路对周期信号的响应。这种分析方法称为谐波分析法。

非正弦周期电路的计算步骤如下：

1）将给定的非正弦周期信号分解为傅里叶级数。高次谐波取到哪一项为止，依所需的精度而定。

2）分别计算激励源的直流分量和各次谐波分量单独作用时的待求量。计算中要注意电路中的感抗和容抗均为频率的函数。

3）应用叠加原理，将所求的待求量的各次谐波叠加，便求得实际线性电路对非正弦周期函数的响应。注意各谐波叠加时应是瞬时值叠加。

下面通过两个具体例子来说明上述步骤。

例 7-4　电路如图 7-9a 所示，已知 $R=0.2\text{k}\Omega$，$C=2.2\mu\text{F}$，$u(t)$为一矩形波如图 7-9b 所示，$T=2\text{ms}$，$U_m=200\text{mV}$。试求电路中的电流 $i(t)$（计算到 5 次谐波为止）。

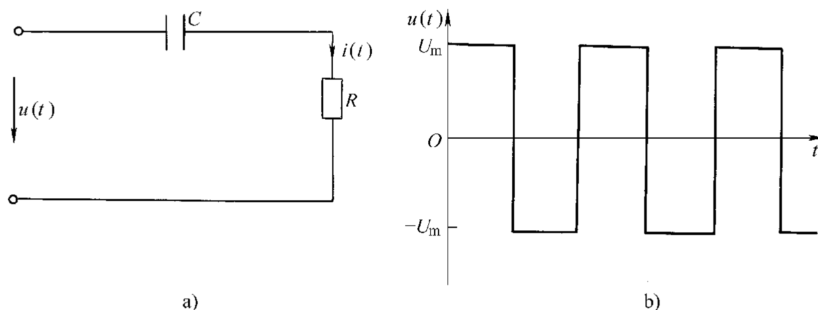


图 7-9　例 7-4 图

解　利用例 7-1 的结果可知矩形波 $u(t)$的傅里叶展开式为（取到 5 次谐波）

$$u(t)=\frac{4}{\pi}U_m\left[\sin\omega t+\frac{1}{3}\sin3\omega t+\frac{1}{5}\sin5\omega t\right]$$

式中，$U_m=200\text{mV}$；$\omega=2\pi/T=3140\text{rad/s}$。

代入上式得

$$u(t)=[255\sin3140t+85\sin3\times3140t+51\sin5\times3140t]\text{mV}$$

计算各谐波分量单独作用时的电路电流：

基波单独作用，产生响应 $i_1(t)$

$$\omega=3140\text{rad/s}$$

$$X_{C1}=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{3140\times2.2\times10^{-6}}\Omega=145\Omega$$

$$Z_1=R-jX_{C1}=(200-j145)\Omega=246.9\angle-35.9°\Omega$$

$$\dot{U}_1=\frac{255}{\sqrt{2}}\angle0°=180\angle0°\text{V}$$

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_1}{Z_1}=\frac{180\angle0°}{246.9\angle-35.9°}\text{mA}=0.729\angle35.9°\text{mA}$$

$$i_1(t)=0.729\sqrt{2}\sin(\omega t+35.9°)\text{mA}$$

3 次谐波单独作用，产生响应 $i_3(t)$

$$X_{C3}=\frac{1}{3\omega C}=\frac{1}{3\times3140\times2.2\times10^{-6}}\Omega=48.33\Omega$$

$$Z_3=R-jX_{C3}=(200-j48.33)\Omega=206\underline{/-13.6°}\Omega$$

$$\dot{U}_3=85/\sqrt{2}\underline{/0°}V=60\underline{/0°}V$$

$$\dot{I}_3=\frac{\dot{U}_3}{Z_3}=\frac{60\underline{/0°}}{206\underline{/-13.6°}}mA=0.29\underline{/13.6°}mA$$

$$i_3(t)=0.29\sqrt{2}\sin(3\omega t+13.6°)mA$$

5 次谐波单独作用，产生响应 $i_5(t)$

$$X_{C5}=\frac{1}{5\omega C}=\frac{1}{5\times3140\times2.2\times10^{-6}}\Omega=29\Omega$$

$$Z_5=R-jX_{C5}=(200-j29)\Omega=202\underline{/-8.25°}\Omega$$

$$\dot{U}_5=\frac{51}{\sqrt{2}}\underline{/0°}mV=36\underline{/0°}mV$$

$$\dot{I}_5=\frac{\dot{U}_5}{Z_5}=\frac{36\underline{/0°}}{202\underline{/-8.25°}}mA=0.18\underline{/8.25°}mA$$

$$i_5(t)=0.18\sqrt{2}\sin(5\omega t+8.25°)mA$$

各谐波响应叠加得电路中电流 $i(t)$ 为

$$i(t)=i_1(t)+i_3(t)+i_5(t)$$
$$=[0.729\sqrt{2}\sin(\omega t+35.9°)+0.29\sqrt{2}\sin(3\omega t+13.6°)+$$
$$0.18\sqrt{2}\sin(5\omega t+8.25°)]mA$$

例 7-5 图 7-10 所示的 RL 串联电路中，已知 $L=0.75$H，$R=120\Omega$，激励电压源 $u(t)=[30+100\sin\omega t+64\sin2\omega t+25\sin3\omega t]$V，基波频率 $f=50$Hz，试求输出电压 $u_R(t)$。

解 激励源的各谐波分量已给出，即

$$u(t)=U_0+u_1(t)+u_2(t)+u_3(t)$$
$$=[30+100\sin\omega t+64\sin2\omega t+25\sin3\omega t]V$$

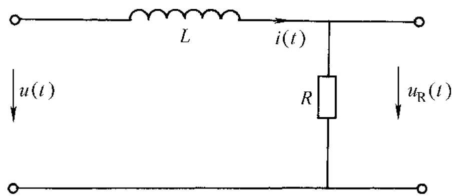


图 7-10 例 7-5 图

计算各分量单独作用时的输出电压：

直流分量 U_0 单独作用时

由于电感对直流相当于短路，所以

$$U_{R0}=U_0=30V$$

$u_1(t)$ 单独作用时

$$X_{L1}=\omega L=2\pi fL=2\times50\times3.14\times0.75\Omega=235.5\Omega$$

$$\dot{U}_1=\frac{100}{\sqrt{2}}\underline{/0°}V=70.7\underline{/0°}V$$

$$\dot{U}_{R1}=\frac{\dot{U}_1}{R+jX_{L1}}R=\left(\frac{70.7\angle 0^\circ}{120+j235.5}\times 102\right)V=32.1\angle -63^\circ V$$

$$u_{R1}(t)=32.1\sqrt{2}\sin(\omega t-63^\circ)V$$

$u_2(t)$单独作用时

$$X_{L2}=2\omega L=2X_{L1}=471\Omega$$

$$\dot{U}_2=\frac{64}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ V=45.3\angle 0^\circ V$$

$$\dot{U}_{R2}=\frac{\dot{U}_2}{R+jX_{L2}}R=\frac{45.3\angle 0^\circ}{120+j471}\times 120V=11.2\angle -75.7^\circ V$$

$$u_{R2}(t)=11.2\sqrt{2}\sin(2\omega t-75.7^\circ)V$$

$u_3(t)$单独作用时

$$X_{L3}=3\omega L=706.5\Omega$$

$$\dot{U}_3=\frac{25}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ V=17.7\angle 0^\circ V$$

$$\dot{U}_{R3}=\frac{\dot{U}_3}{R+j3\omega L}R=\frac{17.7\angle 0^\circ}{120+j706.5}\times 120V=2.97\angle -80.4^\circ V$$

$$u_{R3}(t)=2.97\sqrt{2}\sin(3\omega t-80.4^\circ)V$$

应用叠加原理得输出电压

$$\begin{aligned}u_R(t)&=U_0+u_{R1}+u_{R2}+u_{R3}\\&=[30+45.4\sin(\omega t-63^\circ)+15.8\sin(2\omega t-75.7^\circ)+\\&\quad 4.2\sin(3\omega t-80.4^\circ)]V\end{aligned}$$

由上两例看出，在分析计算线性电路对非正弦周期量的响应时，首先将周期量分解为一系列不同频率的正弦量(包括直流分量)，然后分别用已经熟悉的分析直流、正弦交流电路的方法进行分析计算，最后结果叠加起来。这里应注意，激励与响应乃是同频率的正弦量，计算结果叠加时，应是瞬时值叠加。

小　　结

随着电子技术的发展，各种电路的激励与响应中，除了正弦交流电和直流电之外，还广泛应用着非正弦周期信号。例如，锯齿波信号、脉冲信号、方波信号等。由这些信号作为激励源的电路称为周期性非正弦电路。如何求解周期性非正弦电路的响应，将是本章研究的内容。

分析非正弦周期电路的方法，是将非正弦周期信号(满足狄里赫利条件的)分解成傅里叶级数，即分解为一系列不同频率的正弦量之和。一般常用的周期性非正弦信号的分解式均

可通过查表的办法获得。然后分别计算在各种频率正弦量单独作用下的电路响应。最后再根据线性电路的叠加原理，将各响应瞬时值叠加起来，即为周期性非正弦信号在电路中的总响应。这种方法称为谐波分析法。

本章还讨论了非正弦周期电压、电流的有效值、平均值及平均功率问题，得出结论如下：

1）非正弦周期电压、电流的有效值为

$$I=\sqrt{I_0^2+I_1^2+I_2^2+I_3^2+\cdots}$$

$$U=\sqrt{U_0^2+U_1^2+U_2^2+U_3^2+\cdots}$$

2）平均值为

$$\bar{I}=\frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,\mathrm{d}t$$

$$\bar{U}=\frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,\mathrm{d}t$$

实际上平均值即等于周期性非正弦量的傅里叶级数展开式中的直流分量。

3）平均功率为

$$P=U_0I_0+U_1I_1\cos\varphi_1+U_2I_2\cos\varphi_2+U_3I_3\cos\varphi_3+\cdots$$

式中，U_0、I_0 为谐波恒定分量；U_n、I_n（$n=1，2，3，4，\cdots$）均为谐波有效值；而 $\varphi_n=\varphi_{nu}-\varphi_{ni}$，为第 n 次谐波电压和第 n 次谐波电流的相位差。

习　题

7-1　已知图7-11a所示的波形表达式为

$$f_1(t)=\frac{4}{\pi}A_m\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\cos2\omega t-\frac{1}{15}\cos4\omega t-\frac{1}{35}\cos6\omega t-\cdots\right)$$

试求图7-11b所示的全波整流信号 $f(t)$ 的谐波分量表达式。

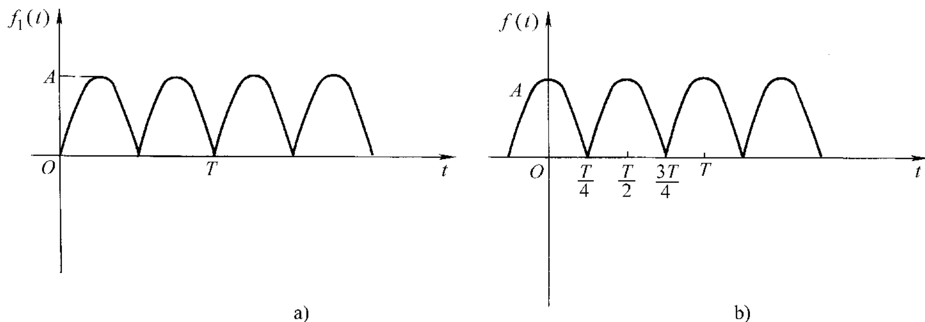


图7-11　题7-1图

7-2　已知矩形信号及直流信号波形表示式分别为

$$f_1(t)=\frac{4}{\pi}A_m\left(\sin\omega t+\frac{1}{3}\sin3\omega t+\frac{1}{5}\sin5\omega t+\cdots\right)$$

$$f_2(t)=A$$

试求合成信号的波形表示式，并绘出合成波形图。

7-3　已知一无源单端口网络的端口电压和电流为

$$u(t)=\left[141\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{4}\right)+84.6\sin2\omega t+56.4\sin\left(3\omega t+\frac{\pi}{4}\right)\right]\mathrm{V}$$

$$i(t)=\left[10\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{4}\right)+56\sin\left(2\omega t+\frac{\pi}{4}\right)+30.5\sin\left(3\omega t+\frac{\pi}{4}\right)\right]\mathrm{A}$$

试求：1）电压、电流的有效值；2）电压、电流的平均值；3）网络消耗的平均功率。

7-4　已知电路如图 7-12 所示，$R=20\Omega$，$f=50\mathrm{Hz}$，$u(t)=[(25+100\sqrt{2}\sin\omega t+25\sqrt{2}\sin2\omega t+10\sqrt{2}\sin3\omega t)]\mathrm{V}$，$\omega L=20\Omega$。试求电流的有效值 I、平均值 $\bar{I}$ 及电路消耗的平均功率。

7-5　电路如图 7-13 所示，$R=10\Omega$，$C=200\mu\mathrm{F}$，$L=100\mathrm{mH}$，$f=50\mathrm{Hz}$，$u(t)=[20+20\sin\omega t+10\sin(3\omega t+90°)]\mathrm{V}$。试求：1）$i(t)$、$u_C(t)$；2）总电压和电流的有效值、平均值；3）电路中消耗的功率。

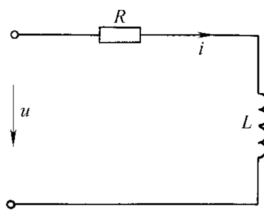


图 7-12　题 7-4 图

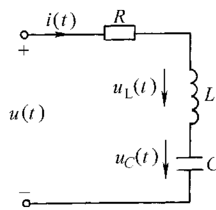


图 7-13　题 7-5 图

7-6　已知某信号的傅里叶级数展开式为 $f(t)=7.64\left(\cos\omega t-\frac{1}{3}\cos3\omega t+\frac{1}{5}\cos5\omega t-\frac{1}{7}\cos7\omega t+\frac{1}{9}\cos9\omega t-\cdots\right)$，其中取 $\omega=314\mathrm{rad/s}$。1）用 EDA 软件中的虚拟示波器观测前 5 次谐波作用时合成的波形，它近似什么信号？周期是多少？打印(或画出)此波形；2）画出前 9 次谐波作用时合成的波形，周期是多少？比较 1)、2）波形有何不同。

7-7　对习题 7-4，取 $\omega=314\mathrm{rad/s}$，$L=63.7\mathrm{mH}$，利用 EDA 观察电压合成波形。

7-8　对习题 7-5，利用 EDA 观察电压合成波形。

第 2 篇　应 用 部 分

第 8 章　铁心线圈与变压器

在很多电气设备中，如变压器、电机、电磁仪表、继电器等，既有电路问题，又有磁路问题，因此必须全面掌握电路和磁路的基本理论和基本方法，才能对各种电气设备进行分析和综合。

8.1　磁路的基本概念和定律

为了使较小的励磁电流产生足够大的磁通(或磁感应强度)，在电机、变压器及各种铁磁元件中常用磁性材料做成一定形状的铁心。铁心的磁导率比周围空气或其他物质的磁导率高得多，因此磁通的绝大部分经过铁心而形成一个闭合通路。这种人为造成的磁通的路径，称为磁路。

磁路的问题是局限在一定路径内的磁场问题。因此，磁场的基本性质、基本物理量和基本定律是研究磁路的理论基础。例如磁场的基本物理量：磁力线、磁通 $\boldsymbol{\Phi}$、磁感应强度 B、磁场强度 H，以及磁通的连续性原理、安培环路定律等都适用于磁路。

8.1.1　磁场的基本物理量

1. 磁感应强度　具有外部磁场的物体称为磁体(也称为磁钢或磁铁)。研究结果表明，磁体对运动的电荷有力的作用，它是通过一种特殊形态的物质——磁场来传递的。磁场中的任何一点，都存在特定的方向。当电荷 q 垂直于该方向运动时，则要受到力 f 的作用。f 的大小与电荷 q 及它的运动速度 v 成正比，即

$$f \propto qv$$

实验证明，在磁场中的同一点上，对于不同的 q 和 v，比值 $f/(qv)$ 都相同。可见这一比值反映了该点磁性的本质，称为磁感应强度 $\boldsymbol{B}$。

$\boldsymbol{B}$ 是一个矢量。在国际单位制中，$\boldsymbol{B}$ 的单位为 T(特斯拉，$1\text{T}=\text{Wb/m}^2$)。在工程计算中也采用 Gs(高斯)，它们的换算关系为

$$1\text{T}=10^4\text{Gs}$$

2. 磁通　在工程上通常用磁力线来形象地描述空间磁场的强弱和方向，磁力线上各点的方向与该点 $\boldsymbol{B}$ 的方向一致，大小则用磁力线的疏密来表示。通过一个面的磁力线总数叫做磁通量，简称磁通 $\boldsymbol{\Phi}$。即

$$\boldsymbol{\Phi} = \int_S B \cdot \mathrm{d}S$$

在均匀的磁场中则有

$$\Phi = BS$$

磁通不是矢量。在国际单位制中，Φ 的单位为 Wb(韦伯)，S 的单位为 m^2。在工程计算中，常用 Mx(麦克斯韦)作磁通单位，它同韦伯的关系为

$$1\text{Mx} = 10^{-8}\text{Wb}$$

3. 磁场强度、磁导率　表征磁场性质的另一个基本物理量是磁场强度，用 $\boldsymbol{H}$ 表示。它也是一个矢量，其单位为 A/m(安/米)。

磁场的两个基本物理量之间存在下列关系

$$B = \mu H$$

式中，μ 称为磁导率，由磁场该点处的介质性质所决定，其单位为 H/m(亨/米)。

磁导率的数值随介质的性质而异，变化范围很大。真空中的磁导率 μ_0 为 $4\pi \times 10^{-7}$ H/m。通常把某种物质的磁导率 μ 与 μ_0 之比称为该物质的相对磁导率 μ_r。表 8-1 列出了几种常用物质的相对磁导率。

表 8-1　各类物质的相对磁导率

材料名称	组　　别	相对磁导率 μ_r
钛	抗磁性物质	0.99983
银	抗磁性物质	0.99998
铅	抗磁性物质	0.999983
铜	抗磁性物质	0.999991
铋	抗磁性物质	0.999991
真空	顺抗磁性物质	1
空气	顺抗磁性物质	1.0000001
铝	顺磁性物质	1.00002
钯	顺磁性物质	1.0008
2-81 坡莫合金粉(81Ni2Mo)	铁磁性物质	130
镍	铁磁性物质	600
锰锌铁氧体	铁磁性物质	1500
软钢(0.2C)	铁磁性物质	3000
铁(0.2 杂质)	铁磁性物质	5000
硅钢(4Si)	铁磁性物质	7000
78 坡莫合金(78Ni)	铁磁性物质	100000
纯铁(0.05 杂质)	铁磁性物质	200000
导磁合金(5Mo79Ni)	铁磁性物质	1000000

8.1.2　磁性材料的磁性能

磁性材料又称铁磁材料，主要是指铁、镍、钴及其合金，它们具有下列性能。

1. 高导磁性

磁性材料的磁导率很高，$\mu \gg \mu_0$，两者之比可达数百到数万，即磁性材料具有被强烈磁

化的特性。

当把磁性材料放在磁场强度为 H 的磁场内时，磁性材料就会被磁化，这是由其内部的结构决定的。磁性材料是由许多小磁畴组成的，在没有外磁场作用时，小磁畴排列无序，对外部不显示磁性。在外磁场作用下，一些小磁畴就会顺向外磁场方向而形成规则的排列，此时磁性材料对外显示出磁性。随着外磁场的增强，大量磁畴都转到与外磁场相同的方向，这样便产生了一个很强的与外磁场同方向的磁化磁场，使磁性材料内的磁感应强度大大增强。磁性材料的磁化如图 8-1 所示。

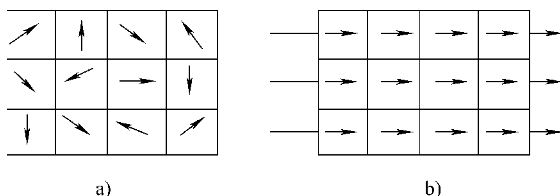


图 8-1　磁性材料的磁化
a）磁化前　b）磁化后

磁性材料的高导磁性能被广泛地应用于电工设备中，如在电机、变压器以及各种铁磁元件的线圈中都放有用铁磁材料作成的铁心。由于高导磁性，在具有闭合铁心的线圈中通入不大的励磁电流，便可产生足够大的磁通和磁感应强度，这就解决了既要磁通大、又要励磁电流小的矛盾。利用这一性质可使同一容量的电机的重量和体积大大减轻和减小。

2. 磁饱和性

磁性材料由于磁化所产生的磁化磁场不会随着外磁场的增强而无限地增强。当外磁场增大到一定程度时，磁性物质的全部磁畴的磁场方向都转向与外部磁场方向一致，磁化磁场的磁感应强度将趋向某一定值。各种磁性材料的磁化曲线（B-H 曲线）是用实验方法测验出来的，如图 8-2 所示。其中 B_J 是磁场内磁性物质的磁化磁场的磁感应强度曲线，B_0 是磁场内不存在磁性物质时的磁感应强度直线，B 是 B_J 曲线和 B_0 直线的纵坐标相加即磁场的 B-H 磁化曲线。当 H 比较小时，B 与 H 近似成正比地增加，当 H 增加到一定值后，B 的增加趋缓，最后趋于磁饱和。

根据式 $B=\mu H$ 知 $\mu=B/H$，由于 B 与 H 不成正比，所以磁性材料的 μ 值不是常数，而是随 H 而变。B 和 μ 与 H 的关系曲线如图 8-3 所示。

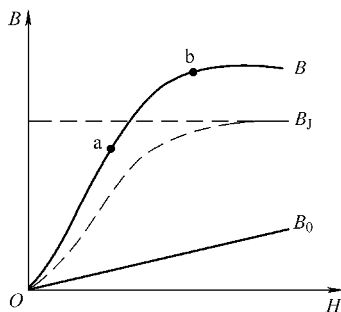


图 8-2　磁化曲线

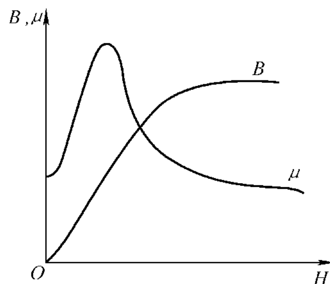


图 8-3　B 和 μ 与 H 的关系

由于磁通 Φ 与 B 成正比，产生磁通的励磁电流 I 与 H 成正比，因此在存在磁性物质的情况下，Φ 与 I 也成正比。

3. 磁滞性

磁性材料被磁化时，磁感应强度滞后于磁场强度变化的性质称为磁性材料的磁滞性。

当铁心线圈中通入交流电时，铁心就受到交变磁化。磁性材料在交变磁场中反复磁化，其 B-H 关系曲线是一条回形闭合曲线，称为磁滞回线，如图 8-4 所示。

由图可见，当磁场强度 H 减小到 0 时，B 并未回到零值，此时的 B_r 称为剩磁感应强度，简称剩磁。例如，永久磁铁的磁性就是由剩磁产生的；自励直流发电机的磁极，为了能产生感应电动势，也必须具有剩磁。

若要去掉剩磁，应改变线圈中励磁电流的方向，使铁磁材料反向磁化。当磁场强度为 $-H_c$ 时，$B=0$，H_c 称为矫顽磁力。

磁性物质不同，其磁滞回线和磁化曲线也不同。图 8-5 给出了几种常见磁性物质的磁化曲线（由实验测得）。图 8-5 中曲线 a、b、c 分别是铸铁、铸钢和硅钢片的磁化曲线。这三条曲线均分为两段，下段 H 为 0～1.0（$\times10^3$）A/m，上段 H 为 1～10（$\times10^3$）A/m。

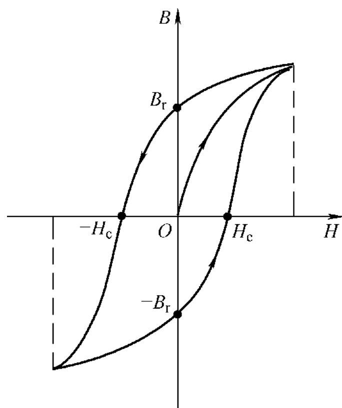


图 8-4　磁滞回线

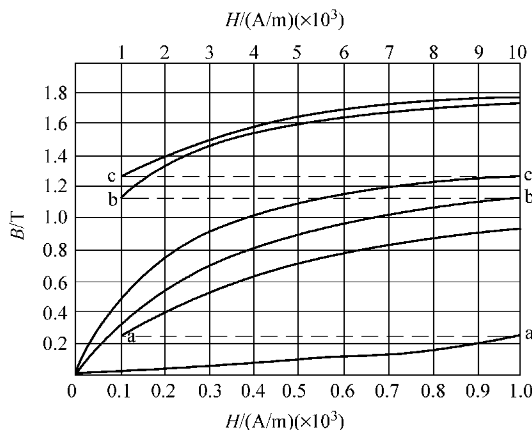


图 8-5　几种常见磁性物质的磁化曲线

按磁性物质的磁性能，磁性材料可分为三种类型。

（1）硬磁材料（永磁材料）　其磁滞回线很宽，B_r 和 H_c 都很大，如钴钢、铝镍钴合金等，常用来制造永久磁铁。

（2）软磁材料　其磁滞回线很窄，B_r 和 H_c 很小，如铸铁、硅钢、坡莫合金、铁氧体等，常用来制造电机、变压器等的铁心。

（3）矩磁物质　其磁滞回线接近矩形，B_r 大，H_c 小，如镁锰铁氧体及某些铁镍合金等，在电子技术和计算机中，可用作记忆元件和逻辑元件。

8.1.3　磁路的基本定律

1. 安培环路定律（全电流定律）

该定律反映了由电流激励磁场的关系：

$$\oint_l H\mathrm{d}l = \sum_{k=1}^{n} I_k \tag{8-1}$$

积分回路的绕行方向和产生该磁场的电流方向符合右手螺旋定则。

2. 磁路的欧姆定律

图8-6所示为一个环形铁心线圈磁路，其平均（中心线）长度为 l，截面积为 S，励磁线圈匝数为 N，励磁电流为 I。设磁路的平均长度比截面积的尺寸大得多，则可认为截面内的磁场是均匀的，沿中心线上各点磁场强度矢量的大小相等，其方向又与积分路径一致，由安培环路定律有

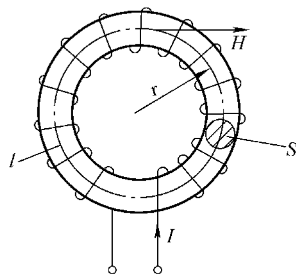


图8-6　环形铁心线圈

$$\oint H\mathrm{d}l = \sum I$$

得出

$$IN = Hl = \frac{B}{\mu}l = \frac{\Phi}{\mu S}l$$

或

$$\Phi = \frac{IN}{\dfrac{l}{\mu S}} = \frac{F_m}{R_m} \tag{8-2}$$

式中

$$R_m = \frac{l}{\mu S}$$

式（8-2）是磁路的欧姆定律，与电路的欧姆定律相似。磁路中的磁通 Φ 与电路中的电流 I 对应；磁路中的磁动势 F_m（$=NI$）对应电路中的电动势 E；磁路中的磁阻 R_m 对应电路中的电阻。

这里磁动势 F_m 的单位为A；磁阻 R_m 的单位为 H^{-1}；ΦR_m 是磁压降，单位为A。

由于铁磁物质的磁导率 μ 不是常数，磁阻 R_m 难以算出确定值，因此，磁路欧姆定律一般仅用于磁路的定性分析，而磁路的定量计算要用全电流定律辅以物质的磁化曲线来进行。

3. 磁路的基尔霍夫定律

（1）磁路的基尔霍失磁通定律　如图8-7有分支的磁路，在节点A，流入节点的磁通 Φ_1、Φ_2 取正号，流出节点的 Φ_3 取负号，代数和为零 $\Phi_1+\Phi_2-\Phi_3=0$ 写成一般形式

$$\sum\Phi = 0 \tag{8-3}$$

因此磁路节点基尔霍夫磁通定律为：在磁路的节点处，磁通的代数和恒等于零。

（2）磁路基尔霍夫磁压降定律　在磁路的任一闭合回路中，磁压降的代数和等于磁动势的代数和，即

$$\sum\Phi R_m = \sum NI \text{ 或} \sum Hl = \sum NI \tag{8-4}$$

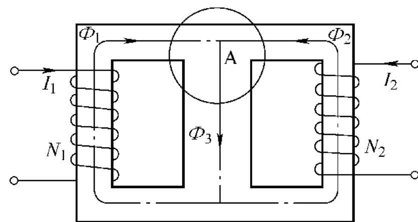


图8-7　有分支的磁路

其中，磁通的方向与回路绕行方向一致时，Hl 取正号，反之取负号；电流的方向与回路绕行方向符合右手螺旋关系时，NI 取正号，反之取负号。

磁路与电路各量的对应关系如表 8-2 所示。由表可见，二者之间虽然有着诸多相似之处，但是磁路和电路之间有着本质的区别：①电流表示带电质点的运动，它在导体中运动时，电场力对带电质点作功而消耗能量，其功率损失为 RI^2；磁通并不代表某种质点的运动，$R_m\Phi^2$ 也不代表什么功率损失；②自然界存在有良好的电绝缘材料，但却尚未发现对磁通绝缘的材料。空气的磁导率几乎可以看作是最低的了，因此磁路中没有断路情况，但有漏磁现象。

表 8-2　磁路与电路各量的对应关系

磁路			电路		
名称	符号	单位	名称	符号	单位
磁通	Φ	Wb	电流	I	A
磁压	ΦR_m（Hl）	A	电压	IR	V
磁动势	F_m	A	电动势	E	V
磁阻	$R_m=\frac{l}{\mu S}$	1/H	电阻	$R=\frac{l}{\gamma S}$	Ω
磁感应强度	$B=\frac{\Phi}{S}$	T	电流密度	$J=\frac{I}{S}$	A/mm^2
磁通定律	$\Sigma\Phi=0$		KCL	$\Sigma I=0$	
磁压降定律	$\Sigma Hl=\sum F$		KVL	$\Sigma IR=\Sigma E$	
欧姆定律	$\Phi=\frac{F_m}{R_m}$		欧姆定律	$I=\frac{U}{R}$	

例 8-1　一个具有闭合的均匀铁心线圈，其匝数为 300，铁心中的磁感应强度为 0.9T，磁路的平均长度为 45cm。试求：1）铁心材料为铸铁时线圈中的电流；2）铁心材料为硅钢片时线圈中的电流。

解　先从图 8-5 中的磁化曲线查出磁场强度 H，然后再根据式（8-4）算出电流。

$$H_1=9000\text{A/m},\ I_1=\frac{H_1 l}{N}=\frac{9000\times0.45}{300}\text{A}=13.5\text{A}$$

$$H_2=260\text{A/m},\ I_2=\frac{H_2 l}{N}=\frac{260\times0.45}{300}\text{A}=0.39\text{A}$$

可见由于所用铁心材料的不同，要得到同样的磁感应强度，则所需要的磁动势或励磁电流的大小相差就很悬殊。因此，采用磁导率高的铁心材料，可使线圈的用铜量大为降低。

如果在上面的两种情况下，线圈中通有同样大小的电流 0.39A，则铁心中的磁场强度是相等的，都是 260A/m。但从图 8-5 的磁化曲线可查出的

$$B_1=0.05\text{T},\ B_2=0.9\text{T}$$

两者相差 17 倍，磁通也相差 17 倍。在这种情况下，如果要得到相同的磁通，那么铸铁铁心的截面积就必须增加 17 倍。因此，采用磁导率高的铁心材料，可使铁心的用铁量也大为降低。

例 8-2 有一环形铁心线圈，其内径为 10cm，外径为 15cm，铁心材料为铸钢。磁路中含有一空气隙，其长度等于 0.2cm。设线圈中通有 1A 的电流，如要得到 0.9T 的磁感应强度，试求线圈匝数。

解 磁路的平均长度为

$$l=\frac{10+15}{2}\pi\text{cm}=39.2\text{cm}$$

从图 8-5 中所示的铸钢的磁化曲线查出，当 $B=0.9\text{T}$ 时，$H_1=500\text{A/m}$，于是

$$H_1 l_1=500\times(39.2-0.2)\times10^{-2}\text{A}=195\text{A}$$

空气隙中的磁场强度为

$$H_0=\frac{B_0}{\mu_0}=\frac{0.9}{4\pi\times10^{-7}}\text{A/m}=7.2\times10^5\text{A/m}$$

于是

$$H_0\delta=7.2\times10^5\times0.2\times10^{-2}\text{A}=1440\text{A}$$

总磁动势为

$$IN=\sum(Hl)=H_1 l_1+H_0\delta=(195+1440)\text{A}=1635\text{A}$$

线圈匝数为

$$N=\frac{IN}{I}=\frac{1635}{1}=1635$$

可见，当磁路中含有空气隙时，由于其磁阻较大，磁动势差不多都用在空气隙上面。

8.2 直流铁心线圈与直流电磁铁

线圈可分为空心线圈（视为理想电感）和铁心线圈，铁心线圈又可分为直流铁心线圈和交流铁心线圈。

1. 直流铁心线圈 图 8-8 是一直流铁心线圈的原理图。励磁线圈有 N 匝绕在静铁心上，动铁心（衔铁）由压缩弹簧支撑与静铁心间有一气隙 δ。当励磁线圈通一直流电流 I 时，就有恒定磁动势 IN，因而沿铁心产生恒定的主磁通 Φ，另有一部分磁通经过部分铁心经空气闭合称为漏磁通 Φ_σ，由于空气的磁导率比铁心的小得多，因而 Φ_σ 很小，其影响常常可忽略。由以上的电磁关系可知直流铁心线圈有以下特点：

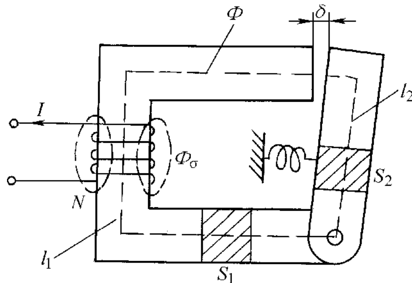


图 8-8 直流铁心线圈（电磁铁）原理图

1）由于励磁电流是直流，磁动势和磁通是恒定的，因而在励磁线圈两端不会产生感应电动势。

2）当励磁线圈外加电压 U，线圈的电阻为 R，则

励磁电流为

$$I = \frac{U}{R}$$

在稳态情况下，励磁电流 I 与外加电压成正比，与气隙的有无和大小无关。

3）由于铁心中的磁通是恒定的，因而在铁心中没有能量损耗（无铁损耗），直流铁心线圈的功率损耗为

$$P = I^2 R$$

4）磁路中储存的磁场能量对衔铁将产生电磁吸力，通电后将使衔铁迅速吸合。因此直流铁心线圈最基本的应用是直流继电器和直流电磁铁等电磁器件。

2. 直流电磁铁　直流电磁铁、直流继电器的基本结构如图 8-8 所示。主要由静铁心、线圈和衔铁三部分构成，是通过电磁吸力工作的。直流继电器通电吸合后，其动铁心所带动的触点可实现电路的接通或断开；直流电磁铁利用其通电后的电磁吸力可制造成医用的电磁吸盘及电磁起重机等。

电磁吸力的大小是各种电磁设备的重要指标。利用图 8-8 可推导出衔铁在气隙处受到的电磁吸力为

$$F = 4B_0^2 S_0 \times 10^5 \tag{8-5}$$

式中，B_0 是气隙中的磁感应强度（T）；S_0 是空气隙的总面积（m^2）；F 是吸力（N）。

由此可见，电磁吸力的大小与空气隙的总面积及空气隙中的磁感应强度的平方成正比。

直流继电器、直流电磁铁除了具有上述直流铁心线圈的电磁特性外，还有两点应当注意：①直流电磁器件、设备的铁心多用整块的铸铁、铸钢制成；②铁心吸合前后，磁动势 IN 不变（指稳定状态），而磁路的磁阻由有气隙的 $R_m + R_0$ 变为无气隙的 R_m，因此主磁通由

$$\Phi = \frac{IN}{R_m + R_0}$$

变为

$$\Phi' = \frac{IN}{R_m}$$

气隙 δ 虽然很小，但气隙磁阻 R_0 很大（参见例 8-2），衔铁吸合后的 Φ' 将大增，B' 大增，电磁吸力大增。

8.3　交流铁心线圈与交流电磁铁

8.3.1　交流铁心线圈的电磁关系与电压平衡方程式

图 8-9 为交流铁心线圈原理图。线圈加交变电压 u，则线圈中产生了交变电流 i 及与之相应的交变磁动势 iN。和直流磁动势一样，交变的磁动势 iN 也要产生两种磁通：主磁通 Φ

和漏磁通 Φ_σ。但它们都是交变的。两种交变磁通在线圈中又分别产生了交变电动势 e 和 e_σ。上述关系表述如下：

$$u \to i(iN) \begin{cases} \Phi \to e = -N\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \\ \Phi_\sigma \to e_\sigma = -N\dfrac{\mathrm{d}\Phi_\sigma}{\mathrm{d}t} = -L_\sigma\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

图8-9中，e、e_σ 与产生的感应磁通的参考方向符合右手螺旋定则。根据基尔霍夫电压定律列出铁心线圈电路的电压方程为

$$u = -e - e_\sigma + Ri \tag{8-6}$$

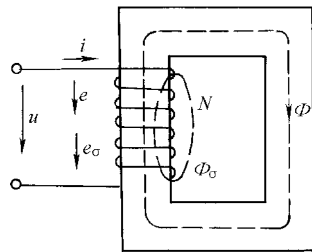


图8-9　交流铁心线圈

我们先分析一下漏感电动势 e_σ。由于空气的磁阻比铁心的磁阻大得多，漏磁通 Φ_σ 的大小和性质主要由空气的磁阻来决定，因此 Φ_σ 与电流之间成线性关系。根据自感系数 L 的定义，则

$$L_\sigma = \frac{N\Phi_\sigma}{i} \tag{8-7}$$

式中，L_σ 为**漏感系数**或简称**漏感**，它的性质和交流电路中的纯电感是一样的，因此

$$e_\sigma = -N\frac{\mathrm{d}\Phi_\sigma}{\mathrm{d}t} = -L_\sigma\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{8-8}$$

将式（8-8）和 $e = -N\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ 代入式（8-6）中，则得

$$u = N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} + L_\sigma\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri \tag{8-9}$$

这里，由于铁心的非线性，主磁通 Φ 和电流 i 之间不是线性关系，对应的电感参数 L 是非线性的，因此 e 只能表示成式 $e = -N\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$。

线圈电路的电压方程式（8-6）也可写成相量形式：

$$\dot{U} = -\dot{E} - \dot{E}_\sigma + R\dot{I} = -\dot{E} + \mathrm{j}X_\sigma\dot{I} + R\dot{I} \tag{8-10}$$

式中，X_σ 为线圈的**漏感抗**。

$$X_\sigma = \omega L_\sigma$$

通常，线圈的电阻压降 Ri 和漏感电动势 e_σ 均很小，往往可以忽略不计，这时式（8-6）又可近似地写为

$$u \approx -e = N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{8-11}$$

假定磁通 Φ 是时间的正弦函数，即

$$\Phi = \Phi_m \sin\omega t$$

则

$$e = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\omega N\Phi_m \cos\omega t = 2\pi f N\Phi_m \sin(\omega t - 90°)$$

$$= E_m \sin(\omega t - 90°) = \sqrt{2}E\sin(\omega t - 90°)$$

式中

$$E_m = 2\pi f N\Phi_m$$

所以

$$U \approx E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 4.44fN\Phi_m \qquad (8\text{-}12)$$

式（8-12）称为电压平衡方程式，它表示当线圈匝数 N 及频率 f 一定时，**主磁通最大值 $\boldsymbol{\Phi_m}$ 的大小只取决于外施电压的有效值 $\boldsymbol{U}$**。这个方程式对分析变压器、交流电机、交流接触器等交流电磁器件与设备是很重要的。

例 8-3 荧光灯的镇流器是个交流铁心线圈，测得某荧光灯镇流器的线圈电压是 192V，线圈匝数为 1000，求主磁通最大值 Φ_m。

解 根据式（8-12）并考虑到荧光灯都是用在工频电源上，即 $f = 50\text{Hz}$，从而可求得主磁通最大值为

$$\Phi_m = \frac{U}{4.44fN} = \frac{192}{4.44 \times 50 \times 1000}\text{Wb} = 8.65 \times 10^{-4}\text{Wb}$$

例 8-4 若上题中镇流器铁心的截面积为 7cm^2，铁心的平均长度为 20cm，铁心由硅钢片叠成，求磁感应强度最大值 B_m 和励磁电流 I。

解 铁心中磁感应强度的最大值为

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{8.65 \times 10^{-4}\text{Wb}}{7 \times 10^{-4}\text{m}^2} = 1.24\text{T}$$

查该硅钢片的平均磁化曲线得

$$H_m = 0.6 \times 10^3 \text{A/m}$$

因此，铁心中的磁压降为

$$H_m l = 0.6 \times 10^3 \times 20 \times 10^{-2}\text{A} = 120\text{A}$$

根据全电流定律，可得励磁电流的有效值为

$$I = \frac{H_m l}{\sqrt{2}N} = \frac{120}{\sqrt{2} \times 1000}\text{A} = 0.085\text{A}$$

8.3.2 交流铁心线圈的功率损耗

在交流铁心线圈中，除线圈电阻 R 上有功率损耗 I^2R（所谓铜损 ΔP_{Cu}）外，处于交变磁化下的铁心中也有功率损耗（所谓铁损 ΔP_{Fe}）。铁损是由磁滞和涡流产生的。

由磁滞所产生的铁损称为磁滞损耗 ΔP_h。可以证明，交变磁化一周在铁心的单位体积内所产生的磁滞损耗能量与磁滞回线所包围的面积成正比。

磁滞损耗要引起铁心发热（磁畴在交变磁场作用下反复改变方向摩擦生热）。为了减小磁滞损耗，应选用磁滞回线狭小的磁性材料制造铁心。硅钢就是变压器和电机中常用的铁心材料，其磁滞损耗较小。

由涡流所产生的铁损称为涡流损耗 ΔP_e。

在图 8-10a 中，当线圈中通有交流电时，它所产生的磁通也是交变的。因此，不仅要在线圈中产生感应电动势，而且在铁心内也要产生感应电动势和感应电流。这种感应电流称为涡流，它在垂直于磁通方向的平面内环流着。

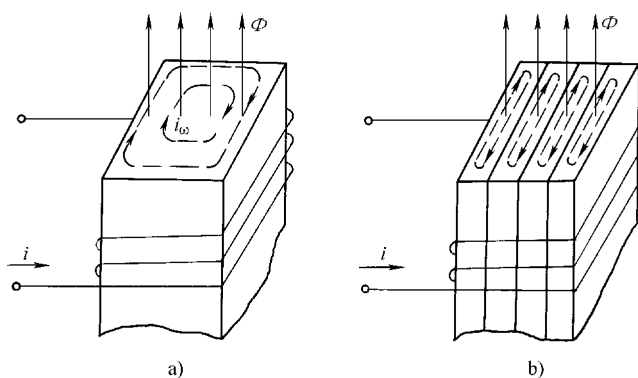


图 8-10　涡流的形成和抑制

涡流损耗也要引起铁心发热。为了减小涡流损耗，在顺磁场方向铁心可由彼此绝缘的钢片叠成（见图 8-10b），这样就可以限制涡流只能在较小的截面内流通。此外，通常所用的硅钢片中含有少量的硅（0.8% ~4.8%），因而电阻率较大，这也可以使涡流减小。

涡流有有害的一面，但在另外一些场合下也有有利的一面。对其有害的一面应尽可能地加以限制，而对其有利的一面则应充分加以利用。例如，利用涡流的热效应来冶炼金属，利用涡流和磁场相互作用而产生电磁力的原理来制造感应式仪器、电磁调速异步电动机（即滑差电机）及涡流测距器等。

综上可知，交流铁心线圈的功率损耗由铜损耗 ΔP_{Cu} 和铁损耗 ΔP_{Fe} 构成，ΔP_{Fe} 又由磁滞损耗 ΔP_h 和涡流损耗 ΔP_e 构成。铁心线圈的输入电动率与这些损耗的总和相等，即

$$P = UI\cos\varphi = \Delta P_{Cu} + \Delta P_{Fe} \tag{8-13}$$

8.3.3　交流电磁铁

交流电磁铁由线圈、铁心和衔铁三部分构成，结构形式见图 8-8。在工业部门应用极为广泛。如冶金工业中用于提放钢材的电磁起重机；机床上用于夹持工件的电磁工作台；传递动力的电磁离合器；液压传动中的电磁阀；自动控制系统中用于接通电路的交流继电器和接触器等。

交流电磁铁的线圈通的励磁电流是交变的，因此磁通和电磁吸力也是随时间交变的。

设空气隙处的磁感应强度为

$$B_0 = B_m \sin\omega t$$

代入式（8-5）得到电磁吸力的瞬时值为

$$f=4B_0^2S_0\times10^5=4B_m^2\sin^2\omega tS_0\times10^5=4B_m^2S_0\times10^5\left(\frac{1-\cos2\omega t}{2}\right)=F_m\left(\frac{1-\cos2\omega t}{2}\right) \quad (8\text{-}14)$$

式中，$F_m=4B_m^2S_0\times10^5$ 为电磁吸力的最大值。电磁吸力在一个周期内的平均值为

$$F=\frac{1}{T}\int_0^T f\mathrm{d}t=\frac{1}{2}F_m=2B_m^2S_0\times10^5 \quad (8\text{-}15)$$

由式（8-14）可知，交流电磁铁吸力的瞬时值如图 8-11 所示，在零与最大值 F_m 之间以两倍电源频率脉动。这种忽大忽小的吸力会引起衔铁的颤动，产生噪声，也会导致机械磨损，降低电磁铁的使用寿命。为了消除这种现象，可在图 8-12a 所示铁心的某一端部嵌装一闭合铜环，称为短路环或分磁环。

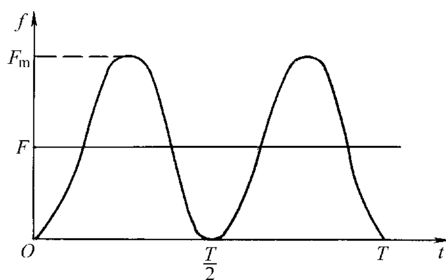


图 8-11　交流电磁铁的吸力

设磁路的磁通为 Φ，其中一部分磁通 Φ' 穿过短路环，另一部分为 Φ_2。Φ' 在短路环中感应电动势 $\dot{E}$ 并引起感应电流 $\dot{I}$，在图 8-12b 中 $\dot{E}$ 滞后 Φ' 90°，而感应电流 $\dot{I}$ 滞后 $\dot{E}$ 一个角 α，感应电流又产生磁通 Φ''，它和磁通 Φ' 合成为磁通 Φ_1。这样穿过短路磁环的磁通 Φ_1 和原来磁通 Φ_2 之间产生一个相位差 β 角，于是两部分磁通产生的吸力就不会同时为零，从而消除了交流电磁铁衔铁的振动。

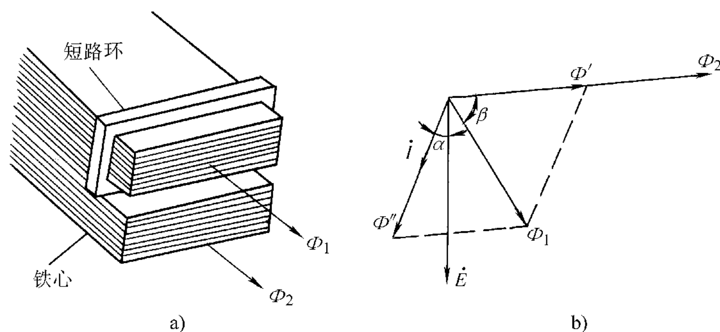


图 8-12　短路环及其作用

交流电磁铁有如下特点：

1）吸力 f 是交变的，为防止颤动，铁心要嵌加分磁短路环。

2）当外加电压的有效值不变时，主磁通的最大值也几乎不变。只要外加电压的有效值不变，磁感应强度最大值也几乎不变，根据式（8-15）有，衔铁吸合前、后的吸力的平均值并不像直流电磁铁那样有很大变化。但是，衔铁吸合前磁阻大（因有空气隙），吸合后磁阻小，所以吸合前的磁动势要比吸合后的磁动势大，即励磁电流在衔铁吸合前大，吸合后小。由于交流电磁铁这个特点，当线圈通电后，要防止衔铁受阻卡住或吸合不紧的情况发生，否则会由于电流过大而烧毁线圈。

3）交流电磁铁的铁心和衔铁是用硅钢片叠装而成，目的是减少磁滞和涡流损耗。

8.4 变压器

变压器是一种静止的电气设备，它利用电磁感应原理，将一种交流电压等级的电能转换成同频率的另一种交流电压等级的电能。电力系统中采用高电压输电，用升压变压器将发电机发出的电压（通常为10.5～20kV）逐级升高到220～500kV，来减少线路损耗。而在用户端，用电设备又必须使用低电压，这要用降压变压器将输送过来的高压电能转换成低压电能来供应电力用户。在电子线路中，变压器除了用作电源变压器外，还用作耦合元件传递信号，实现阻抗匹配。此外，还有一些专用的或特种的变压器。总之，变压器既可传输能量，又能传递信息，品种繁多，应用也很广泛，是一种常见的电磁装置。

8.4.1 变压器的分类和构造

1. 分类 变压器可以按用途、绕组数目、相数、冷却方式分别进行分类。

按用途分类：电力变压器、互感器、特殊用途变压器。

按绕组数目分类：双绕组变压器、三绕组变压器、自耦变压器。

按相数分类：单相变压器、三相变压器。

按冷却方式分类：干式变压器、油浸变压器。

2. 构造 变压器主要由铁心和绕组两大部分构成。铁心是变压器的磁路部分，为了提高磁路的磁导率和降低铁心损耗，铁心通常用厚度为0.27mm、0.3mm、0.35mm的硅钢片叠成。

绕组是变压器的电路部分，它由圆形或矩形截面的绝缘导线，绕在绝缘材料做的框架制成一定形状的线圈。接电源的绕组叫一次绕组；接负载的绕组称为二次绕组。铁心、一次绕组和二次绕组相互间要很好绝缘。

变压器结构型式有两类：心式变压器，如图8-13a所示，其特点是绕组包围着铁心。心式变压器用铁量较少，构造简单，绕组的安装和绝缘比较容易，多用于容量较大的变压器中；另一类型是壳式变压器，如图8-13b所示。它的特点是铁心包围着绕组，用铜量较少，多用于小容量的变压器中。

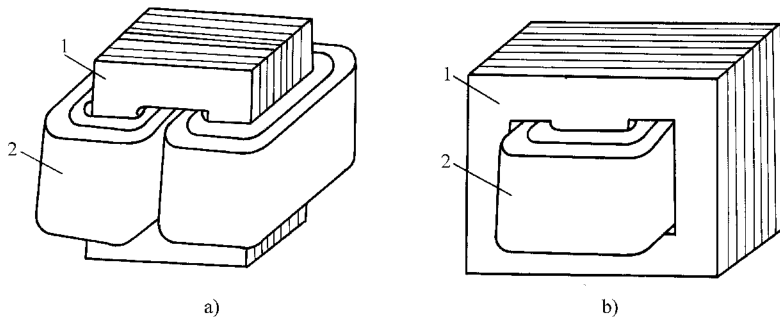


图8-13 单相变压器外形

1—铁心 2—线圈

除了干式变压器以外，电力变压器的器身都放在油箱中，为了提高绝缘强度和加强散

热，箱内充满变压器油。同时，变压器的引线从油箱内穿过油箱盖时，必须经过绝缘套管，以使高压引线和接地的油箱绝缘。

8.4.2　变压器的工作原理

1. 变压器的空载运行　为方便计，我们先来分析变压器的**空载运行情况**。图 8-14 所示二次绕组未接负载的状态就是空载运行状态。

空载时变压器二次绕组不通电流，对一次绕组的工作状态没有任何影响，因此一次绕组中各物理量的情况以及它们相互间的关系与交流铁心线圈完全一样。一次绕组电路的基尔霍夫电压定律方程为

$$u_1 = -e_1 + R_1 i_0 + L_{\sigma 1}\frac{di_0}{dt}$$

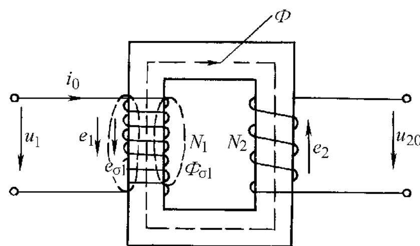


图 8-14　变压器的空载运行

写成相量形式则是

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + R_1\dot{I}_0 + jX_{\sigma 1}\dot{I}_0$$

式中，u_1，$\dot{U}_1$ 为电源电压；i_0、$\dot{I}_0$ 为空载状态下的一次电流；R_1 为一次绕组的等效电阻；$L_{\sigma 1}$为一次绕组的漏电感；$X_{\sigma 1}$为一次绕组的漏感抗，$X_{\sigma 1} = \omega L_{\sigma 1}$。

同样，当忽略掉微不足道的 $R_1\dot{I}_0 + jX_1\dot{I}_0$ 时，

$$\dot{U}_1 \approx -\dot{E}_1$$

从而有

$$U_1 \approx E_1 = 4.44fN_1\Phi_m \tag{8-16}$$

式中，N_1 为一次绕组的匝数。

主磁通 Φ 不仅穿过一次绕组，同时还要穿过二次绕组，并引起感应电动势

$$e_2 = -N_2\frac{d\Phi}{dt}$$

同样有

$$E_2 = 4.44fN_2\Phi_m \tag{8-17}$$

式中，N_2 为二次绕组的匝数。

二次绕组的感应电动势等于二次侧的开路电压，即

$$\dot{U}_{20} = \dot{E}_2$$

空载运行时

$$\frac{U_1}{U_{20}} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k_u \tag{8-18}$$

即**电压之比近似地等于匝数之比**，可见变压器能够变换电压。k_u 称作变压器的电压比。

2. 变压器的负载运行　变压器二次绕组接上负载的运行状态就叫变压器的负载运行状态，如图 8-15 所示。图中各物理量都是负载情况下的。

接上负载后二次绕组中就有电流 i_2 通过并流向负载。i_2 的出现，就要在二次绕组中产生电阻压降 $R_2 i_2$，产生漏磁通 $\Phi_{\sigma 2}$，并引起二次漏感电动势 $e_{\sigma 2}$。如用 $L_{\sigma 2}$ 表示二次绕组的漏电感、$X_{\sigma 2}$ 表示二次绕组的漏感抗，则二次各物理量之间的关系可由二次电压平衡方程式

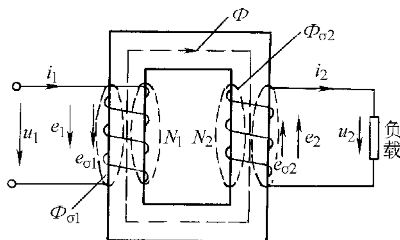


图 8-15　变压器的负载运行

表示出来

$$u_2 = e_2 + e_{\sigma 2} - R_2 i_2$$

或
$$\dot{U}_2 = \dot{E}_2 - R_2\dot{I}_2 - \mathrm{j}X_{\sigma 2}\dot{I}_2 \tag{8-19}$$

二次电流 i_2 的出现，当然也要产生既穿过二次绕组，也穿过一次绕组的磁通，并在一次绕组中产生感应电动势。这就破坏了一次绕组原来的电压平衡状态，从而使一次电流也要发生变化。但我们又知道，当电源电压不变时，铁心中的主磁通最大值 Φ_m 基本不变，那么产生该磁通的磁动势也就应该保持恒定。所以，二次侧出现电流后，一次电流也必然发生变化，使得它们的合成总磁动势仍保持原来的数值，这就是磁动势平衡方程式

$$\dot{I}_1 N_1 + \dot{I}_2 N_2 = \dot{I}_0 N_1 \tag{8-20}$$

该方程式也可理解为变压器负载时一次绕组电流所建立的磁动势 $\dot{I}_1 N_1$ 可以分解成两部分，一部分是用来产生主磁通的磁动势 $\dot{I}_0 N_1$，另一部分是用来补偿 $\dot{I}_2 N_2$ 的。

一次电流既然已从 $\dot{I}_0$ 变化到 $\dot{I}_1$，则电压平衡方程式也应改为

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + R_1\dot{I}_1 + \mathrm{j}X_{\sigma 1}\dot{I}_1 \tag{8-21}$$

一次电压平衡方程式（8-21）、二次电压平衡方程式（8-19）和磁动势平衡方程式（8-20）是用来描述变压器运行情况的三个基本方程式。

为了分析方便，通常把 R_1、$X_{\sigma 1}$、R_2、$X_{\sigma 2}$ 集中画在绕组之外并和绕组串联起来，如图 8-16 所示。这时不考虑 R_1、$X_{\sigma 1}$、R_2、$X_{\sigma 2}$ 的那一部分就叫做理想变压器了。

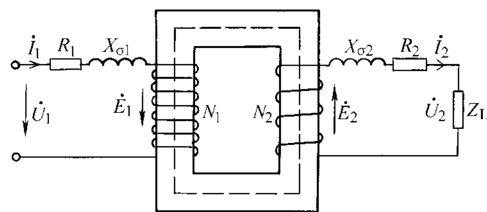


图 8-16　参数集中的变压器电路

3. 变压器的功能

（1）电压变换　变压器空载运行时，已给出了

$$\frac{U_1}{U_{20}} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k_u$$

这一公式说明一、二次侧两边的电压之比近似地等于其匝数之比。实际上当正常负载运行时，由于 $R_1\dot{I}_1 + \mathrm{j}I_1X_{\sigma 1}$ 在 U_1 中所占的比重和 $R_2\dot{I}_2 + \mathrm{j}I_2X_{\sigma 2}$ 在 $\dot{U}_2$ 中所占的比重都仍然是很小的，可以忽略，因此

$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k_u \tag{8-22}$$

仍然成立，即电压之比近似地等于匝数之比，这就是变压器变换电压的功能。

（2）电流变换　理论和实践都证明，磁动势平衡方程式中的 $\dot{I}_0 N_1$ 通常总是比 $\dot{I}_1 N_1$ 小得多，空载电流 $\dot{I}_0$ 往往是正常负载时电流 $\dot{I}_1$ 的百分之几。因此变压器在正常负载下工作时，$\dot{I}_0 N_1$ 可以忽略，从而有

$$\dot{I}_1 N_1 \approx -\dot{I}_2 N_2$$

只考虑电流大小时

$$\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k_u} \tag{8-23}$$

即：一、二次绕组中电流之比等于其匝数的反比，这就是变压器变换电流的功能。

（3）阻抗变换　当把阻抗为 Z_L 的负载接到变压器的二次侧时（见图 8-17）则

$$|Z_L| = \frac{U_2}{I_2}$$

而对电源来讲，输入端子的右部可以看成一个二端网络，它应该具有的等效阻抗为

$$|Z_L'| = \frac{U_1}{I_1} \approx \frac{U_2 k_u}{I_2/k_u} = k_u^2 \frac{U_2}{I_2}$$

即

$$|Z_L'| = k_u^2 |Z_L| \tag{8-24}$$

式中的 Z_L' 叫做负载阻抗 Z_L 在一次侧的等效阻抗，它等于实际负载阻抗 Z_L 的 k_u^2 倍。根据变压器的这一功能，电子线路中常用变压器作为阻抗变换器。

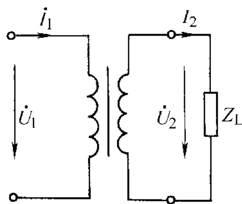


图 8-17　变压器的阻抗变换

例 8-5　有一台降压变压器，一次电压 $U_1 = 380\text{V}$，二次电压 $U_2 = 36\text{V}$，如果接入一个 36V、60W 的灯泡，求：1）一、二次的电流各是多少？2）相当于一次侧接上一个多少欧的电阻？

解　灯泡可看成纯电阻，功率因数为 1，因此二次电流为

$$I_2 = \frac{P}{U_2} = \frac{60}{36}\text{A} = 1.67\text{A}$$

由于

$$k_u = \frac{U_1}{U_2} = \frac{380}{36} = 10.56$$

则一次电流可求得为

$$I_1 = \frac{I_2}{k_u} = \frac{1.67}{10.56}\text{A} = 0.158\text{A}$$

灯泡的电阻

$$R_L = \frac{U_2^2}{P} = \frac{36^2}{60}\Omega = 21.6\Omega$$

则一次侧的等效电阻为

$$R_L' = k_u^2 R_L = (10.56)^2 \times 21.6\Omega = 2407\Omega$$

或

$$R_L' = \frac{U_1}{I_1} = \frac{380}{0.158}\Omega = 2407\Omega$$

例 8-6　在图 8-18 中，交流信号源的电动势 $E = 120\text{V}$，内阻 $R_0 = 800\Omega$，负载电阻 $R_L = 8\Omega$。1）当 R_L 折算到一次侧的等效电阻 $R_L' = R_0$ 时，求变压器的匝数比和信号源输出的功率；2）当将负载直接与信号源连接时，信号源输出多大功率？

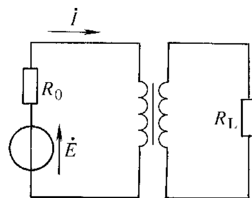


图 8-18　例 8-6 图

解　1）变压器的匝数比应为

$$\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{R_L'}{R_L}} = \sqrt{\frac{800}{8}} = 10$$

信号源的输出功率为

$$P = \left(\frac{E}{R_0 + R_L'}\right)^2 R_L' = \left(\frac{120}{800+800}\right)^2 \times 800\text{W} = 4.5\text{W}$$

2）当将负载直接接在信号源上时

$$P=\left(\frac{120}{800+8}\right)^2\times 8\text{W}=0.176\text{W}$$

此例说明了变压器的阻抗变换功能可实现负载阻抗与信号源阻抗相匹配，从而使负载得到最大输出功率。

8.4.3 变压器的外特性和技术参数

根据前面分析可知，当变压器带负载运行而且电源电压 U_1 不变时，负载电流 I_2 增加，一、二次绕组阻抗上的压降要随之增加，因而二次绕组的端电压 U_2 会降低。

1. 变压器的外特性

在电源电压 U_1 和负载的功率因数不变的情况下，二次电压 U_2 随 I_2 的变化关系 $U_2=f(I_2)$ 称为变压器的外特性，如图 8-19 所示。

对电阻性或电感性负载来说，变压器的外特性是一条稍微向下倾斜的曲线。变压器外特性的变化情况可用电压调整率来表示。电压调整率是指变压器从空载到额定负载（二次电流等于额定电流）时，二次绕组电压的相对变化量，可表示为

$$\Delta U\%=\frac{U_{20}-U_2}{U_{20}}\times 100\% \tag{8-25}$$

一般变压器的绕组电阻及漏磁感抗较小，电压调整率不大，约为5%。

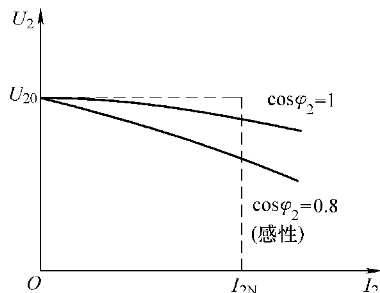


图 8-19 变压器的外特性

2. 变压器的效率

变压器并不是百分之百地传递电能。变压器的功率损耗有两部分，铜损（ΔP_{Cu}）与铁损（ΔP_{Fe}）。铜损是一、二次绕组中的电流在绕组电阻上产生的损耗，铜损与负载大小（正比于电流的二次方）有关。铁损是交变的主磁通在铁心中产生的磁滞损耗及涡流损耗，由于变压器工作时，主磁通基本上不变，所以铁损的大小与负载大小无关。变压器的效率为

$$\eta=\frac{P_2}{P_1}=\frac{P_2}{P_2+\Delta P_{Cu}+\Delta P_{Fe}} \tag{8-26}$$

式中，P_2 为变压器输出的有功功率；P_1 为输入的有功功率。

由于变压器的铜损、铁损较小、效率很高，大型电力变压器的效率可达99%，小型变压器的效率为60%～90%。通常变压器在额定负载的60%～80%时效率最高，任何变压器在轻载时效率都较低。

3. 变压器的技术参数

正确地使用变压器，不仅能保证变压器正常工作，还能使其具有一定的使用寿命。因此，必须了解变压器的技术指标和额定值。

（1）额定电压 U_{1N}，U_{2N}　U_{1N}指一次绕组应当施加的正常电压。U_{2N}指一次侧为额定电压 U_{1N}时二次侧的空载电压。U_{1N}，U_{2N}对三相变压器是指其线电压。变压器带负载运行时因有内阻抗压降，变压器二次侧的输出额定电压应比负载所需的额定电压高5%～10%。

（2）额定电流 I_{1N}，I_{2N}　一次侧额定电流 I_{1N}是指在 U_{1N}作用下一次绕组允许通过电流的

限额。I_{2N} 指一次侧为额定电压时，二次绕组允许长期通过的电流限额。

（3）额定容量 S_N　额定容量 S_N 指变压器输出的额定视在功率。它表示变压器在额定工作条件下输出最大功率的能力，单位为 V・A（伏安）或 kV・A（千伏安）。

单相变压器：$$S_N = U_{2N}I_{2N} \approx U_{1N}I_{1N}$$

三相变压器：$$S_N = \sqrt{3}U_{2N}I_{2N} \approx \sqrt{3}U_{1N}I_{1N}$$

（4）额定频率 f_N　额定频率 f_N 指电源的工作频率。我国的工业频率是 50Hz。

例 8-7　一单相变压器，额定容量 50kV・A，额定电压为 10000V/230V，当该变压器向 $R=0.83\Omega$，$X_L=0.618\Omega$ 的负载供电时，正好满载。试求变压器一次绕组和二次绕组的额定电流，变压器满载时的二次绕组电压和电压调整率。

解　二次绕组的额定电流为

$$I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2N}} = \frac{50000}{230}\text{A} = 217\text{A}$$

一次绕组的额定电流为

$$I_{1N} = \frac{S_N}{U_{1N}} = \frac{50000}{10000}\text{A} = 5\text{A}$$

满载时二次绕组电压为

$$U_2 = I_{2N}|Z_2| = I_{2N} \times \sqrt{R^2 + X_L^2} = 217 \times \sqrt{0.83^2 + 0.618^2}\text{V} = 224.5\text{V}$$

电压调整率为

$$\Delta U\% = \frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} \times 100\% = \frac{230 - 224.5}{230} \times 100\% = 2.4\%$$

8.4.4　常用变压器

变压器的种类很多，除了前面讨论的双绕组单相变压器外，还有三相变压器以及特殊用途的变压器，如可以得到多种不同输出电压的多绕组变压器，实验室里常用的自耦调压器，工业上常用的具有陡峭外特性的电焊变压器，测量用的电压互感器、电流互感器。这些变压器的工作原理与前面讨论的变压器相类似，但又各有自己的特点。

1. 三相变压器

变换三相电压可采用三相变压器。图 8-20 和图 8-21 分别是三相组式变压器和三相心式变压器示意图。

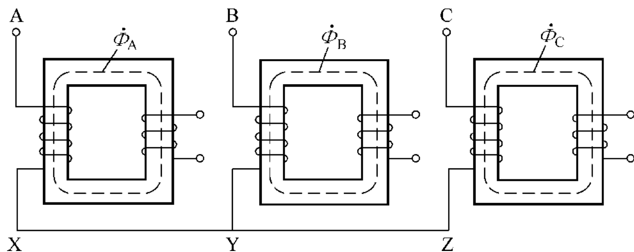


图 8-20　三相组式变压器

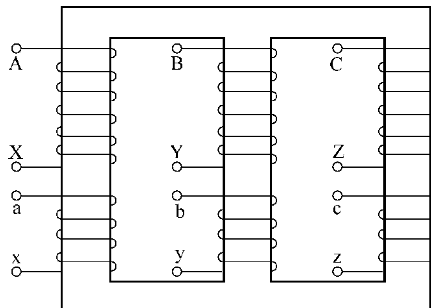


图 8-21　三相心式变压器

三相组式变压器，即三单相变压器组，是用三台同样的单相变压器组成。其特点是三相之间只有电的联系，没有磁的联系。根据电源电压和各一次绕组的额定电压，可把一次绕组和二次绕组接成星形或三角形。

三相心式变压器，其特点是三相之间既有电的联系，又有磁的联系。它是使用最广泛的用来变换三相电压的变压器。AX、BY、CZ 分别为三个相的高压绕组，ax、by、cz 分别为三个相的低压绕组。三相变压器的每一相，都相当于一个单独的单相变压器，三相变压器的一、二次绕组可分别接成星形或三角形。

2. 自耦变压器

实验室中常用自耦变压器来平滑地变换交流电压，其电路原理图如图 8-22 所示。自耦变压器只有一个绕组，其二次绕组是一次绕组的一部分，二次绕组匝数可调，两者同在一个磁路上，所以自耦变压器的一、二次电压之比与双绕组变压器相同。改变二次绕组的匝数，就可以获得不同的输出电压 U_2。一、二次绕组电压之比和电流之比为

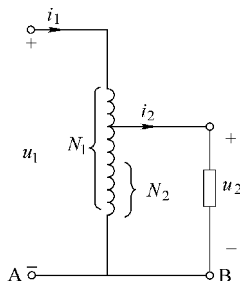


图 8-22　自耦变压器原理图

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2}=k \qquad \frac{I_1}{I_2}=\frac{N_2}{N_1}=\frac{1}{k}$$

单相自耦变压器，其二次绕组抽头往往做成能沿线圈自由滑动的触头形式，以达到平滑均匀地调节电压的目的，故又称作自耦调压器，其外形和电路如图 8-23 所示。自耦变压器使用中应注意以下几点：

1）与双绕组的变压器相比较，自耦变压器虽然节约了一个独立的二次绕组，但是由于一、二次绕组间有直接的电联系，在不当的接线或公共绕组部分断开的情况下二次侧会出现高电压，这将危及操作人员的安全。

2）自耦变压器的一次侧和二次侧不可接错，否则可能造成电源短路或烧坏变压器。

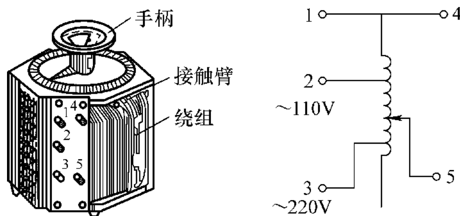


图 8-23　自耦变压器外形和电路图

3）在使用自耦变压器时，二次绕组的输出电压位置应从零开始逐渐调到负载所需电压值。

3. 仪用互感器

（1）电流互感器　电流互感器是根据变压器的变流原理制成的，主要是用来扩大测量交流电流的量程。一般用来测量交流大电流，或进行交流高电压下电流的测量。图 8-24 是电流互感器的接线图和符号图。

电流互感器的一次绕组的匝数很少，串接在被测电路中，二次绕组的匝数很多，它与电流表或其他仪表及继电器的电流线圈相连接。

$$被测电流(I_1)=电流表读数(I_2)\times N_2/N_1$$

由于电流互感器一次绕组匝数 N_1 很少，二次绕组匝数 N_2 很多，所以流过电流表的电流 i_2 很小，所以电流互感器实际上是利用小量程的电流表来测量大电流。电流互感器二次绕组使用的电流表规定为 5A 或 1A。采用电流互感器可以使测量仪表与高压电路断开，以保证人

身与设备安全。

尽管电流互感器一次绕组匝数很少，但其中流过很大的负载电流，因此磁路中的磁通势 I_1N_1、磁路中的磁通都很大。所以使用电流互感器时二次绕组绝对不能开路，否则会在二次侧产生过高的电压而危及操作人员的安全。为安全起见，电流互感器的铁心及二次绕组的一端应该接地。

（2）电压互感器　因电压表的量程有限，当要测量交流电路的高电压时可采用电压互感器。电压互感器是一种匝数比较多的仪用变压器，电压互感器的接线图如图 8-25 所示。它在低压侧进行测量。

$$被测电压(U_1) = 电压表读数(U_2) \times N_1/N_2$$

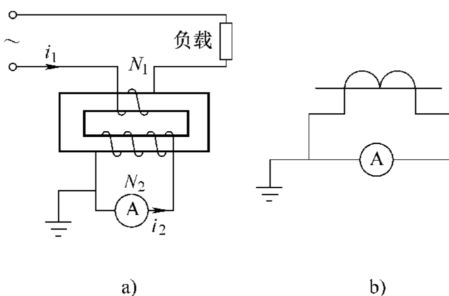


图 8-24　电流互感器的接线图及符号

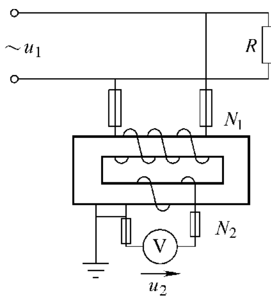


图 8-25　电压互感器的接线图

在使用电压互感器时，其二次绕组严禁短路，否则会产生很大的短路电流烧坏电压互感器，因而，其一、二次绕组都应具有短路保护。另为安全起见，电压互感器的铁心、金属外壳及二次绕组一端都必须可靠接地，以防绕组间绝缘损坏时，造成绕组上出现高压。

8.5　理想变压器的仿真分析

可以用 EDA 软件对理想变压器进行仿真分析。

对例 8-6 进行分析。取变压器的变比为 10，分别将信号源通过变压器带负载和不通过变压器直接带负载进行仿真，仿真图如图 8-26 和图 8-27 所示。由仿真结果可知，通过变压器的阻抗变换，实现了负载阻抗与信号源阻抗的匹配，在负载上得到大电流和大电压，从而得到大的输出功率。

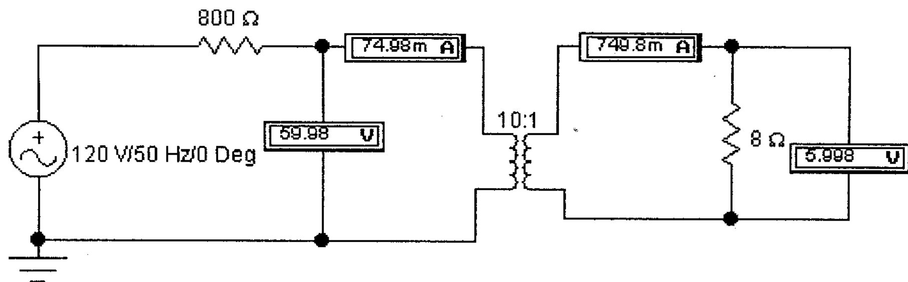


图 8-26　信号源通过变压器带负载

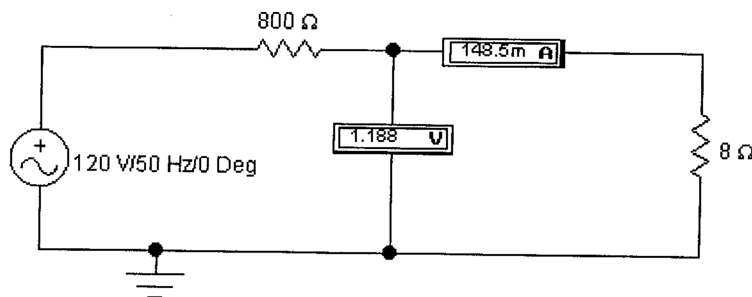


图 8-27 信号源直接带负载

小 结

1. 磁路是磁通集中通过的路径，由磁性材料制成。它可分为硬磁材料，用来创造永久磁铁和直流励磁的铁心；软磁材料，用作交流励磁铁心。

2. 磁路欧姆定律 $\Phi = F_{\mathrm{m}}/R_{\mathrm{m}}$，其中 $F_{\mathrm{m}} = NI$、$R_{\mathrm{m}} = l/(\mu S)$，对定性分析和粗略估算磁路有用。

3. 磁路基尔霍夫两定律

$$\Sigma \Phi_i = 0,$$

$$\Sigma \Phi R_{\mathrm{m}} = \Sigma NI \text{ 或 } \Sigma Hl = \Sigma NI$$

4. 直流铁心线圈中励磁电流 I 由欧姆定律 $U = RI$ 决定；磁通由 $\Phi = NI/R_{\mathrm{m}}$ 决定且为恒定磁通；直流铁心线圈无铁损耗，功率损耗为线圈电阻 R 上的损耗 $P = I^2R$。直流铁心线圈的基本应用是直流电磁铁，吸力 $F = 4B_0^2S_0 \times 10^5$。

5. 交流铁心线圈的主磁通最大值 $\Phi_{\mathrm{m}} = U/4.44fN$ 与电压 U 成正比，励磁电流与磁路状况（尺寸、材料、空气隙等）有关。

交流铁心线圈的功率损耗 $P = P_{\mathrm{Cu}} + \Delta P_{\mathrm{h}} + \Delta P_{\mathrm{e}}$

交流铁心线圈的最基本应用是交流电磁铁，其平均吸力 $F = 2B_{\mathrm{m}}^2S_0 \times 10^5$。

6. 变压器运行由三个基本方程式决定

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + R_1\dot{I}_1 + \mathrm{j}X_{\mathrm{L1}}\dot{I}_1 \qquad \text{一次电压平衡方程}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_2 - R_2\dot{I}_2 - \mathrm{j}X_{\mathrm{L2}}\dot{I}_2 \qquad \text{二次电压平衡方程}$$

$$\dot{I}_1N_1 + \dot{I}_2N_2 = \dot{I}_0N_1 \qquad \text{磁动势平衡方程}$$

变压器有变电压、变电流、变换阻抗三种功能，即

$$\frac{U_1}{U_2} = k_u,\ \frac{I_2}{I_1} = k_u,\ Z_{\mathrm{L}}' = k^2Z_{\mathrm{L}}$$

式中，k_u 是匝数比或电压比，$k_u = N_1/N_2$。

变压器的功率损耗 ΔP 由可变损耗 $\Delta P_{\mathrm{Cu}} = I_1^2R_1 + I_2^2R_2$ 和不变损耗 $\Delta P_{\mathrm{Fe}} = \Delta P_{\mathrm{h}} + \Delta P_{\mathrm{e}}$ 构成，其效率为

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{U_1I_1\cos\varphi_1}$$

习　题

8-1　在电压相等情况下，交流铁心线圈误接到直流电源上会怎样？直流铁心线圈误接到交流电源上又会怎样？

8-2　一个铁心线圈，当铁心的磁路平均长度不变，截面积变大，下述情况励磁电流怎样变化？

1）直流励磁；2）交流励磁，励磁电压不变。

8-3　交流铁心线圈在下面情况下，其磁感应强度和线圈中电流怎样变化？

1）电源电压大小和频率不变，线圈匝数增加；2）电源电压大小不变，频率减小；3）电源电压大小不变，铁心截面积减小；4）电源电压大小不变，铁心中气隙增加；5）电源电压增大，其他不变。

8-4　根据磁动势平衡关系，说明电源的能量怎样通过磁通的耦合作用传递给负载。

8-5　变压器能否用来传递直流功率？为什么？如把变压器一次侧接到与交流额定电压相等的直流电源上，将会怎样？

8-6　交流电磁铁接通电源后，如果衔铁长时间不能吸合，会怎样？如果是直流电磁铁，又将如何？

8-7　有一台变压器为 220V/110V 的一次和二次电压，匝数为 $N_1=2000$ 匝，$N_2=1000$ 匝，有人为了节省铜钱，将匝数减少为 400 匝和 200 匝，可行否？为什么？

8-8　有台电压为 110V/36V 的变压器，有人想得到二次电压 72V，把它接到同频率 220V 电源上，结果如何？为什么？

8-9　一台单相变压器的额定容量 $S_N=50\text{kV}\cdot\text{A}$，额定电压为 10kV/230V，满载时二次电压为 220V，则其额定电流 I_{1N} 和 I_{2N} 各是多少？

8-10　已知信号源的内电阻 $R_0=10\text{k}\Omega$，用输出变压器带一个电阻为 $R_L=3.2\Omega$ 的扬声器，为使扬声器获得最大的功率，输出变压器的匝数比应该是多少？

8-11　输出变压器一次绕组匝数为 N_1，二次绕组有匝数为 N_2 和 N_3 的两个抽头。将 16Ω 的负载接 N_2 抽头，或将 4Ω 的负载接 N_3 抽头，它们换算到一次侧的阻抗相等，达到阻抗匹配，那么 $N_2:N_3$ 应是多少？

8-12　有一线圈匝数 $N=1000$ 匝，绕在由铸钢制成的闭合铁心上，铁心截面积 $S=20\text{cm}^2$，平均长度 $l=50\text{cm}$，在铁心中产生磁通 $\Phi=0.002\text{Wb}$，线圈中应通入多大的直流？

如铁心有一段空气隙，长度为 $L_0=0.2\text{cm}$，保持铁心中磁感应强度不变的话，应通入多大的直流？

8-13　铸钢制成的均匀螺线环，见图 8-6，已知其截面积 $S=2\text{cm}^2$，平均长度 $l=40\text{cm}$，线圈匝数 $N=800$ 匝，要求磁通 $\Phi=2\times10^{-4}\text{Wb}$，铸钢材料的 B-H 曲线数据见下表。求线圈中的电流 I。

B/T	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.3	1.4
$H/(\text{A}\cdot\text{m}^{-1})$	380	470	550	680	800	920	1280	1570	2080

8-14　一铁心线圈加上频率 50Hz 的正弦交流电压上，铁心中交变磁通最大值 $\Phi_m=2.25\times10^{-3}\text{Wb}$，为使线圈得到有效值为 100V 的电动势，线圈的匝数应是多少？

8-15　为了求出铁心线圈的铁损，先将它接在直流电源上，测得线圈的电阻为 1.75Ω；然后接在交流电源上，测得电压 $U=120\text{V}$，功率 $P=70\text{W}$，电流 $I=2\text{A}$，求铁损和线圈的功率因数？

8-16　有一变压器，额定电压 10000V/230V，额定电流 5A/215A。空载时，高压绕组自 10000V 电源上取用功率 340W，电流 0.43A。试求：1）变压器的电压比；2）空载电流占额定电流的百分数；3）空载时一次绕组的功率因数。

8-17　额定容量 50kV·A，额定电压 6000V/230V 的单相变压器。试求：1）变压器的电压比；2）当变压器在满载情况下向功率因数为 0.85 的负载供电时，测得二次绕组端电压为 220V，求输出的有功功率、视在功率和无功功率。

8-18　一台容量 $S_N=20\text{kV}\cdot\text{A}$ 的照明变压器，它的电压为 6600V/220V，问它能够正常供应 220V、40W 的白炽灯多少盏？能供应 $\cos\varphi=0.6$，电压 220V，功率 40W 的荧光灯多少盏？

8-19　已知直流电磁铁的两个磁极的面积均为 1cm^2，主磁通最大值 $\Phi_m = 10^{-4}\text{Wb}$，求电磁吸力？

8-20　交流电磁铁，铁心两个磁极的面积均为 1cm^2，励磁线圈的额定电压为 $U = 220\text{V}$，匝数 $N = 10^4$ 匝，求最大电磁吸力？

8-21　有一单相照明变压器，容量为 10kV · A，电压为 3300V/220 V，今欲在二次侧接上 60W、220V 的白炽灯，如果变压器在额定情况下运行。求：1）这种电灯可接多少盏；2）一、二次绕组的额定电流。

8-22　某三相变压器，一次绕组每相匝数 $N_1 = 2080$ 匝，二次绕组每相匝数 $N_2 = 80$ 匝，如果一次绕组端加线电压 $U_1 = 6000\text{V}$。求：1）在 Y/Y 联结时，二次绕组端的线电压和相电压；2）在 Y/D 联结时，二次绕组端的线电压和相电压。

第 9 章　异步电动机

电动机是将电能转换为机械能的电磁能量转换装置。按驱动电流和工作原理不同，电动机可分为交流电动机、直流电动机和控制电动机等。

异步电动机是交流感应电动机的一种，具有构造简单，运行可靠，维护方便，效率较高，价格低廉等优点。随着电力电子技术的发展，异步电动机的运行性能日趋完善，其多种调速方法已进入实用阶段。因此，异步电动机是国民经济各领域应用最为广泛的电动机。据统计，在电力拖动系统中，交流异步电动机约占 85%。

本章将介绍三相异步电动机的构造、工作原理、机械特性、起动、调速、制动以及三相异步电动机的选择等，并简要地介绍单相异步电动机。

9.1　三相异步电动机的构造及工作原理

9.1.1　三相异步电动机的构造

三相异步电动机主要由定子（固定部分）和转子（转动部分）构成，它们之间有空气隙。图 9-1 所示为一台笼型转子三相异步电动机的组成部件。

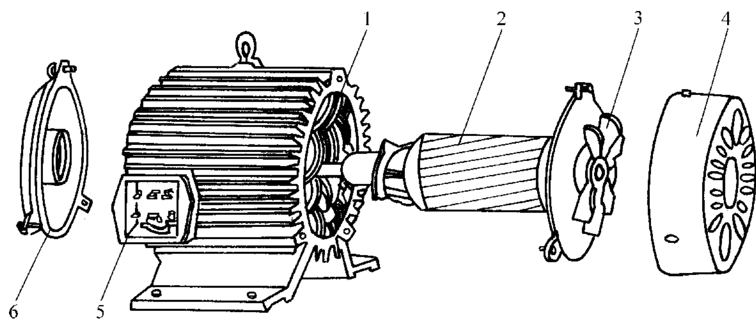


图 9-1　三相异步电动机的构造

1—定子　2—转子　3—风扇　4—罩壳　5—接线盒　6—端盖

1. 定子　三相异步电动机的定子主要由以下三部分组成。

（1）机座　电动机的外壳（圆桶形）和底座等固定部分组成机座，机座由铸铁或铸钢制成，底座上有安装螺孔。

（2）定子铁心　定子铁心通常由厚 0.5mm 的硅钢片叠成，固定在圆桶形机座内。其内圆周上有均匀分布的下线槽，用于安装定子绕组。图 9-2 所示为定子与转子单片铁心硅钢片。

（3）定子绕组　定子绕组用带有绝缘层的导线（漆包线或纱包线）绕制而成，按一定规律嵌入定子槽内，并将其连接成三组，使之对称地分布于铁心中。每组绕组称为一相，每

相有两个出线端，它们的首、末端都可从机座上的接线盒中引出，记为 U_1、V_1、W_1 和 U_2、V_2、W_2，利用连接线板可以方便地将定子绕组连接成Y或△，如图9-3所示。

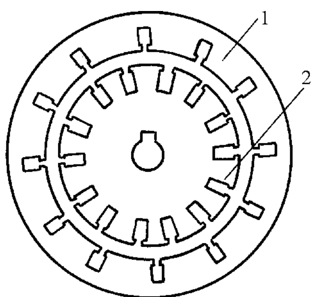


图9-2 定子与转子单片铁心硅钢片
1—定子 2—转子

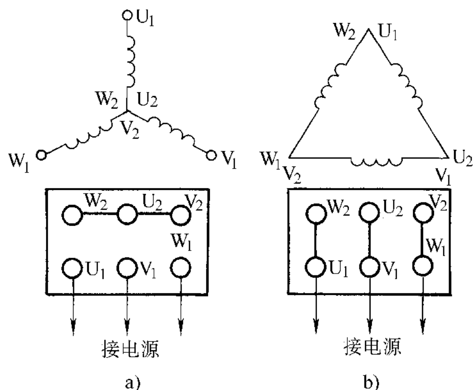


图9-3 三相异步电动机定子绕组联结
a）Y联结 b）△联结

2. 转子 异步电动机的转子由转轴、转子铁心、转子绕组及风扇等组成。

转子铁心是一个圆柱体，由相互绝缘的硅钢片叠压而成，并固定在电动机的转轴上。转子铁心的外表面上有均匀分布的平行线槽，用于安置转子绕组。按转子绕组的结构的不同，三相异步电动机可分为笼型和绕线型转子两种。

（1）笼型转子 转子绕组是压入转子铁心槽内的铜条，铜条的两端分别焊接在两个铜环上，如图9-4a所示。由于其形状如同笼子，故称笼型转子。为节省铜材，一般中、小型电动机的转子绕组多为铸铝。将熔化的铝液浇注在转子铁心槽内，同时端环和风叶也一起铸成，如图9-4b所示。

（2）绕线型转子 在转子铁心槽内对称地嵌放三个绕组，其末端接在一起成星形联结，首端引出并连接在转轴上三个彼此绝缘的集电环上，每个集电环均用弹簧压接着电刷，通过电刷使转动的转子绕组与外部固定的变阻器接通成回路，如图9-5所示。绕线型转子异步电动机起动和调速性能好，但结构复杂，价格较高。

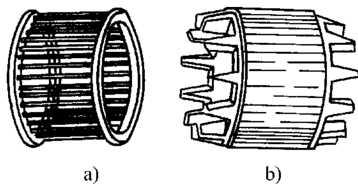


图9-4 笼型转子
a）嵌铜条 b）铸铝转子

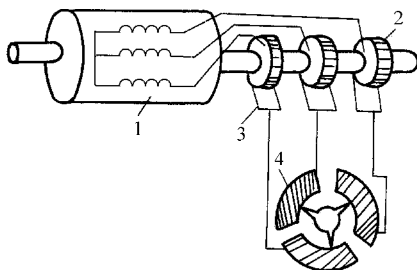


图9-5 绕线型转子示意图
1—绕组 2—集电环 3—电刷 4—变阻器

9.1.2 三相异步电动机的工作原理

当异步电动机的定子三相绕组通入三相对称电流时，在电动机中将产生一个旋转磁场，这个旋转磁场切割转子绕组，在转子导体中将产生感应电动势及感应电流，有电流的转子导

体在磁场中将受到电磁力的作用，该电磁力作用在转轴上则变成转矩，于是电动机的转子便旋转起来，这样，定子从电源引入的电能，通过旋转磁场，传递到转子，转变成为动能（机械能），实现了机电能量的转换。由此可知，三相异步电动机旋转的先决条件是产生一个旋转磁场。下面就先来分析旋转磁场的产生，然后再讨论转子的转动。

1. 旋转磁场的产生与旋动方向　为分析方便，假设定子绕组的每一相均由一个线圈组成。三相绕组 U_1U_2、V_1V_2、W_1W_2 在定子槽内彼此相隔 120°的空间角度，并将末端 U_2、V_2、W_2 连接成一点，首端 U_1、V_1、W_1 接三相电源，即三相定子绕组星形联结，如图 9-6a 所示。若三相电流的参考方向，如图 9-6b 所示，即从首端 U_1、V_1、W_1 流入，从末端 U_2、V_2、W_2 流出，则三相对称电流的表达式为

$$i_U = I_m \sin\omega t$$
$$i_V = I_m \sin(\omega t - 120°)$$
$$i_W = I_m \sin(\omega t + 120°)$$

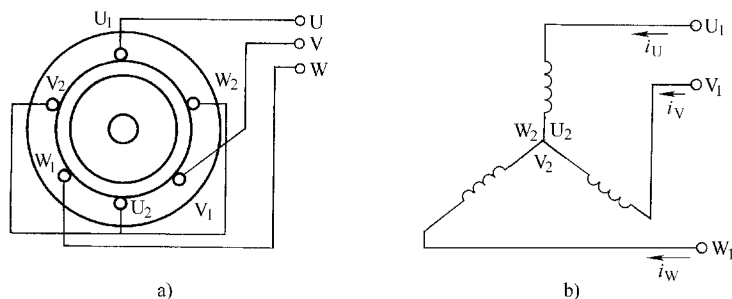


图 9-6　三相定子绕组的分布及星形联结

三相对称电流的波形如图 9-7 所示。

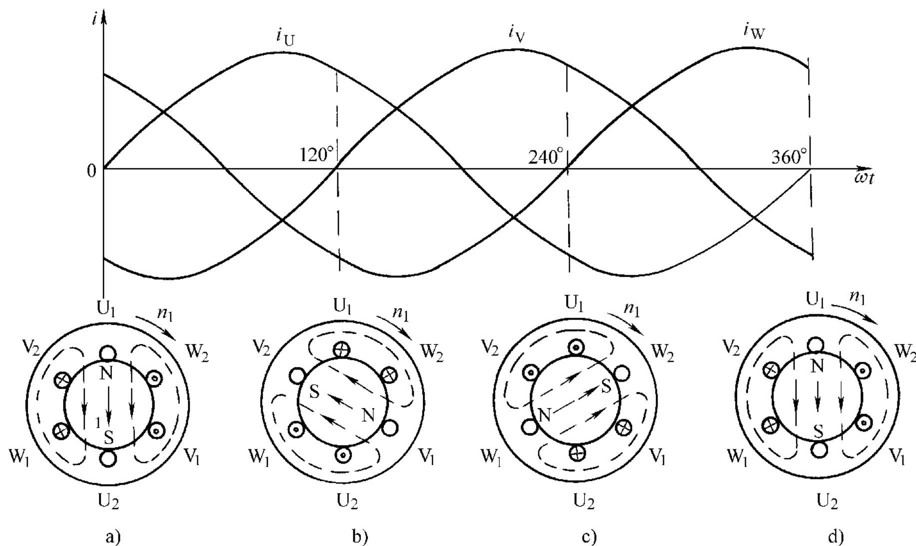


图 9-7　三相对称电流的波形及旋转磁场的产生

a）$\omega t = 0°$　b）$\omega t = 120°$　c）$\omega t = 240°$　d）$\omega t = 360°$

当 $\omega t = 0°$时，$i_U = 0$，i_V 为负值，i_W 为正值，此时三相电流的实际方向如图 9-7a 所示，

图中⊗表示流入电流；⊙表示流出电流。依右手螺旋定则，其合成磁场如图中虚线所示，它具有N、S两个磁极（一对磁极），且与U相绕组平面重合。当 $\omega t=120°$ 时，如图9-7b所示，合成磁场与V相绕组平面重合，此时合成磁场在空间上顺时针转过了120°角，恰与通入定子电流的电角度相等。同理可得 $\omega t=240°$、$\omega t=360°$ 时的合成磁场如图9-7c、d所示。可见，当定子绕组通入对称三相电流后，在定、转子铁心中将产生旋转磁场，并且旋转磁场的转向与通入定子绕组的三相电流相序一致。因此，只要改变通入定子绕组三相电流的相序（任意对调两相接线），旋转磁场将反向旋转。学生可自行画出改变通入定子绕组三相电流相序后不同时刻的磁场分布图。

2. 旋转磁场的转速 由以上两极（即磁极对数 $p=1$）旋转磁场的分析中可知，电流变化一周，磁场也正好在空间旋转一周。若电流频率为 f_1，则两极旋转磁场每分钟的转速（单位为r/min）为 $n_1=60f_1$。

在实际应用中，通常使电动机的磁极对数 $p>1$。而旋转磁场的磁极对数与定子绕组的安排有关。若每相绕组由两个线圈组成，如图9-8所示，各绕组始端之间在空间相差60°，则通入对称三相电流后便产生4极（即磁极对数 $p=2$），旋转磁场这时由图9-9分析可知，电流变化一周，旋转磁场在空间只转过1/2周，即转速为

$$n_1=\frac{60f_1}{2}$$

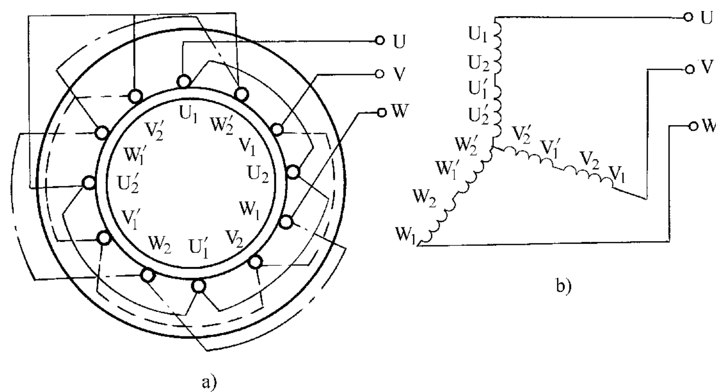


图9-8 两对磁极定子绕组的分布与联结

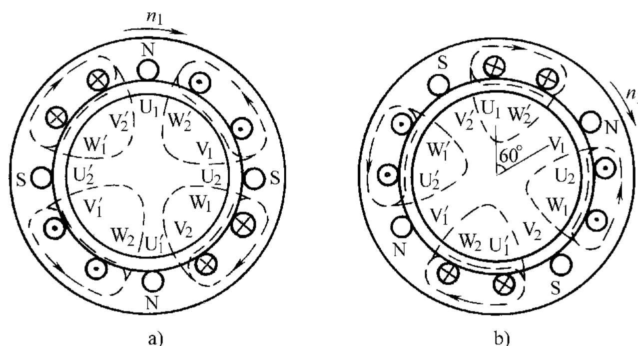


图9-9 两对磁极旋转磁场的产生

a）$\omega t=0°$ b）$\omega t=120°$

由此可见，只要按一定规律安排和联结定子绕组，就可获得不同磁极对数、不同转速的旋转磁场，其关系为

$$n_1 = \frac{60f_1}{p} \tag{9-1}$$

在我国，工频交流电频率 $f_1 = 50\text{Hz}$。不同磁极对数的旋转磁场转速（又称同步转速）如表 9-1 所示。

表 9-1　不同磁极对数旋转磁场转速

磁极对数 p	1	2	3	4	5	6
磁场转速 $n_1/\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$	3000	1500	1000	750	600	500

3. 转动原理　当电动机定子三相绕组接通三相交流电源时，电动机内部将产生一个旋转磁场，假设某瞬间的定子电流产生的两极磁场如图 9-10 所示。当旋转磁场以 n_1 速度顺时针旋转时，由于转子导体与旋转磁场间的相对运动而在转子导体中产生感应电动势，若把旋转磁场视为静止，则相当于转子导体逆时针方向切割磁力线，可用右手定则来判定转子感应电动势的方向。因为转子绕组是闭合的，便产生与感应电动势同方向的感应电流，上半部转子导体中的电流是流出来，下半部则是流入的。

正如所知，通电（载流）导体在磁场中要受到电磁力作用，故载有感应电流的转子导体与旋转磁场相互作用便产生电磁力 F，其方向可用左手定则判断。此力对转轴形成一个与旋转磁场同向的电磁转矩，使得转子沿着旋转磁场的方向以 n 的转速旋转起来。

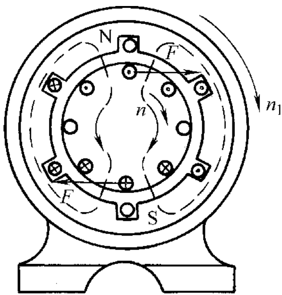


图 9-10　三相异步电动机转动原理示意图

4. 转差率　三相异步电动机转子的转速 n 永远低于旋转磁场的转速 n_1。因为如果 $n = n_1$，转子与旋转磁场就没有相对运动，转子导体就不切割磁力线，则转子感应电动势、转子感应电流及电磁转矩都不存在，转子也就不能转动了。$n \neq n_1$，正是异步电动机名称的由来。又因为转子电动势和电流是由电磁感应产生的，故异步电动机又称为感应电动机。

转子的转速是随着轴上机械负载的变化而变化的。当电动机拖动的机械负载转矩增大时，转子的转速 n 将下降。

旋转磁场与转子转速存在着转速差（$n_1 - n$）是异步电动机工作的一个特点。通常，将转速差与同步转速 n_1 比值称为转差率，用 s 表示。即

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \tag{9-2}$$

它是反映异步电动机运行情况的一个重要参数。异步电动机接通电源起动瞬间，$n = 0$，$s = 1$ 转差率最大；电动机处于运行状态时，其转差率的变化范围为 $0 \leqslant s < 1$。电动机的转速为

$$n = (1 - s)\, n_1 \tag{9-3}$$

中、小型三相异步电动机在额定运行时的转差率一般为 $s_N \approx 0.01 \sim 0.09$。

例 9-1　已知一台异步电动机的额定转速为 $n_N = 720\text{r/min}$，电源频率 f 为 50Hz，试求电

动机磁极对数和额定转差率。

解 由于电动机的额定转速应接近于同步转速，所以可知

$$n_1 = 750\text{r/min}$$

根据公式

$$n_1 = 60f_1/p$$

得磁极对数

$$p = \frac{60f_1}{n_1} = \frac{60 \times 50}{750} = 4$$

额定转差率

$$s_N = (n_1 - n)/n_1 = (750 - 720)/750 = 0.04$$

9.2 三相异步电动机的等效电路

9.2.1 等效电路

三相异步电动机的电磁关系与变压器相似，定子绕组相当于变压器的一次绕组，转子绕组相当于变压器的二次绕组。旋转磁场通过定子每相绕组的磁通近似正弦，即 $\Phi = \Phi_m \sin\omega t$。因此，旋转磁场在定子每相绕组产生的感应电动势

$$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

也是正弦量，其有效值为

$$E_1 = 4.44 f_1 N_1 \Phi_m$$

式中，f_1 为定子感应电动势 e_1 的频率；N_1 为定子每相绕组的匝数。

考虑到定子绕组电阻 R_1 和漏磁通 $\Phi_{\sigma1}$ 产生的漏磁感抗 $X_1 = 2\pi f_1 L_{\sigma1}$，定子每相绕组上的电压 u_1 的相量表达式为

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 R_1 + j\dot{I}_1 X_1 - \dot{E}_1$$

旋转磁场在转子每相绕组中产生的感应电动势

$$e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

其有效值

$$E_2 = 4.44 f_2 N_2 \Phi_m \tag{9-4}$$

式中，f_2 为转子感应电动势 e_2 或转子电流 i_2 的频率；N_2 为转子每相绕组的匝数。

考虑到转子绕组电阻 R_2 和漏磁通 $\Phi_{\sigma2}$ 产生的漏磁感抗 $X_2 = 2\pi f_2 L_{\sigma2}$，转子每相绕组的相量表达式为

$$\dot{E}_2 = \dot{I}_2 R_2 + j\dot{I}_2 X_2 \tag{9-5}$$

由式（9-4）、式（9-5）可画出三相异步电动机一相等效电路如图9-11所示。其中图a为定子等效电路，图b为转子等效电路。

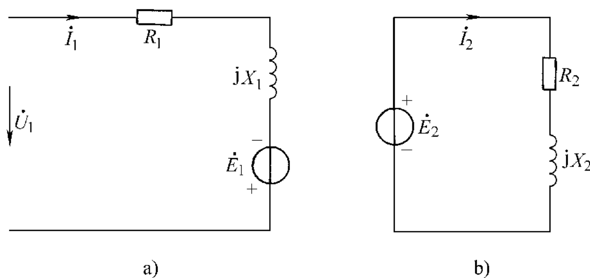


图9-11 三相异步电动机一相等效电路

9.2.2　主要运行参数

1. 定子与转子电流频率　旋转磁场与定子间的相对转速为 n_1，由式（9-1）可知，定子电流 i_1 的频率为

$$f_1=\frac{pn_1}{60}$$

旋转磁场与转子的相对转速为（n_1-n），故转子电流 i_2 的频率为

$$f_2=\frac{p(n_1-n)}{60}=\frac{n_1-n}{n_1}\frac{pn_1}{60}=sf_1 \tag{9-6}$$

可见转子电流频率 f_2 与转差率 s 有关，也就是与转速 n 有关。电动机起动瞬间，$n=0$，$s=1$，此时转子电流频率 f_2 与定子电流频率 f_1 相同，即 $f_2=f_1$，异步电动机额定运行时，$f_2=0.5\sim4.5\text{Hz}$。

2. 转子电动势　将式（9-6）代入式（9-4），得

$$E_2=4.44sf_1N_2\Phi_{\rm m} \tag{9-7}$$

令起动瞬间转子电动势为 E_{2s}，此时 $s=1$，$f_2=sf_1=f_1$，则

$$E_{2s}=4.44f_1N_2\Phi_{\rm m} \tag{9-8}$$

将式（9-8）代入式（9-7）得

$$E_2=sE_{2s} \tag{9-9}$$

可见转子电动势 E_2 也与转差率 s 有关。

3. 转子漏磁感抗　由于 $X_2=2\pi f_2L_{\sigma2}=2\pi sf_1L_{\sigma2}$，令起动瞬间转子感抗为 X_{2s}，则

$$X_{2s}=2\pi f_1L_{\sigma2} \tag{9-10}$$

此时 $f_2=f_1$，转子漏磁感抗达到最大值。同时有

$$X_2=sX_{2s} \tag{9-11}$$

4. 转子每相电流　由图 9-11 可得转子每相电流的有效值

$$I_2=\frac{E_2}{\sqrt{R_2^2+X_2^2}}=\frac{sE_{2s}}{\sqrt{R_2^2+(sX_{2s})^2}} \tag{9-12}$$

可见，转子电流 I_2 随转差率 s 的减小而减小，起动瞬间（$s=1$），起动电流 I_{2s} 达到最大值；稳定运行以后，s 将减小至一个较小的转差率点上，I_2 也逐渐减小；空载时，$s\approx0$，$I_2\approx0$。

5. 转子功率因数　由于转子电路中存在漏电抗 X_2，因此转子电动势 e_2 和转子电流 i_2 之间，存在一个相位差 φ_2（i_2 滞后），转子电路的功率因数为

$$\cos\varphi_2=\frac{R_2}{\sqrt{R_2^2+X_2^2}}=\frac{R_2}{\sqrt{R_2^2+(sX_{2s})^2}} \tag{9-13}$$

可见，转子电路的功率因数 $\cos\varphi_2$ 随转差率的增大而减小，起动瞬间 $s=1$，转子电路功率因数最低；空载或轻载时，s 接近于 0，$\cos\varphi_2\approx1$。

图 9-12 是 I_2、$\cos\varphi_2$ 随 s 的变化曲线。

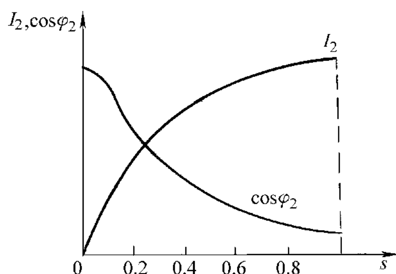


图 9-12　I_2、$\cos\varphi_2$ 与 s 关系曲线

6. 定子感应电动势和主磁通　由图 9-11 可知，定子绕组内的感应电动势与电源电压只差一个由绕组阻抗

$Z_1=R_1+jX_1$ 引起的很小的电压降落可忽略不计，因此工程上认为 E_1 是一个近乎不变的量，即

$$\dot{U}_1\approx-\dot{E}_1 \text{ 和 } U_1\approx E_1$$

根据 $e_1=-N_1\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$，$E_1$ 不变则主磁通 Φ 也应该是一个幅值不变的正弦量。不论电动机是空载还是负载运行，Φ_m 均为恒定值。

7. 定子电流和定子功率因数 电动机空载时，轴上所受到的摩擦阻力和风阻极小，转速 n 接近于同步转速 n_1，可以认为旋转磁场不切割转子绕组，因此 $e_2\approx0$ 和 $i_2\approx0$。此时，旋转磁场仅由定子电流 i_{10} 建立，空载时的主磁通 Φ_0 与之相对应。

电动机带上机械负载时，$n<n_1$，转子电流 i_2 不再为零，旋转磁场由 i_1 和 i_2 共同建立。为简化分析，通常认为定子电流 i_1 由两部分组成，一部分为励磁分量 i_{10}，其作用是产生气隙主磁通 $\Phi=\Phi_0$；另一部分是负载分量，其作用是抵消（或平衡）转子电流所产生的去磁效应。

在定子绕组中，由于 $\dot{U}_1$ 和 $\dot{I}_1$ 的相位不同，即 $\dot{I}_1$ 滞后于 $\dot{U}_1$ 一个角度 φ_1，所以定义 $\cos\varphi_1$ 为定子功率因数，即电动机的功率因数。

练习与思考

9-2-1 比较变压器的一次、二次侧电路和三相异步电动机的等效电路中各参数和电压方程，指出类似处与区别。

9-2-2 当异步电动机的定子绕组接通电源后，转子因某种原因被堵转，是否会对电动机发生危害？应采取什么措施？

9-2-3 为什么说不论异步电动机是空载状态还是负载状态，其气隙主磁通都近乎不变？

9-2-4 为什么说转子电动势、转子电流、转子漏磁感抗和转子功率因数等参数都与转速 n 有关？

9-2-5 某笼型异步电动机的额定转速为2970r/min，定子绕组△联结、工频、380V。其 $E_1=$________，$n_1=$________、$s=$________、$f_1=$________、$f_2=$________。

9.3 三相异步电动机的电磁转矩与机械特性

9.3.1 电磁转矩

根据三相异步电动机的转动原理，电磁转矩是旋转磁场的主磁通 Φ 与转子电流的有功分量 $I_2\cos\varphi_2$ 相互作用产生的，由此可得电磁转矩的表达式

$$T=K_m\Phi I_2\cos\varphi_2 \tag{9-14}$$

式中，K_m 是与电动机结构有关的常数。

利用式（9-14）可对电动机的运行特性进行定性分析。

若将式（9-12）、式（9-13）代入式（9-14）可得电磁转矩的另一表达式

$$T=K\frac{sR_2U_1^2}{R_2^2+(sX_{2s})^2} \tag{9-15}$$

式中，K 为常数。

由式（9-15）可见电磁转矩 $T\propto U_1^2$，且与 s 和 R_2 都有关。

9.3.2　机械特性

在电源电压 U_1 和转子电阻 R_2 一定时，电动机的转速 n 与转矩 T 之间的关系 $n=f(T)$ 称为机械特性，可由式（9-2）和式（9-15）求得，$n=f(T)$ 特性曲线如图 9-13 所示。图中还画出了与转速 n 对应的转差率 s 坐标。

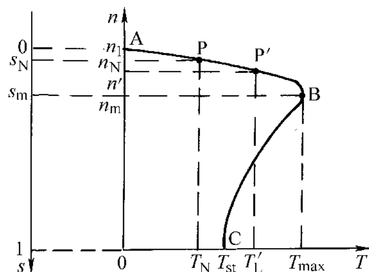


图 9-13　三相异步电动机的机械特性曲线

由图 9-13 可见，机械特性曲线上有 4 个特殊点，这些特殊点所对应的数值可以基本确定机械特性的曲线形状和电动机的主要性能。

1）A 点：$n=n_1$（$s=0$），$T=0$。实际上电动机转速 n 不可能等于旋转磁场转速 n_1，故称该点为理想空载点。即假设电动机空载时工作于该点。

2）P 点：$n=n_N$（$s=s_N$），$T=T_N$。此时电动机轴上输出的转矩为额定转矩 T_N，其转速为额定转速 n_N，称该点为额定工作点。根据电动机铭牌上的额定功率即电动机轴上输出的功率 P_{2N}，可求得

$$T_N=9550\frac{P_{2N}}{n_N} \tag{9-16}$$

式中，P_{2N}的单位为 kW；n_N 的单位为 r/min；T_N 的单位为 N · m。

三相异步电动机额定运行时，电磁转矩与其拖动的负载反转矩相等，即 $T_N=T_L$，拖动系统以转速 n_N 稳定运行在工作点 P。在机械特性曲线的 AB 段，若负载转矩增大至 T_L'时，电动机转速将降低，同时电磁转矩将增大，直至与 T_L'相平衡，电动机又以 n'转速在 P′点稳定运行。同理，当负载转矩减小时，电动机转速将增加，电磁转矩将减小，电动机将在新的转矩平衡点运行。由于工作在 AB 段时，电动机能自动适应负载转矩的变化，如图 9-13 所示，故称 AB 段为稳定工作区。三相异步电动机的稳定工作区比较平坦，即转速随转矩的变化不大，这样的机械特性称为硬特性。

3）B 点：$n=n_m$（$s=s_m$），$T=T_{max}$。此时异步电动机具有最大的电磁转矩 T_{max}，也称为临界转矩。故称该点为临界工作点。对式（9-15）求导，并令 $dT/ds=0$，可求得 $s=s_m=R_2/X_{2s}$时，可获得最大转矩，即

$$T_{max}=K\frac{U_1^2}{X_{2s}} \tag{9-17}$$

可见，临界转差率 s_m 与转子电阻成正比；最大转矩 T_{max}与 U_1^2 成正比，而与转子电阻 R_2 无关。

三相异步电动机运行时，具有承受瞬时超过额定转矩的能力，通常用最大转矩与额定转矩的比值 T_{max}/T_N 来表示其过载能力，比值 T_{max}/T_N，称为过载系数 λ，即

$$\lambda=\frac{T_{max}}{T_N} \tag{9-18}$$

一般 Y 系列异步电动机的过载系数 $\lambda=1.8\sim2.2$，某些特种用途电动机的 λ 可达 3 以上。

4）C 点：$n=0$（$s=1$），$T=T_{st}$。该点为起动工作点。T_{st}称为起动转矩。将 $s=1$ 代入式

（9-15）得

$$T_{st}=K\frac{R_2U_1^2}{R_2^2+X_{2s}^2} \tag{9-19}$$

因此，T_{st}也与 U_1^2 成正比；另外，起动时$f_2=f_1$，$X_2=X_{2s}$达最大值，$X_{2s}>R_2$，人为增大转子电阻 R_2，会增大 T_{st}。

通常将比值 T_{st}/T_N 称为异步电动机的起动系数，记为 K_{st}，即

$$K_{st}=\frac{T_{st}}{T_N} \tag{9-20}$$

它是衡量电动机起动性能的一个重要参数，可从产品目录上查到。Y 系列异步电动机的起动系数约为 1.4 ~2.2，小容量电动机的起动系数要大些。

对于笼型转子三相异步电动机，改变定子绕组电压 U_1（R_2 不变），可改变起动转矩，如图 9-14a 所示，该方法使最大转矩随之改变，机械特性较硬；对于绕线型转子三相异步电动机，可在 U_1 不变时改变转子电阻 R_2 获取较大的起动转矩，如图 9-14b 所示，该方法保持最大转矩不变，但机械特性变软，适于起动过程采用。

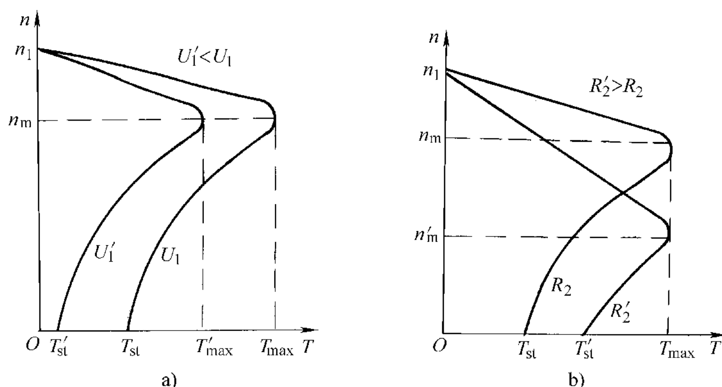


图 9-14 U_1 和 R_2 对机械特性的影响

例 9-2 已知 Y225M-2 型三相异步电动机的有关技术数据如下：$P_N=45\text{kW}$，$f=50\text{Hz}$，$n_N=2970\text{r/min}$，$\eta_N=91.5\%$，起动系数 K_{st}为 2.0，过载系数 $\lambda=2.2$，求该电动机的额定转差率、额定转矩、起动转矩、最大转矩和额定输入电功率。

解 由型号可知该电动机是两极的，其同步转速为 $n_1=3000\text{r/min}$，所以额定转差率为

$$s_N=\frac{n_1-n_N}{n_1}=\frac{3000-2970}{3000}=0.01$$

额定转矩为 $$T_N=9550\frac{P_{2N}}{n_N}=9550\times\frac{45}{2970}\text{N}\cdot\text{m}=144.7\text{N}\cdot\text{m}$$

起动转矩为 $$T_{st}=2T_N=2\times144.7\text{N}\cdot\text{m}=289.4\text{N}\cdot\text{m}$$

最大转矩为 $$T_{max}=\lambda T_N=2.2\times144.7\text{N}\cdot\text{m}=318.3\text{N}\cdot\text{m}$$

额定输入电功率为 $$P_{1N}=\frac{P_{2N}}{\eta_N}=\frac{45}{0.915}\text{kW}=49.18\text{kW}$$

练习与思考

9-3-1　三相异步电动机在某负载转矩下运行时，若电源电压降低，电动机的转矩、电流及转速将如何变化？

9-3-2　三相异步电动机在正常运行时，如果转子突然被卡住而不能转动，试问这时电动机的电流有何改变？对电动机有何影响？

9-3-3　为什么三相异步电动机不在最大转矩 T_{max}及其附近处运行？

9-3-4　某三相异步电动机的额定转速为 1460r/min。当负载转矩为额定转矩的一半时，电动机的转速约为多少？

9-3-5　三相异步电动机的起动转矩 T_{st}、最大转矩 T_{max}与定子绕组相电压 U_1 有何关系？

9.4　三相异步电动机的起动、调速和制动

9.4.1　起动

从电动机定子绕组接通电源，电动机转子由静止加速到稳定运行状态的过程称为起动。一般中、小型异步电动机起动时间很短，通常是几秒至几十秒钟。

1. 起动性能　电力拖动系统对电动机的起动要求是足够大的起动转矩和比较小的起动电流。这样既可以减小起动时供电线路的电压降，可缩短起动时间，提高生产效率。

然而，电动机实际的起动性能却恰好与要求相反。起动电流很大，一般为额定电流的 5 ~7 倍，这样大的起动电流虽然因为起动时间较短而不至于引起电动机过热，但将造成供电线路电压降落很大，影响同一电网上其他用电设备的正常工作；起动转矩不大，只有额定转矩的 1 ~2 倍。所以，通常要改善其起动性能，即减小起动电流和增大起动转矩，根据实际情况可采用不同的起动方法。

2. 起动方法　以三相异步电动机起动时是否采取降低电源电压的措施为依据可分为全电压起动和减压起动两类。

（1）全电压起动　全压起动也称直接起动，它是利用开关将电动机直接接到具有额定电压的电源上，方法简便、经济，常被采用。但必须满足以下有关规定才能直接起动。若照明和动力共用同一电网，则电动机起动时引起的电网电压降落不应超过额定电压的 5%；动力线路用专用变压器供电时，对于频繁起动的电动机，其容量不应超过变压器容量的 20%，不经常起动的电动机，其容量不应大于变压器容量的 30%。否则，必须采用减压起动以减小起动电流 I_{st}。

（2）减压起动　减压起动的目的是减小起动电流对电网的影响，但同时又降低了起动转矩，所以减压起动仅适用于空载或轻载起动。常用以下两种方法。

1）星三角（Y-△）换接起动　这种方法只适用于正常运转时，定子三相绕组是△联结的电动机。可用Y-△起动器或三刀双投开关直接操作，如图 9-15 所示。先合上电源开关 S_1，然后将 S_2 从中间位置投向“起动”位置，这时定子三相绕组作Y联结，每相绕组电压为额定电压的 $1/\sqrt{3}$，相电流也为△联结时的 $1/\sqrt{3}$，所以线电流为直接起动时的 1/3。因为 $T_{st} \propto U_1^2$，起动转矩也降低到直接起动的 1/3。待转速接近额定转速时，再将 S_2 合向“运行”

位置，把定子三相绕组改成△联结转入正常工作状态。丫-△换接起动设备简单，工作可靠，但只适用于正常工作时定子三相绕组为△联结的电动机，所以，目前4kW以上的电动机都已设计为380V△联结。

2）自耦变压器减压起动　是利用自耦变压器（也称起动补偿器）控制的减压起动电路，如图9-16所示。它适用于容量较大或不能采用丫-△换接起动的三相笼型异步电动机。起动过程如下：首先合上电源开关 S_1，再将起动补偿器的控制手柄 S_2 拉到“起动”位置，作减压起动，待电动机接近额定转速时把手柄推向“运行”位置，使自耦变压器脱离电源，而电动机接入电源正常运转。为了适应不同要求，通常自耦变压器的抽头有73%、64%、55%或80%、60%、40%等规格。

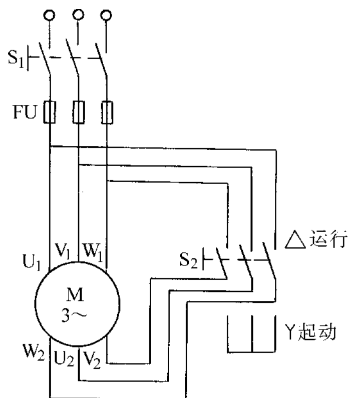


图9-15　手动丫-△换接起动电路

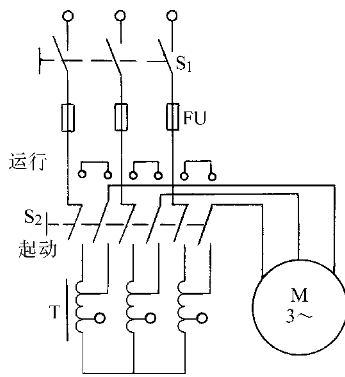


图9-16　自耦变压器控制减压起动电路

上述减压起动方法均在减小起动电流的同时也降低了起动转矩，所以只能用于空载或轻载起动。对于像起重机、锻压机等带负载起动的生产机械就不适用了，这就要使用绕线转子异步电动机。

3. 绕线型转子异步电动机的起动　绕线型转子异步电动机的起动常采用转子串电阻或串频敏变阻器两种方法，现分述如下：

如果在绕线转子异步电动机转子电路中串入适当的起动电阻 R_{st}，如图9-17所示。由式（9-12）可知，这时 I_2 将减小，定子电流 I_1 也将随之减小；同时，由图9-14b可见，起动转矩相应地得到了提高。起动后，随着转速的上升逐渐减小起动电阻，最后将起动电阻全部短路，起动过程结束。这种控制方法所用控制设备比较复杂，起动电阻占地面积较大。仅适用于要求起动转矩大的生产机械。

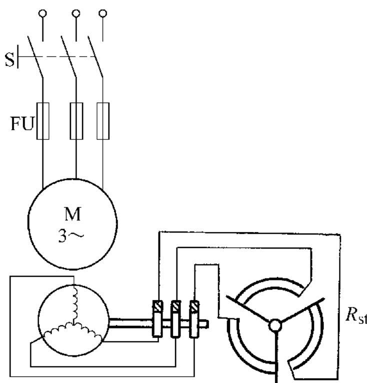


图9-17　绕线型转子异步电动机转子串电阻起动

在转子电路中串接频敏变阻器起动如图9-18所示，该控制设备简单，操作方便，运行可靠，但起动过程中由于感抗的影响，使功率因数降低，起动转矩也不太高。

频敏变阻器是一种无触点的电磁元件。实际上就是一种三相铁心电抗器，特殊之处在于其铁心是由较厚的铸铁板或铸钢板叠装而成，其等效阻抗 $Z=R_p+jX_p$。在起动瞬间，$n=0$，

$s=1$，$f_2=f_1$，铁心的涡流最大，表征涡流损耗的等效电阻 R_p 最大，同时等效感抗 X_p 也最大，所以起动电流很小。若频敏变阻器参数适当，T_{st} 可大于 T_N。随着转速的升高，s 减小，f_2 也减小，涡流作用也逐渐减小，起到了随转速的升高而自动减小 R_p 和 X_p 的作用。起动结束时将转子绕组短接，切除频敏变阻器。

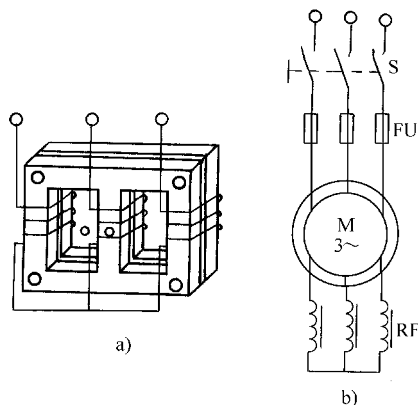


图 9-18　频敏变阻器起动

a）频敏变阻器结构图　b）起动线路图

例 9-3　有一台笼型三相异步电动机，△联结，额定功率 $P_{2N}=28\text{kW}$，$U_{1N}=380\text{V}$，$I_{1N}=58\text{A}$，$\cos\varphi_{1N}=0.88$，$n_N=1455\text{r/min}$，起动电流倍数为 6，起动能力 $K_{st}=1.1$，过载系数 $\lambda=2.3$。供电变压器要求起动电流 I_{st} 不大于 150A，负载转矩为 73.5N·m，试问采用何种起动方法。

解　分别考虑直接起动、Y-△换接起动和自耦变压器减压起动三种方法，根据起动电流和起动转矩的相应数值来确定起动方法。

1）直接起动

$$I_{st}=6I_{1N}=(6\times58)\text{A}=348\text{A}>150\text{A}$$

$$T_{st}=1.1T_N=1.1\times9550\times\frac{P_{2N}}{n_N}=1.1\times9550\times\frac{28}{1445}\text{N·m}$$
$$=203.56\text{N·m}>73.5\text{N·m}$$

虽然起动转矩足够大，但因起动电流过大，故不能采用。

2）Y-△换接起动

$$I'_{st}=\frac{1}{3}I_{st}=\frac{1}{3}\times348\text{A}=116\text{A}<150\text{A}$$

$$T'_{st}=\frac{1}{3}T_{st}=\frac{1}{3}\times203.56\text{N·m}=67.85\text{N·m}<73.5\text{N·m}$$

起动电流虽然降下来了，但起动转矩不足，该方法也不能采用。

3）自耦变压器减压起动

抽头为 55% 时，

$$I'_{st1}=0.55^2I_{st}=0.55^2\times348\text{A}=105.27\text{A}<150\text{A}$$
$$T'_{st1}=0.55^2T_{st}=0.55^2\times203.56\text{N·m}=61.58\text{N·m}<73.5\text{N·m}$$

不能采用。

抽头为 64% 时，

$$I'_{st2}=0.64^2\times I_{st}=0.64^2\times348\text{A}=142.5\text{A}<150\text{A}$$
$$T'_{st2}=0.64^2T_{st}=0.64^2\times203.56\text{N·m}=82.80\text{N·m}>73.5\text{N·m}$$

由于 I'_{st2} 和 T'_{st2} 均符合要求，所以可以采用自耦变压器减压起动，取抽头 64%。

对于抽头 73% 的情况，请读者自己核算，并得正确结论。

9.4.2　三相异步电动机的调速

在同一负载下，人为地改变电动机的转速，使其从某一数值改变为另一数值，即为调

速。工业生产中的许多场合都需要调速，例如改变机加工的阻转矩就需要改变转速；在各类卷曲式传动机构中，为适应不同半径的负载，要求不断地调整电动机的转速。采用电气调速，可以简化机械变速机构。

由式（9-3）和式（9-1）得

$$n=(1-s)n_1=(1-s)\frac{60f_1}{p} \tag{9-21}$$

可见，改变磁极对数 p，或改变电源频率 f_1，或改变转差率 s 都能达到改变电动机转速的目的。

1. 改变磁极对数调速 此种调速方法称为变极调速，仅限于笼型异步电动机。其方法是把定子绕组的各出线端均接到机外，改变它们的联结方式，从而改变磁极对数和转速。具有这种调速功能的电动机多用于机床上，而且只能做到有级调速。

2. 改变电源频率调速 改变电源频率调速简称为变频调速。异步电动机的变频调速具有调速范围广、平滑性好、机械特性硬的优点，可方便实现恒转矩或恒功率调速。若在工频 f_1 以下调速，为维持气隙磁通 Φ_m 不变，由 $U_1 \approx E_1 = 4.44f_1N\Phi_m$ 可知：定子电压 U_1 也将随之降低，使得 $U_1/f_1=$ 常数。这种恒电压频率比的调速方式保证了气隙磁通不变，从而使得电动机的转矩近似不变，因此属于恒转矩调速。若在工频 f_1 以上调速，由于定子电压 U_1 受额定电压的限制保持不变，即 U_1 为常数，此时频率越高，磁通 Φ_m 越小，这种情况相当于直流电动机的弱磁调速，属于恒功率调速。

变频调速需要一组频率可变的电源，即变频器。变频器的主要功能是将电压幅值和频率均不变的交流电变换成二者均可调节的交流电，实现 VVVF（Variable Voltage Variable Frequency）调速控制。

变频器可分为交—交和交—直—交两种基本形式。交—交变频器可将工频交流直接变换成电压幅值和频率均可以控制的交流电；而交—直—交变频器则先把工频交流电通过整流变成直流电，然后再将直流电逆变成电压幅值和频率均可以控制的交流电。交—交变频器一般只用于低速、大容量的场合，如电力机车和大型轧钢设备等。交—直—交变频器应用的场合比较广泛，如泵类负载、吊车、翻斗车类负载、破碎机类负载、空调类负载等，变频器除了可以用于调速外，还可作为稳频稳压交流电源和不间断交流电源等。

交—直—交变频器主要有三种结构：第一种，用可控整流调压，用逆变器变频；第二种，用不可控整流，斩波调压，用逆变器变频；第三种，用不可控整流，用脉宽调制（Pulse Width Modulation，PWM）逆变器同时调压变频。第三种结构的交—直—交变频器，由于采用不可控整流，功率因数高，用脉宽调制（PWM）逆变，谐波减小，同时采用可控的全关断绝缘栅双极晶体管 IGBT（Insulated-Gate Bipolar Transistor，IGBT），提高了开断频率，输出波形非常接近正弦波。正弦波脉宽调制（Sinusoidal Pulse Width Modulation，SPWM）逆变器已成为目前最有前途的主流逆变器结构。

目前交流变频调速已成为三相异步电动机的主要调速方式，随着新技术和新理论在三相异步电动机变频调速中的应用，如矢量控制、无速度传感器技术等，交流变频调速将向更高性能、更大容量以及智能化等方向发展。

3. 转子电路串电阻调速 在绕线型转子电动机的转子电路中串入一个调速电阻（和起动电阻接入方式相同），就减小了转子和定子电流，转矩和转速也势必相应降低，转差率 s

升高，所以转子电路串电阻调速即是变转差率调速。改变调速电阻的大小，可得到平滑调速。从图 9-19 可以看出，在负载转矩 T_L 不变的情况下，加大调速电阻，可使机械特性越来越软，从而改变工作点并得到越来越低的转速。由于电阻耗能和不能使机械特性过软，调速电阻不能过大，故使得这种调速的范围比较小。由于它的简便易行，使其仍广泛应用在起重设备中。

9.4.3　三相异步电动机的反转和制动

1. 三相异步电动机的反转　改变三相交流电源的相序，例如由 U-V-W 改为 U-W-V，则旋转磁场的方向也随着改变。三相异步电动机转子的旋转方向总是与旋转磁场相同，故此时电动机反转。图 9-20 为用刀开关实现正、反转控制的电路，它将接至电源的三根导线中的任意两根对调位置。

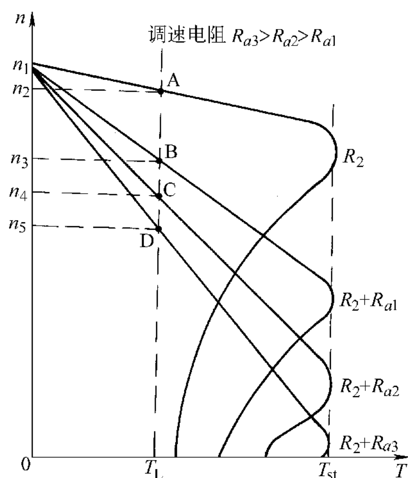


图 9-19　绕线型转子串电阻调速（T_L 不变）

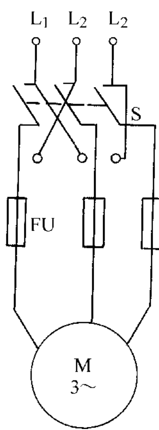


图 9-20　正、反转控制电路

2. 三相异步电动机的制动　为提高工作效率和安全生产等目的，要求电动机及其所拖动的负载能在短时间内停止转动，而由于惯性，即使在切断电源后，电动机也不可能立即停转，因此需要采取制动措施，使其迅速停转。

制动方法有机械制动和电动制动两大类。

常用的机械制动方法有杠杆式电磁抱闸，利用闸轮与闸瓦间的摩擦力制动和靴式的液压制动机构等。

常用的三相异步电动机电气制动方法有三种。虽然工作原理不同，但都是使转子获得一个与原来旋转方向相反的制动转矩，从而使电动机减速和停转。

（1）反接制动（$s>1$）　反接制动时，断开原来的电源再改接成逆相序电源，图 9-20 就是一种改接的方法。图 9-21a 是正常运转时转子的受力图，n_1 与 n 同向。相序改变后，旋转磁场反向旋转，转差（n_1+n）很大，转差率 $s=(n_1+n)/n_1>1$，转子绕组中感应电动势和感应电流很

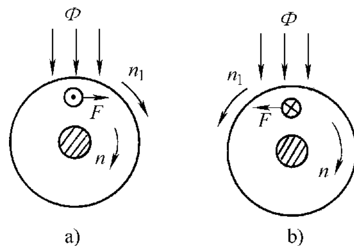


图 9-21　反接制动原理

大（定子线电流也将很大，应加以限制），并对转子产生制动转矩，如图9-21b所示。在制动转矩作用下，转速迅速接近为零，此时切断电源。这种制动方法速度快，制动时间短，但制动力矩较大，不平稳，能量损耗大，且容易反向起动。

（2）能耗制动　能耗制动的方法是在切断交流电源的同时，将定子绕组的两个端钮与直流电源接通，使直流电流通入定子绕组。以直流励磁产生的定子绕组磁场是静止的，由于惯性继续沿原方向旋转的转子绕组产生反向转子电流，并产生制动转矩，使转子迅速停转，如图9-22所示。这种方法实质上是将转子的旋转动能消耗在回路电阻 R 上，故称为能耗制动。能耗制动平稳，耗能少，但需要一个直流电源。

（3）发电反馈制动（$s<0$）　在起重机下放重物时，在重力作用下，可能使转速 $n>n_1$，这会改变转子电流和转矩的方向，即使转矩变成制动转矩，电动机转入发电机运行。重物的位能转换为电能反馈到电网中去。图9-23比较了 $n<n_1$ 和 $n>n_1$ 两种运行状态。利用发电反馈制动可以稳定地下放重物。$n>n_1$ 时，转差率 $s<0$。

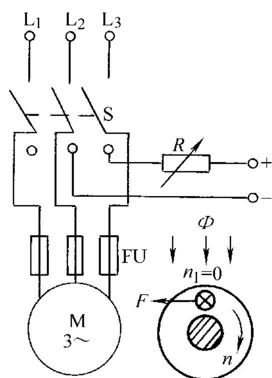


图9-22　能耗制动接线与原理图

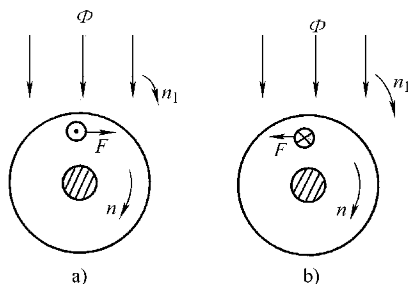


图9-23　发电反馈制动原理图

a）$n<n_1$　b）$n>n_1$

练习与思考

9-4-1　三相异步电动机满载和空载起动时，起动转矩和起动电流是否一样？

9-4-2　绕线转子电动机采用转子串电阻起动时，所串电阻越大，起动转矩是否也越大？运行时，适当增加转子电路电阻，转速将怎样变化？

9-4-3　三相异步电动机的电气调速方法有哪几种？

9-4-4　三相异步电动机的电气制动方法有哪几种？各有何特点？

9.5　三相异步电动机的选择

三相异步电动机的选择，是指选择电动机的额定功率、类型、结构形式、防护等级、额定电压和额定转速等。选择的原则应该是经济、实用、安全及工艺质量等。

9.5.1　铭牌数据

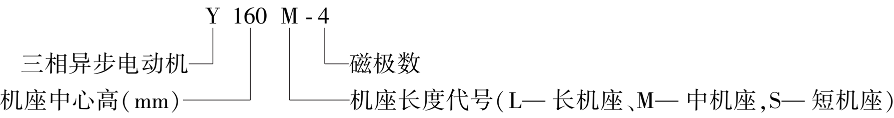
电动机的铭牌上标有额定运行时的主要技术数据，以便使用者正确选择和使用电动机。

异步电动机Y160M-4的铭牌如下所示：

三相异步电动机					
型　号	Y160M-4	功率	11kW	频　率	50Hz
电　压	380V	电流	22.6A	联结法	△
转　速	1460r/min	温升	75℃	绝缘等级	B
防护等级	IP44	重量	120kg	工作方式	S_1
××电机厂		年　月			

1. 型号

型号说明



目前，我国生产的异步电动机产品名称代号（型号中第一部分）及其汉字意义摘录于表 9-2 中。

表 9-2　异步电动机产品名称代号

产　品　名　称	新代号	新代号的汉字意义	老代号
异步电动机	Y	异	J、JO
绕线型转子异步电动机	YR	异绕	JR、JRO
防爆型异步电动机	YB	异爆	JB、JBS
高起动转矩异步电动机	YQ	异起	JQ、JGQ
起重冶金用异步电动机	YZ	异重	JZ
起重冶金用绕线型转子异步电动机	YZR	异重绕	JZR
多速异步电动机	YD	异多	JD

2. 功率　表示电动机额定运行时轴上输出的机械功率，即额定功率，单位用 kW。

3. 电压和联结法　“电压 380V、联结法△”表示外加电源线电压也称额定电压(380V)，定子绕组应连成△。

4. 电流　“22.6A”表示电动机的额定电流，是指在额定电压、额定频率和额定输出功率情况下定子绕组线电流。

5. 转速　指额定转速，也就是在额定电压、额定频率和额定输出功率下的转速。

6. 工作方式　异步电动机的工作方式分为连续（代号为 S_1）、短时（S_2）和断续（S_3）三种。

7. 温升　电动机运行过程中，各种有功损耗转化成热量，致使绕组温度升高即为温升。“75℃”指绕组温度高出环境温度（规定为 +40℃）的允许值。该电动机的运行温度允许达到 115℃。

8. 绝缘等级和防护等级　绝缘等级是按电动机绕组所用的绝缘材料在使用时容许的极限温度来分级的。不同等级绝缘材料的极限温度如表 9-3 所示。

表 9-3　不同等级绝缘材料的极限温度

绝缘等级	Y	A	E	B	F	H	C
极限温度/℃	90	105	120	130	155	180	>180

防护等级是电动机外壳防护形式的分级。铭牌中的“IP44”中的“IP”指国际防护标准之意，前边的“4”表示防止直径大于1mm的固体异物进入，第二位“4”指防止水滴溅入，相当于旧型号的封闭式。

9.5.2　其他若干技术数据

除铭牌数据外，在产品目录或手册中，还给出其他若干重要数据，简要说明如下：

1. 效率和功率因数　额定效率 η_N 指电动机额定运行时，轴上输出机械功率 P_{2N} 与定子输入电功率 P_{1N} 之比，即

$$\eta_N = \frac{P_{2N}}{P_{1N}} \times 100\% \tag{9-22}$$

$$P_{1N} = \sqrt{3}U_{1N}I_{1N}\cos\varphi_{1N} \tag{9-23}$$

式中，U_{1N} 为额定电压；I_{1N} 为额定电流；$\cos\varphi_{1N}$ 为定子电路额定功率因数，产品目录中给出的功率因数即为此值。

电动机的效率与各种损耗有关，η_N 还可表示为

$$\eta_N = \frac{P_{2N}}{P_{2N} + P_{Fe} + P_{Cu} + P_0 + P_\Delta} \tag{9-24}$$

式中，P_{Fe} 为铁损耗；P_{Cu} 为铜损耗；P_0 为机械损耗；P_Δ 为附加损耗。一般笼型电动机额定效率约为72%～93%，电动机的容量越大，效率越高。

2. 起动电流倍数（或称“堵转电流/额定电流”）　堵转电流即起动电流 I_{st}。产品目录中给出 I_{st}/I_{1N} 的数值。

3. 起动系数（或称“堵转转矩/额定转矩”）　堵转转矩即起动转矩 T_{st}。产品目录中给出 T_{st}/T_N 的数值。

4. 过载系数（或称“最大转矩/额定转矩”）　最大转矩是电动机运行过程中产生的最大转矩，产品目录中给出 T_{max}/T_N 的比值。

9.5.3　三相异步电动机的选择

1. 类型的选择　在空载或轻载起动、无调速要求的场合，例如输运机、搅拌机和功率不大的水泵、风机等，应选用笼型电动机。它结构简单、维护方便、价格低廉，但起动性能较差，调速困难。在要求较大起动转矩，并能调速的场合，例如起重机、卷扬机等，应选用绕线型转子电动机，它起动性能好，可以在一定范围内调速，但结构复杂、维护不便、价格较贵。

2. 转速的选择　异步电动机在功率相同的条件下，其同步转速越低，则其电磁转矩越大，体积也越大，重量越重，价格就越贵。一般情况下，应尽量选用高速异步电动机。要求转速低于500r/min的生产机械，可以配置减速装置。

3. 功率的选择　合理选择电动机的功率有重要的经济意义。功率选大了，不仅投资费用增大，而且使电动机在低于额定负载情况下运行，其功率因数和效率都低，增加运行成本。功率选小了，其运行时的工作电流超过额定值，使电动机过热损坏，甚至降低使用寿命。因此，电动机功率的选择应按照其工作方式采用不同的方法。

连续工作方式：对于连续工作的电动机，只要选择电动机的功率略大于生产机械所需功率即可。

例 9-4　一台 Y180L-4 型三相异步电动机，技术数据如下：

功率	转速	电压	效率	功率因数	I_{st}/I_{1N}	T_{st}/T_N	T_{max}/T_N
22kW	1470r/min	380V	91.5%	0.86	7.0	2.0	2.2

试求：1）额定转差率 s_N；2）额定电流 I_{1N}；3）堵转电流 I_{st}；4）额定转矩 T_N；5）堵转转矩 T_{st}；6）最大转矩 T_{max}。

解　1）$n_1 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \times 50}{2}\text{r/min} = 1500\text{r/min}$

额定转差率 $s_N = \frac{n_1 - n_N}{n_1} = \frac{1500 - 1470}{1500} = 0.02 = 2\%$

2）$I_{1N} = \frac{P_{2N} \times 10^3}{\sqrt{3}U_{1N}\cos\varphi_{1N}\eta_N} = \frac{22 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.86 \times 0.915}\text{A} = 42.5\text{A}$

3）$I_{st} = 7.0I_{1N} = 7 \times 42.5\text{A} = 297.5\text{A}$

4）$T_N = 9550\frac{P_{2N}}{n_N} = 9550 \times \frac{22}{1470}\text{N·m} = 142.93\text{N·m}$

5）$T_{st} = 2.0T_N = 2 \times 142.93\text{N·m} = 285.86\text{N·m}$

6）$T_{max} = 2.2T_N = 2.2 \times 142.93\text{N·m} = 314.45\text{N·m}$

例 9-5　今测得某台 4 极三相异步电动机额定运行时的参数为：定子线电压 380V，线电流 10.6A，输入电功率 3.5kW，电源频率为 50Hz，转差率为 0.03，铜损耗 600W，铁损耗 400W，机械损耗和附加损耗为 100W。试求这台电动机的效率、功率因数及输出转矩是多少？

解

$$\eta_N = \frac{P_{2N}}{P_{1N}} = \frac{P_{1N} - \Delta P}{P_{1N}} = \frac{(3.5 - 0.6 - 0.4 - 0.1)\ \text{kW}}{3.5\text{kW}}$$

$$= \frac{2.4\text{kW}}{3.5\text{kW}} \approx 0.69$$

$$\cos\varphi_N = \frac{P_{1N}}{\sqrt{3}U_N I_N} = \frac{3.5 \times 10^3\text{W}}{\sqrt{3} \times 380 \times 10.6\text{W}} \approx 0.5$$

$$n_N = (1 - s_N)\ n_1 = (1 - 0.03) \times 1500\text{r/min}$$

$$= 1455\text{r/min}$$

$$T = 9550\frac{P_{2N}}{n_N} = 9550\frac{2.4\text{kW}}{1455\text{r/min}} \approx 15.8\text{N·m}$$

练习与思考

9-5-1 在起重设备中常选用何种型式的异步电动机？

9-5-2 电动机的额定功率是指输出机械功率，还是输入电功率？额定电压是指线电压，还是相电压？额定电流是指定子绕组的线电流，还是相电流？

9-5-3 有些三相异步电动机有380/220V两种额定电压，定子绕组可以连成星形，也可以连成三角形。试问在什么情况下采用哪种连接方法？采用这两种连接时，电动机的额定值（功率、相电压、线电压、相电流、线电流、效率、功率因数、转速等）有无改变？

9-5-4 在电源电压不变的情况下，如果电动机的三角形联结误连成星形联结，或者星形联结误连成三角形联结，其后果如何？

9-5-5 额定电压为380V/220V的三相异步电动机，在接成Y-△两种情况下运行时，其额定输出功率有无变化？

*9.6 单相异步电动机

在日常生活和工农业生产中，广泛应用着单相异步电动机。例如电风扇、洗衣机、电钻等，它的定子绕组是单相的，转子大多为笼型。

9.6.1 单相异步电动机的工作原理

当单相正弦电流通入单相定子绕组时，就会在空气隙中产生一个交变脉动磁场。它的空间位置是固定的，而磁场的轴线就是定子绕组的轴线，磁场在空间按正弦规律分布，且各点磁场又随时间作正弦规律变动。虽然这磁场与三相异步电动机的旋转磁场不同，但我们仍可用三相异步电动机的工作原理来分析。

脉动磁场可以分解成大小相等（等于 $\Phi_m/2$），转速相同（$n_1=60f_1/p$），旋转方向相反的两个旋转磁场，如图9-24所示。

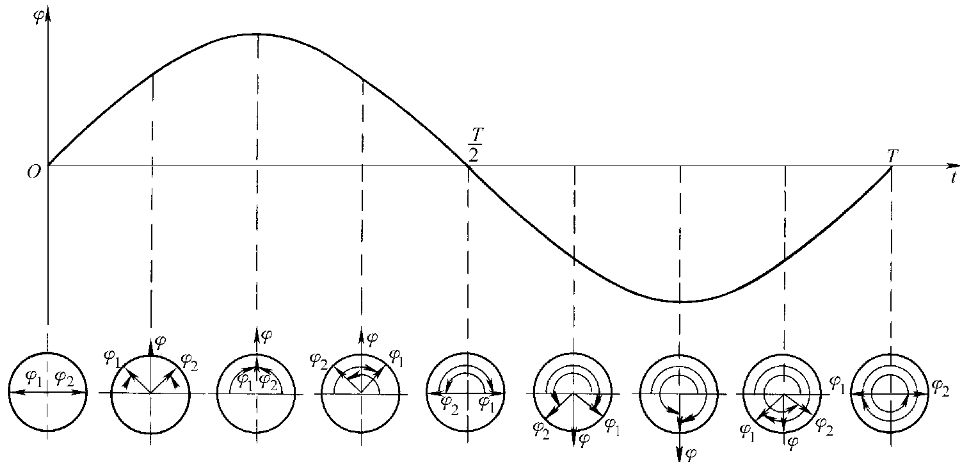


图9-24 单相脉动磁场分解为两个相反方向的旋转磁场

当转子静止时（$n=0$），这两个旋转磁场在转子中产生两个大小相等、方向相反的转矩，互相抵消，所以转矩为零，因此电动机不能自行起动。

单相异步电动机的 $T=f(s)$ 曲线如图 9-25 中间曲线所示。它可以看成正向旋转磁场 $T_1=f(s_1)$ 和反向旋转磁场 $T_2=f(s_2)$ 曲线的叠加。从图中可以看出，当 $s=1$、转子不动时，$T_1=-T_2$，所以 $T=T_1+T_2=0$，即起动转矩为零。但若转子在沿着旋转磁场 φ_1 的方向上被推动一下，则 s_1 小于 1，s_2 大于 1，这时 $T_1>-T_2$，因而 $T=T_1+T_2$ 大于零，转子将顺着 φ_1 的转向运转下去。同理，当施加相反方向的外力时，电动机则反向旋转。

由于单相异步电动机的起动转矩为零，所以要用辅助的起动装置才能使其起动。按起动方法的不同，常用的单相异步电动机有电容分相式和罩极式两种。下面仅介绍前者。

9.6.2　电容分相式单相异步电动机

电容分相式单相异步电动机是在定子上加装一个串有电容 C 的起动绕组 V_1V_2，它与工作绕组 U_1U_2 在空间互隔 90°，选择合适的电容可使两绕组电流的相位差接近 90°，分相原理如图 9-26 所示。分相后两相电流的数学表达式可写成：

$$i_U=I_m\sin\omega t$$
$$i_V=I_m\sin(\omega t+90°)$$

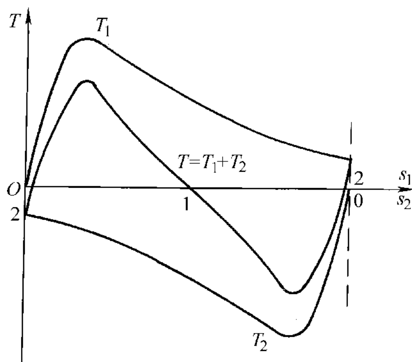


图 9-25　单相异步电动机的 $T=f(s)$ 曲线

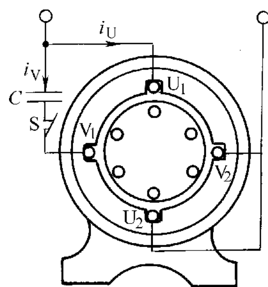


图 9-26　电容分相式异步电动机接线图

两相相位差 90°的电流，通入两相在空间上相位差 90°的绕组，则在空间产生（两相）旋转磁场，如图 9-27 所示。

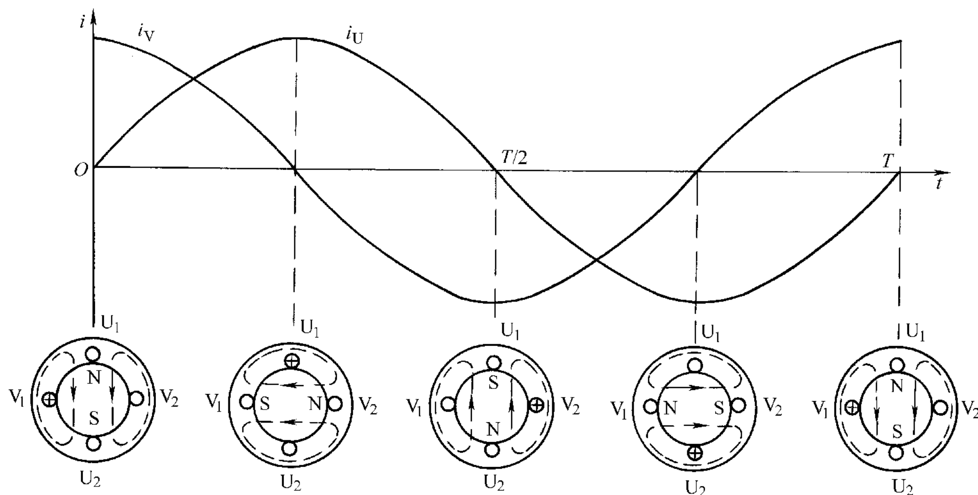


图 9-27　两相电流的旋转磁场

有了旋转磁场之后，转子就能自行起动，起动后待转速升到一定数值，借助于离心开关S或其他自动控制电器将起动绕组断开。

运行时电容不断开的电动机则称为电容式单相异步电动机，它比一般的单相异步电动机具有较高的功率因数。

如要改变这种单相异步电动机的转向，可由可变电容 C 的串联位置来实现。图9-28是洗衣机的正、反转控制原理图，S_2 为定时器中的自动转换开关。

通常，分相式单相异步电动机的功率都在0.6kW以下。

单相异步电动机的功率因数和效率都较低，因此主要制成小型电动机，用于电钻、电扇、搅拌器等上面。

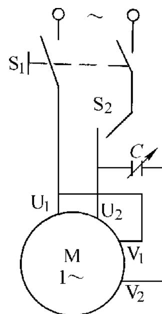


图9-28 洗衣机正、反转控制原理图

三相电动机接到电源的三根导线中由于某种原因断开了一线，就成为单相电动机运行。如果在起动时就断了一线，则不能起动，只听到嗡嗡声。这时电流很大，时间长了，电动机就被烧坏。如果在运行中断了一线，则电动机仍将继续转动。若此时还带动额定负载，则势必超过额定电流。时间一长，也会使电动机烧坏。这种情况往往不易察觉（特别在无过载保护的情况下），在使用三相异步电动机时必须注意。

小　　结

在了解三相异步电动机构造的基础上，应按以下要点将本章内容贯穿起来。

1. 旋转磁场的产生、转动原理，建立旋转磁场的转速 n_1、电动机转速 n 和转差率 s 的概念，并对式（9-1）、式（9-2）、式（9-3）和转矩的公式（9-14）有深刻的理解。

2. 建立三相异步电动机的等效电路后，获得与电动机运行特性密切相关的重要参数，如转子电流频率 f_2、转子感应电动势 E_2、转子漏磁感抗 X_2、转子每相电流 I_2 和转子每相功率因数 $\cos\varphi_2$ 等，这些参数都与转差率 s（或转速 n）有关，见式（9-6）、式（9-9）、式（9-11）、式（9-12）、式（9-13）。

并且由此得到三相异步电动机的电磁转矩的参数式和机械特性 $n=f(T)$，见式（9-15）和图9-13。这是对三相异步电动机由表及里、再由内到外的认识过程。

3. 机械特性反映了电动机运行时转速 n、转差率 s 和转矩 T 三者的制约关系。1）当 $s=0$，$n=n_1$ 时，电动机处于理想的同步运行状态（空载运行时可视为此状态）；2）当 $0<s\leqslant1$，$0\leqslant n<n_1$ 时，电动机运行在正常工作区；3）当 $s=1$，$n=0$ 时，电动机在起动瞬间；4）当 $s<0$，$n>n_1$ 时，电动机运行在发电反馈状态；5）当 $s>1$，n 与 n_1 方向相反，电动机运行在反接制动状态。

电动机的运行状态不同时，电磁转矩不同，应对额定转矩 T_N、最大转矩 T_{max} 和起动转矩 T_{st} 深入理解，清楚它们与相关参数的关系。见式（9-16）、式（9-17）、式（9-19）。

4. 对三相异步电动机的起动性能、起动方法、电气调速方法、电气制动方法应有所了解。应注意到减压起动时，起动电流和起动转矩都与加于定子每相绕组相电压的平方成正比。

5. 单相正弦电流的磁场是一个沿气隙空间正弦分布、轴线不动、大小随时间正弦交变

的脉动磁场，它可以分解为两个旋转方向相反但其他参数相同的旋转磁场，它们对静止转子产生的合成电磁转矩为零，需要配置辅助绕组才能获得单向旋转磁场和电磁转矩。

习　题

9-1　定性说明异步电动机负载增加时电动机定、转子各物理量的变化过程。

9-2　三相异步电动机空载运行时和堵转时相当于变压器何种工作状态？电动机不是变压器主要体现在几个方面？

9-3　为什么三相异步电动机的定子感应电动势和气隙磁通的值是基本不变的？简述电磁能量在电动机内的传输过程。能量损耗由哪些部分构成？

9-4　试画出三相异步电动机（$p=1$，定子绕组△联结）在 $\omega t=-30°$ 和 $\omega t=-60°$ 时定子旋转磁场的图形。（假设三相线电流是对称的）

9-5　已知 Y90S-4 型异步电动机的下列技术数据：1.1kW、50Hz、380V、△联结、$\eta=0.78$、$\cos\varphi=0.78$、$n=1400$r/min。试求：1）线电流和相电流的额定值；2）电磁转矩额定值；3）转差率和转子频率的额定值。

9-6　有 Y112M-2 型和 Y160M1-8 型异步电动机各一台，额定功率都是 4kW，但前者转速为 2890r/min，后者为 720r/min。试比较它们的额定转矩，并由此说明电动机的极数、转速及转矩三者之间的大小关系。

9-7　有一台 4 极、50Hz、1425r/min 的三相异步电动机，转子电阻 $R_2=0.02\Omega$，感抗 $X_{2s}=0.08\Omega$，$E_1/E_{2s}=10$。当 $E_1=200$V 时，试求：1）电动机起动初始瞬间（$n=0$，$s=1$）转子每相电路的电动势 E_{2s}、电流 I_{2s} 和功率因数 $\cos\varphi_{2s}$；2）额定转速时 E_2、I_2 和 $\cos\varphi_2$。比较在上述两种情况下转子电路各物理量（电动势、频率、感抗、电流及功率因数）的大小。

9-8　已知 Y132S-4 型三相异步电动机的额定技术数据如下：

功率	转速	电压	效率	功率因数	I_{st}/I_N	T_{st}/T_N	T_{max}/T_N
5.5kW	1440r/min	380V	85.5%	0.84	7	2.2	2.2

电流频率 50Hz，试求额定状态下的转差率 s_N，电流 I_{1N} 和转矩 T_N，以及起动电流 I_{st}、起动转矩 T_{st} 和最大转矩 T_{max}。

9-9　Y180L-6 型电动机额定功率为 15kW，额定转速为 970r/min，频率为 50Hz，最大转矩为 295.36N·m。试求电动机的过载系数 λ。

9-10　一台 4 极三相异步电动机的额定功率为 30kW，额定电压为 380V，三角形联结，频率为 50Hz，在额定负载下运行时，其转差率为 0.02，效率为 90%，线电流为 57.5A。试求：1）转子旋转磁场对转子的转速；2）额定转矩；3）电动机的功率因数。

9-11　上题中电动机的 $T_{st}/T_N=1.2$，$I_{st}/I_N=7$，试求：1）用Y-△转换联结起动时的起动电流和起动转矩；2）当负载转矩为额定转矩的 60% 和 25% 时，用Y-△转换联结起动是否可以？

9-12　在习题 9-10、习题 9-11 中，如果采用自耦减压起动，而使电动机的起动转矩为额定转矩的 85%，试求：1）自耦变压器的电压比；2）电动机的每相起动电流和线路上的起动电流各为多少？

9-13　一台三相笼型异步电动机的技术数据如下：△联结，$f_{1N}=50$Hz，$n_N=1450$r/min，$U_N=380$V，$I_N=15.1$A，$\eta_N=87\%$，$\cos\varphi=0.87$，$T_m/T_N=2$，$T_{st}/T_N=1.4$。求此电动机的起动转矩及额定转子电流的频率。当采用Y-△换接起动时，试问定子每相绕组上的电压是多少？起动转矩又是多少？

9-14　试说明当 s 取下列不同值时，三相异步电动机的运行状态。1）$s<0$；2）$s=0$；3）$0<s\leq1$；4）$s=1$；5）$s>1$。

第 10 章　电动机的继电器-接触器控制

在现代工农业生产过程和日常生活中，广泛应用电动机去拖动各种生产机械——称为电力拖动。电力拖动效率高，控制方便，易于实现自动控制和远距离操作。

电力拖动控制主要就是对电动机的起动、正反转、制动、调速和停止实行自动控制和自动保护。目前，中、小工厂企业仍采用继电器控制方式，称为继电器控制。随着新型元器件和电子技术的迅速发展和微型计算机的推广应用，电力拖动控制水平正在不断地提高。

本章主要介绍一些常用的低压控制电器，三相异步电动机的基本控制环节和基本控制原则，简单控制线路分析和设计方法，这将给可编程序控制器（简称 PLC）的学习打下基础。

10.1　常用控制电器与电气图形符号

1. 刀开关　刀开关是一种手动电器，它的结构简单，主要由刀开关本体或刀片（动触点）和刀座（静触点）组成，刀开关实物外形如图 10-1 所示，其结构和表示符号分别如图 10-2 所示。刀片下端装有熔丝，起保护作用。目前应用较多的是空气开关，其图形符号与刀开关相同，文字符号也用 QS 表示。

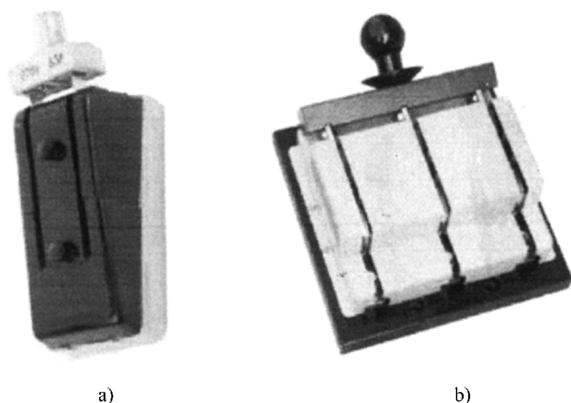


图 10-1　刀开关实物外形

a）两相刀开关　b）三相刀开关

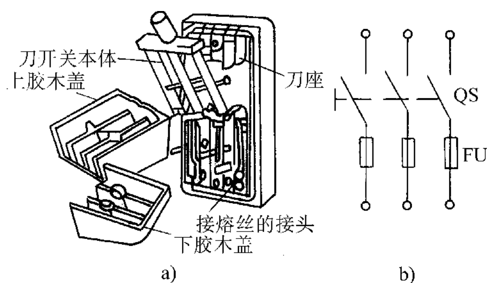


图 10-2　刀开关结构与符号

a）结构　b）符号

安装时，电源线应与静触点相连，负载与刀片和熔丝一侧相连，这样安装，当断开电源时，刀片不带电。选用刀开关主要选择其额定电压和额定电流，必流与所控制电路的电压和电流相符合。

2. 熔断器　熔断器（原称保险器）是对电气设备进行短路保护的一种最简单和有效的电器。它串接在电路中，如果某一用电设备发生短路故障时，电路中产生很大的电流使熔断器的熔丝（或熔体）熔断，使发生故障的电路与电源断开，从而保护了电源及其他用电设备。

熔断器有开启式、半封闭式和封闭式等几种，图 10-3 是两种封闭式熔断器。

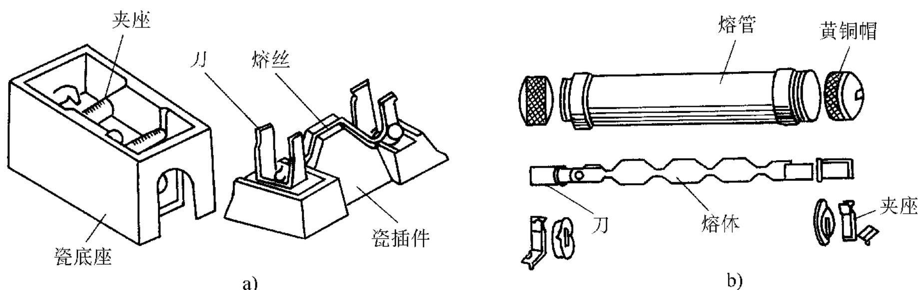


图 10-3　熔断器
a）插入式　b）管式

在保护照明线路时，所选择的熔断器的额定电流，要等于或稍大于被保护电路的电流。在保护电动机线路时，对于一台电动机，可按下式估算额定电流（其中 I_{st} 为电动机的起动电流）：

$$I_{RN} \geqslant \frac{I_{st}}{1.5 \sim 2.5} \tag{10-1}$$

对于起动频繁或采用反接制动的电动机，建议熔体的额定电流 I_{RN} 取为电动机额定电流 I_N 的 3.5 ~4 倍。

几台电动机共用的总熔体额定电流可按下式估算：

$$I_{RN} \geqslant \frac{I_{stm} + \Sigma I_N}{2.5} \tag{10-2}$$

式中，I_{stm} 为最大容量电动机的起动电流；ΣI_N 为其他电动机的额定电流之和。

熔断器的图形符号和文字符号见图 10-3。

3. 按钮　按钮应用很普遍，其作用主要是接通和断开电动机及其他电气设备的控制电路，故它的额定电流较小。

按钮的实物图片如图 10-4 所示，其结构及符号如图 10-5 所示。当用手按下按钮时，原来断开的触点（常开或动合触点）闭合，原来闭合的触点（常闭或动断触点）则断开。当手松开后，由于弹簧张力的作用，触点恢复原状。

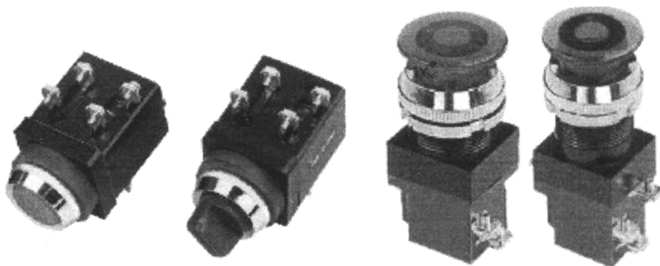


图 10-4　按钮实物图片

根据需要，可将按钮做成多个触点，或将多个按钮组装成多联按钮。常用的有单用、双联和三联按钮等种类。图 10-3 所示为双联按钮。

4. 交流接触器 接触器是用来直接控制电动机及其他电气设备的主电路的电磁开关，它是利用电磁铁的吸力来工作的。

交流接触器的实物图片如图 10-6 所示，其内部主要结构图、触点结构图、图形和文字符号分别示于图 10-7 中。

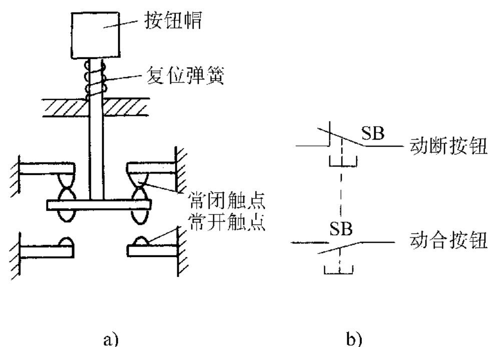


图 10-5 按钮结构与符号
a）结构 b）符号

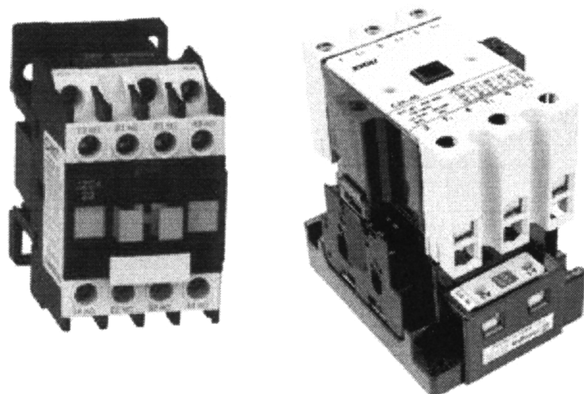


图 10-6 交流接触器实物图片

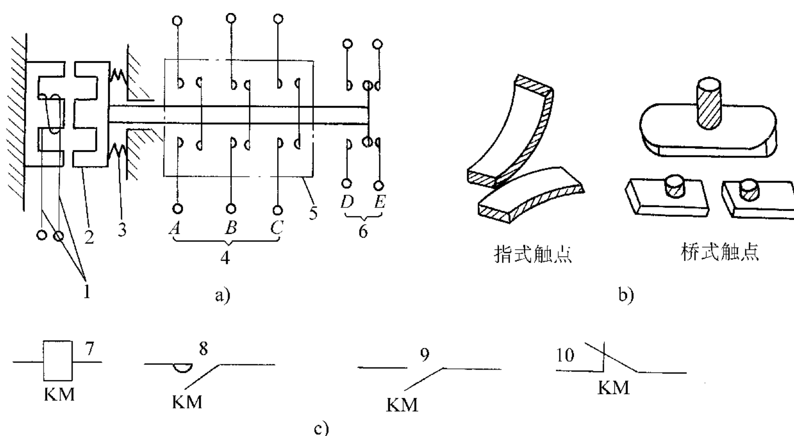


图 10-7 交流接触器
a）结构示意图 b）触点 c）符号
1—吸引线圈 2—铁心 3—弹簧 4—主触点 5—灭弧罩 6—辅助触点
7—吸引线圈符号 8—常开主触点 9—常开辅触点 10—常闭辅触点

交流接触器主要由电磁铁和触点组两部分组成。铁心由硅钢片叠成，分静铁心和动铁心（衔铁）两部分。静铁心上套装吸引线圈，动铁心上固定装着可动触点。

当吸引线圈通电后，在铁心中产生较大的电磁吸力，吸引衔铁并带动动触点，使动触点和与之对应的静触点接通或断开。

触头有主触点和辅助触点。断开和接通主电路的触点称为主触点，它通常为桥式触点，见图 10-7b。辅助触点是断开或接通控制电路或信号电路的，也称联锁触点，它通常为指式触点，见图 10-7b。

由于主触点流过的是数值较大的主电路的电流，断开瞬间触点间会产生电弧，因此接触

器内装有灭弧装置，用来熄灭电弧。

辅助触点中的电流较小，它有常开和常闭触点之分。当吸引线圈没有通电时，处于断开状态的触点，称为常开触点；处于闭合状态的触点称为常闭触点。

5. 继电器　继电器的触点电流容量小，其作用是传递信号，故只能用于控制电路，不能接入主电路，这是它和接触器的区别。

继电器在自动化系统中应用广泛。其种类繁多，这里仅介绍几种简单且常用的继电器。

（1）热继电器　早期的热继电器是利用双金属片受热后弯曲，来推动触点的动作。热继电器的工作原理示意图如图 10-8 所示。

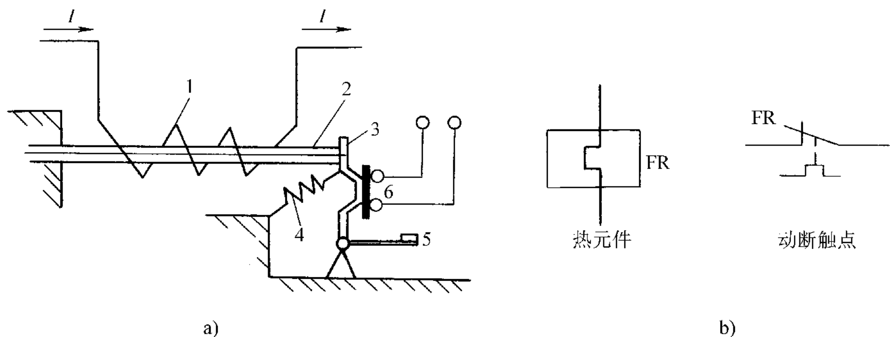


图 10-8　热继电器

a）结构图　b）符号

1—热元件　2—双金属片　3—扣板　4—弹簧　5—复位按钮　6—常闭触点

热继电器的发热元件（电阻丝）绕在双金属片上，串接于电动机的主电路中，而动断触点则串联于电动机的控制电路中。当电动机过载，电流超过额定电流，经一定时间后，发热元件的发热量增大，足以使双金属片（由两种线膨胀系数不同的金属片压制而成）向线膨胀系数小的一边弯曲，推动扣板，通过动作机构使动断触点断开，控制电路断开，接触器线圈断电，主触点断开电源，电动机停转，从而达到过载保护的目的。

使用热继电器时，要调整整定机构（凸轮旋钮），使热继电器的整定电流等于电动机的额定电流。这样，电动机额定运行时，热继电器长期不动作；当电动机过载，电流为整定电流的 1.2 倍时，热继电器将在 20min 内动作；当过载电流为整定电流的 1.5 倍时，热继电器在 2min 内动作。由于热惯性，热继电器不能作短路保护，而且电动机起动或短时过载时，热继电器不会动作，保证电动机的正常运行。

自 20 世纪 80 年代开始，国内外研制出了电子式热继电器，使得电动机的热过载保护更加精确可靠。

（2）时间继电器　时间继电器是根据所整定的时间进行动作的继电器。按工作原理分类有：电磁式、电动式、电子式和空气阻尼式等。由于空气阻尼式（又称气囊式）时间继电器结构简单，延时范围较大（有 0.4～60s 和 0.4～180s 两种），所以在机床电气控制线路中得到了广泛的应用。常用的 JS_7-A 系列空气阻尼式时间继电器有通电延时和断电延时两种类型，这里只介绍通电延时空气阻尼式时间继电器。

空气阻尼式时间继电器是利用空气阻尼的原理工作的。它主要由电磁系统、工作触点、气室和传动机构 4 部分构成，结构如图 10-9 所示。

当线圈1通电时，将动铁心2吸下，活塞杆在释放弹簧4的作用下向下移动。因伞形活塞5的表面固定有一层橡皮膜6，活塞下移时，在膜的上面造成空气稀薄的空间，活塞受到下面空气的压力，只能慢慢下移，当移动到一定位置时，杠杆11使微动开关10的延时触点动作。延时时间即为自电磁铁线圈通电时起至微动开关10的延时触点动作时止的这段时间。通过调节螺钉9调节进气孔8的大小可以调节延时时间。

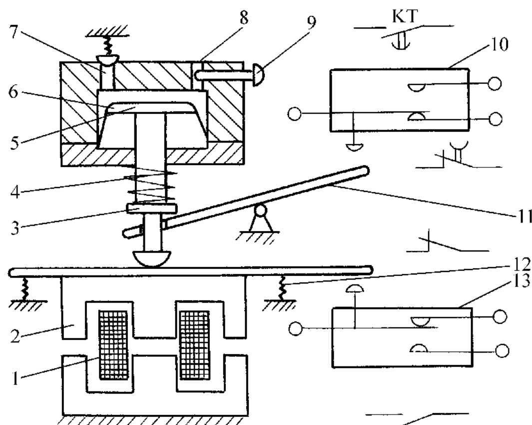


图10-9　空气阻尼式通电延时时间继电器

1—线圈　2—动铁心　3—活塞杆　4—释放弹簧　5—伞形活塞　6—橡皮膜　7—排气孔　8—进气孔　9—调节螺钉　10、13—微动开关　11—杠杆　12—恢复弹簧

吸引线圈断电后，在恢复弹簧12的作用下动铁心2复位，空气经排气孔7被迅速排出。

图示通电延时时间继电器具有两个延时触点：一个是延时断开的动断（常闭）触点，另一个是延时闭合的动合（常开）触点。还有两个瞬时动作触点：通电时微动开关13的动断触点瞬时断开，动合触点立即闭合。

只要将空气阻尼式通电延时继电器的铁心倒装，即将动铁心置于静铁心下面，便可得到断电延时的时间继电器。时间继电器在电气控制电路中的符号如图10-10所示。

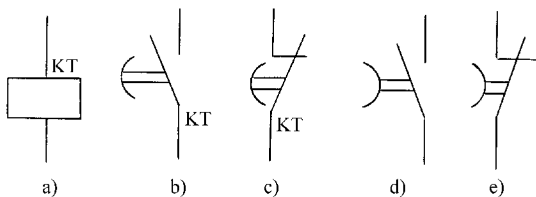


图10-10　时间继电器的图形符号

a）线圈　b）通电延时闭合动合触点　c）断电延时断开动断触点　d）断电延时断开动合触点　e）断电延时闭合动断触点

随着电子技术的发展，电子式时间继电器、可编程时间继电器和数字式时间继电器已广泛应用。其定时精度更高，定时时间范围更宽，使用更方便。其控制原理和图形符号与机械式时间继电器相近似。

6. 限位（行程）**开关**　直线式行程开关的外形和结构，分别如图10-11a、b所示。

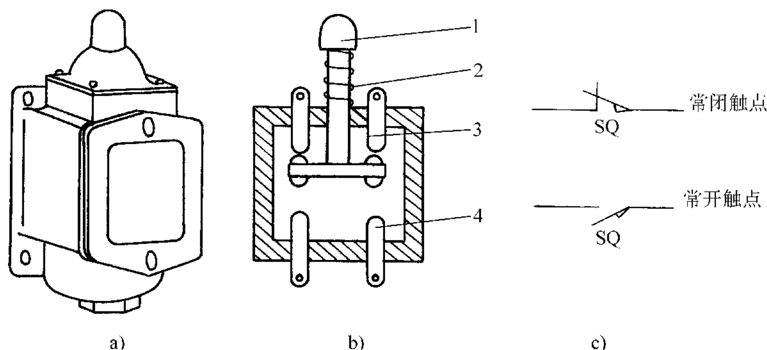


图10-11　行程开关

a）外形　b）结构　c）符号

1—推杆　2—恢复弹簧　3—常闭触点　4—常开触点

首先将行程开关安装在适当位置。当预装在生产机械运动部件上的撞块压下推杆 1 时，行程开关的常闭触点 3 打开，常开触点 4 闭合。撞块离开推杆 1 时，恢复弹簧 2 将推杆和触点恢复原状。

行程开关的常闭触点和常开触点的电路符号，如图 10-11c 所示。

10.2 三相异步电动机的基本控制和基本保护环节

三相异步电动机的控制系统由主电路和控制电路组成。下面介绍几个基本控制系统，通过对一些基本控制系统的掌握，进而能对较复杂的控制系统进行分析和设计。

1. 点动控制 许多生产机械在调整试车或运行时要求电动机能瞬时动作一下，这就叫做点动控制。如龙门刨床横梁的上、下移动，摇臂钻床立柱的夹紧与放松，桥式起重机吊钩、大车运行的操作控制等都是点动控制。

用按钮、接触器组成的电动机点动控制电路如图 10-12 所示。合上电源开关 S，点控 SB_1 按钮，接触器 KM 线圈通电，动合主触点 KM 闭合，电动机 M 通电运行。放开按钮，KM 释放，电动机断电停转。

2. 电动机的直接起动单向连接运转控制电路 在上述点动控制电路中，按钮 SB_1 两端并连接触器的一个动合辅助触点便可实现电动机的连接运转。因为，当接触器线圈通电后，辅助动合触点也闭合，这时放开 SB_1，线圈仍通过辅助触点继续保持通电，电动机继续运行。由于动合辅助触点的这个作用，故称为自锁触点。要使电动机停止运转，可在控制电路中串联另一按钮的动断触点 SB_2，这样按下 SB_2 时，线圈断电，电动机也跟着停转，故该按钮称为停止按钮，而 SB_1 则称为起动按钮。

完整的单向连续运转控制电路如图 10-13 所示。该电路中 FU 起短路保护作用，FR 起过载保护作用，KM 还兼有失电压、欠电压保护作用，去掉自锁触点，可实现点动控制。

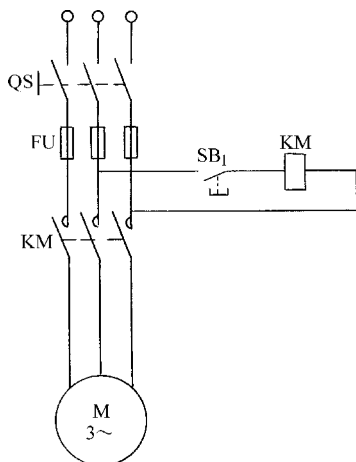


图 10-12 点动控制电路

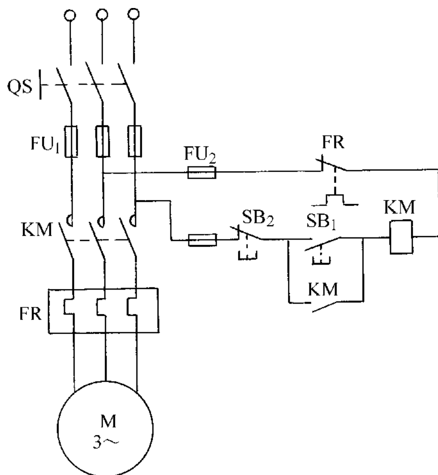


图 10-13 单向连续运转控制电路

3. 电动机的正、反转控制电路 很多生产机械都要求有正、反两个方向的运动，如起重机的升降，机床工作台的进退，主轴的正反转等。这可由电动机的正、反转来实现。

由上一章可知，要使三相异步电动机反转，只要将电动机三相电源线中的任意两根对调连接即可。若在单向运转控制电路基础上再增加一个接触器及其控制电路就可实现这一要求，如图10-14a所示。

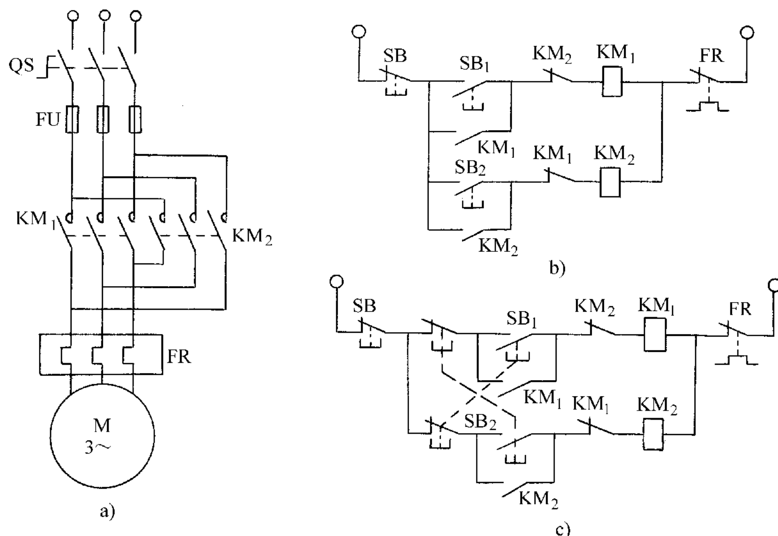


图10-14 电动机正反转控制电路

a）主电路 b）接触器互锁 c）按钮、接触器互锁

由主电路可以看出，若两个接触器同时吸合工作，则将造成电源短路的严重事故，所以在图10-14b中，将两个接触器的动断辅助触点分别串联到另一接触器的线圈支路上，达到两个接触器不能同时工作的控制作用，称为互锁或联锁。这两个动断辅助触点因而称为互锁触点。这种互锁叫接触器互锁。但这种控制电路还有个缺点，就是要反转时，必须先按停止按钮后，再按另一转向的起动按钮才能实现。

图10-14c又采用了复合按钮互锁，即将两个起动按钮的动断触点分别串联到另一接触器线圈的控制支路上。这样，若正转时要反转，直接按反转按钮SB_2，其动断触点断开，正转接触器KM_1线圈断电，主触点断开。与此同时，串联于反转接触器线圈支路中的动断触点KM_1恢复闭合，SB_2动合触点闭合，KM_2线圈通电自锁，电动机就反转。这种电路叫双重互锁控制电路。

4. 多机顺序联锁控制 装有多台电动机的生产机械，有时要求按一定的顺序起动电动机，有的还要求按顺序停机，这就要采用顺序联锁控制。

图10-15为多机顺序联锁控制电路。要求液压泵电动机M_1先起动，使润滑系统有足够的润滑油以后，方能起动主轴电动机M_2。按下SB_1，KM_1线圈通电自锁，KM_1主触点闭合，液压泵电机M_1起动。这时通过KM_1自锁触点，为KM_2线圈通电作准备，这样，按下SB_2，主轴电动机M_2方能起动，如果M_1未起动时，按下SB_2，主轴电动机M_2也不能起动。

电路中的熔断器FU_1、FU_2起短路保护作用；而过载保护由热继电器FR_1和FR_2担任，因为两个热继电器的动断触点是串联的，所以任何一台电动机发生过载而引起热继电器动作，都会使M_1、M_2停止运转。

5. 多处控制 在万能铣床、龙门刨床上，为了便于调整操作和加工，要求在不同地点

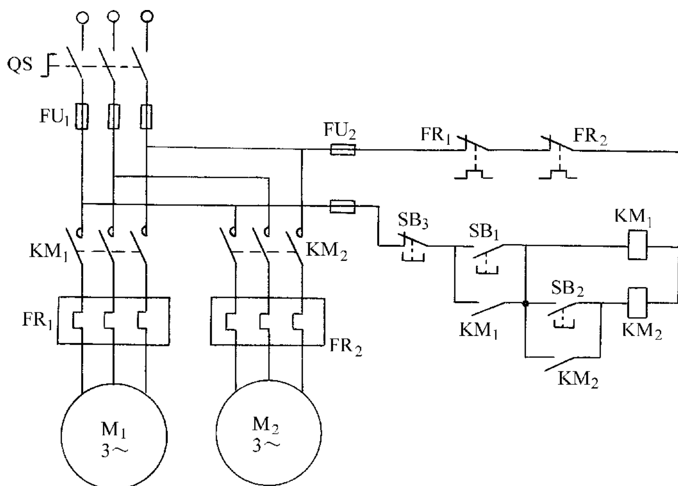


图 10-15　多机顺序联锁控制电路

都能实现同一操作控制作用。这时只要把起动按钮动合触点并联，停止按钮动断触点串联，便可实现多地点控制。

图 10-16 为多地点控制的电路图。

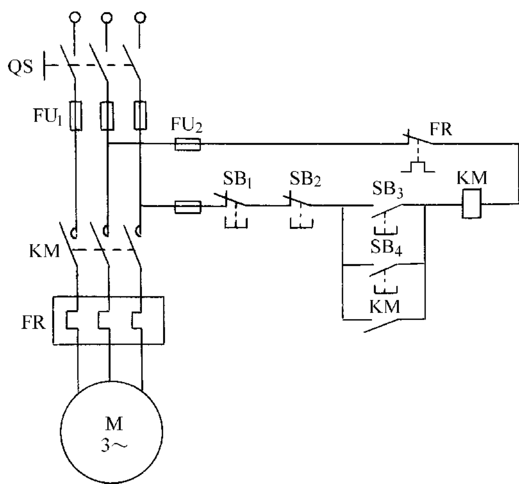


图 10-16　多地点控制电路

6. 时间控制

图 10-17 是三相笼型异步电动机星形-三角形换接减压起动控制电路。

图 10-17 的工作过程如下：先合上电源开关 QS，按下起动按钮 SB_2，接触器 KM_1、KM_2 线圈得电，其主触点同时闭合，电动机定子绕组作星形联结减压起动。KM_1 的动合辅助触点闭合自锁，KM_2 的动断辅助触点断开，与接触器 KM_3 实现互锁。由于时间继电器 KT 的线圈与 KM_1 同时得电，所以，经过预先整定好的时间（丫联结起动时间），通电延时断开的动断触点断开使 KM_2 线圈失电，主触点断开，而延时闭合的动合触点闭合使 KM_3 线圈通电自锁，其主触点 KM_3 闭合将电动机定子绕组联接成△全压正常运行。

7. 行程（位置）控制　图 10-18 所示是工作台自动往复运动示意图和控制电路。其主电路与电动机的正反转控制线路相同。工作原理如下：按下 SB_1，KM_1 线圈通电常开触点闭合，电动机驱动工作台向左运动，直到撞块推动 SQ_1 的推杆，SQ_1 常闭触点打开，KM_1 断电，KM_1 常闭触点闭合。接着，SQ_1 常开触点闭合，KM_2 通电，KM_2 常闭触点断开，常开触点闭合，电动机反转，带动工作台向右运动，直到撞块推动 SQ_2 的推杆，SQ_2 常闭触点先打开，KM_2 断电，KM_2 常闭触点闭合，接着 SQ_2 常开触点闭合，KM_1 线圈通电，电动机又开始正转。如此循环下去工作台则自动往复运动。随时按下 SB 即可使工作台在任意位置停下。

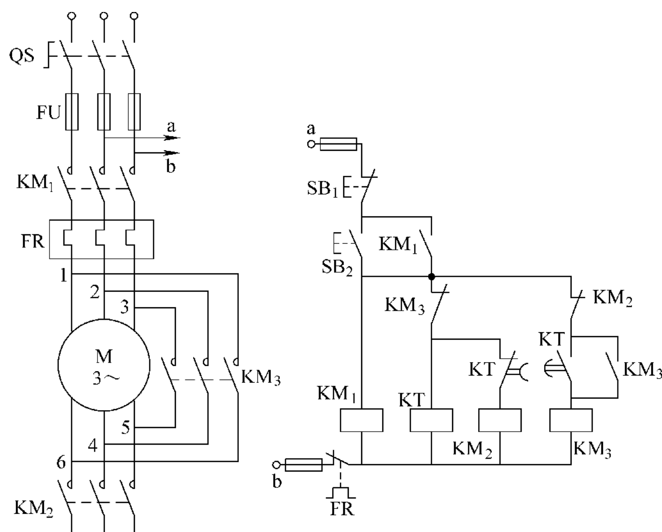


图 10-17　星形-三角形换接减压起动控制电路

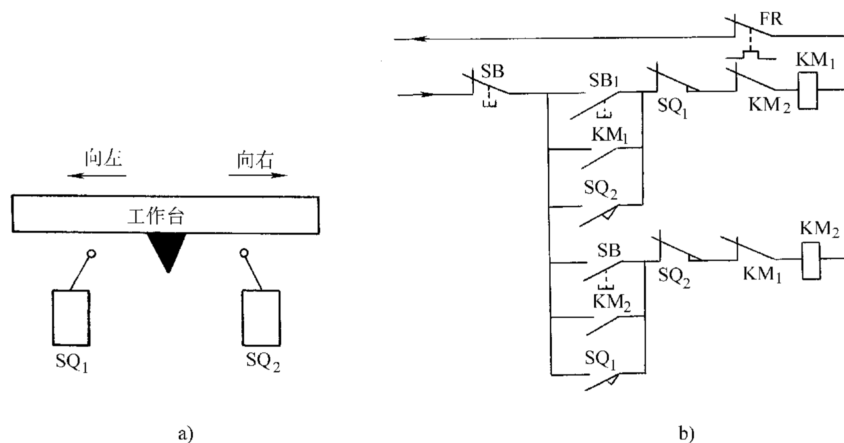


图 10-18　工作台自动往复运动示意图和控制电路
a）工作台往复运动示意图　b）工作台往复运动控制线路

电动机反转起动情况，读者可自行分析。

调整行程开关 SQ_1、SQ_2 的位置或挡块的位置，可改变工作台的行程。

行程开关除用于控制电动机的正、反转外，还可以实现工作台的终端保护、自动循环、制动和变速等要求。

练习与思考

10-2-1　为何采用规范的三相异步电动机起动和停车控制系统（包括主电路和控制电路），而不简单地用刀开关控制起动和停车？

10-2-2　在电动机的基本控制电路中，均要有短路、失电压、过载三种保护措施，都是通过什么电器元件实现的？

小　结

1. 熟悉常用控制电器的结构、原理、功能、图形与文字符号，以便灵活运用。

2. 对控制系统的分析问题，先由主电路（控制目标）分析出控制要求；再由控制电路的起动控钮入手分析其控制过程；分析控制过程时应以执行元件——继电器、接触器的工作状态为核心。

3. 对控制系统的设计问题，要先搞清控制要求（工艺要求）；再设计主电路，主电路应考虑常规的短路、过载、零电压与欠电压等保护措施；然后设计控制电路；最后应保证在出现常规事故和任意操作情况下，系统不会损坏。

4. 绘制（设计）电气控制原理图应遵循以下原则：

1）主电路用粗实线绘出，常画于左方（或上方）；控制电路用细实线画于右方（或下方）。

2）所有电器都按规定的图形符号绘制，同一电器的不同部件分开来画，但应标同一文字符号。

3）控制电路基本上按动作的先后顺序自上而下（或自左而右）平行绘制。

4）触点按未受外力、线圈未通电时的原始状态画出。

5. 建议学习本章内容时，以三相异步电动机的起、停控制系统、正、反转控制系统和Y-△拉接控制系统为重点，掌握电气控制系统的分析与设计的思路与方法，达到举一反三的目的。

习　题

10-1　什么是自锁控制？起自锁作用的主要电器元件是什么？

10-2　什么是互锁（联锁）？它的主要作用是什么？

10-3　多地点操作控制电路的接线原则是什么？

10-4　点动控制和连续运转在线路上的主要区别是什么？

10-5　试画出既能实现对电动机正反转连续运行，又能实现正反转点动控制的电路。

10-6　有两台电动机 M_1 和 M_2，试绘出起动时 M_1 先起动，而停止时 M_2 先停止的顺序的控制电路。用接触器 KM_1、KM_2 分别控制 M_1 和 M_2（只画控制电路）。

10-7　画出题 10-6 的主电路。

10-8　某生产机械由一台 Y132M-4 型三相异步电动机拖动，电动机的功率为 7.5kW，额定电流是 15.4A，起动电流是额定电流的 7 倍，用熔断器作短路保护，熔丝的额定电流应选多大？

10-9　某机床主轴由一台三相笼型异步电动机带动，而润滑泵由另一台三相笼型异步电动机拖动。要求：1）主轴电动机能正、反转；2）主轴电动机必须在液压泵电动机起动后才能起动；3）电路应具有短路、零电压和过载保护。试画出其控制电路图。

10-10　某提升货物的卷扬机，由三相异步电动机拖动，要求提升到位后，自动停止上升，延时 1min 后自动下降，降至原位后又能自动停机。起动、停机控制要求能在上、下两处操作，试设计控制电路的原理图。

10-11　图 10-19 所示电路为某控制电路的一部分，其中时间继电器 KT（断电延时型）的动作时间整定为 7s，SQ 为行程开关。试说明按下起动按钮 SB_1 后接触器 KM_1 何时通电动作？何时断电恢复常态？

10-12　图 10-20 为一个不完整的起重电动机升降点动控制电路。该电路应具有短路、过载和限位保护

功能，且升降到位时能自动停车并有灯光显示。请将电路填补完整，并说明 SQ 的功能。

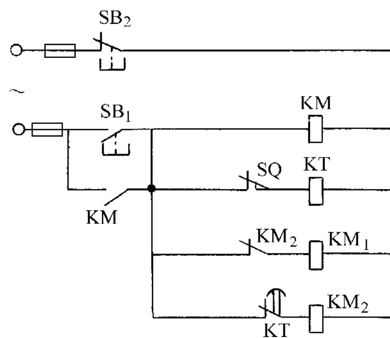


图 10-19　题 10-11 图

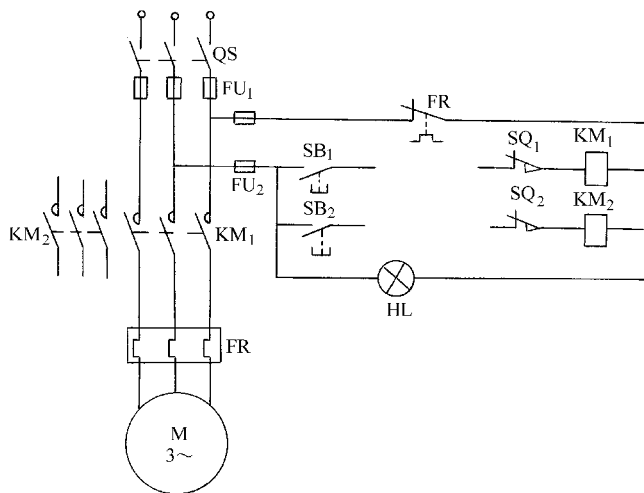


图 10-20　题 10-12 图

第 11 章　其他常用电动机

电动机的种类很多，按电动机工作电源的不同，可分为直流电动机和交流电动机，其中交流电动机还分为单相电动机和三相电动机。按用途可分为驱动用电动机和控制用电动机。

控制电机的基本原理与一般旋转电机相同，都是依据电与磁的相互转换和相互作用的规律工作的。但在结构、性能和用途方面却有很大差异。作为动力使用的一般电动机，其主要任务是转换和传送信号。控制电机种类很多，有直流伺服电动机、自整角机和步进电动机，还有交流伺服电动机、交流测速发电机、旋转变压器等，并且随着自动控制系统和计算装置的不断发展，新原理、新技术和新材料的不断开发，近年来又出现了各种新型控制电机。

本章仅讨论伺服电动机、步进电动机和直流电动机。

11.1　伺服电动机

伺服电动机在自动控制系统和计算装置中作为执行元件，故又名执行电动机，其功能是把所接收的电信号转换为电动机轴上的角位移或角速度输出。伺服电动机按其使用的电源性质可分为交流和直流两大类。

11.1.1　交流伺服电动机

1. 基本结构　交流伺服电动机实质上是一个两相异步电动机。其结构主要分为两大部分，即定子部分和转子部分。定子部分与电容分相式单相异步电动机相似，定子铁心中也安放着空间互成 90°的两相绕组：励磁绕组和控制绕组。励磁绕组始终加上一定的交流励磁电压 u_f，控制绕组上则加上控制信号电压 u_c。定子两相绕组分布图如图 11-1 所示。

转子的结构常用的有笼型转子和非磁性空心杯形转子。笼型转子与三相异步电动机的转子无太大区别，只是笼型转子用高阻率的黄铜、铸铝等做成，且直径较小，其结构如图 11-2 和图 11-3 所示。转子是由转轴、转子铁心和转子绕组等组成，转子铁心由硅钢片叠成，每片冲成带齿和槽的形状，如图 11-4 所示，然后片与片叠压起来套入轴内。铁心的每一槽中放一根导条——转子绕组，两端用短路环固定。如果去掉铁心转子绕组就如同一个笼子，如图 11-3 所示。

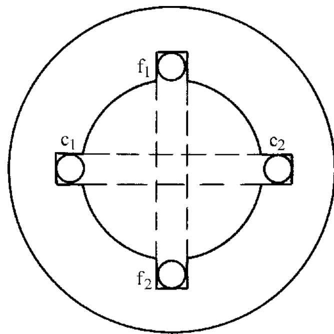


图 11-1　两相绕组分布图

非磁性杯形转子交流伺服电动机的结构如图 11-5 所示。图中外定子与笼型转子伺服电动机的定子完全相同，而内定子是由环形硅钢片叠成，它相当于笼型转子的铁心，其作用是为了减小磁路的磁阻。转子由非磁性材料铝或铜做成薄壁空心杯形，放在内外定子之间，杯子底部固定于转轴上。杯壁薄而轻，厚度一般在 0. 3mm 左右，因而转动惯量小，动作快速灵敏。

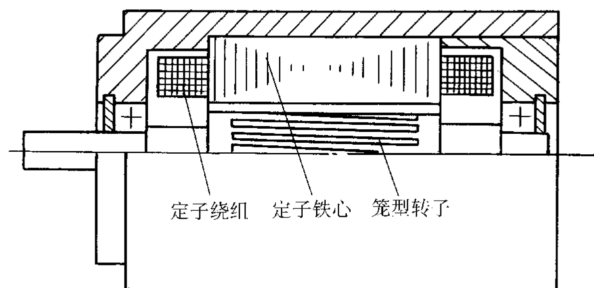


图 11-2　笼型转子交流伺服电动机

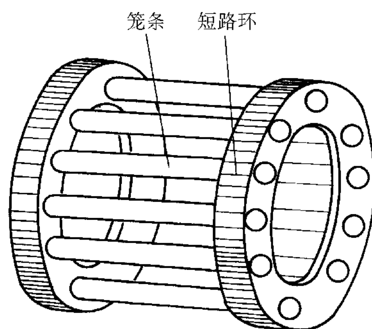


图 11-3　笼型转子导体

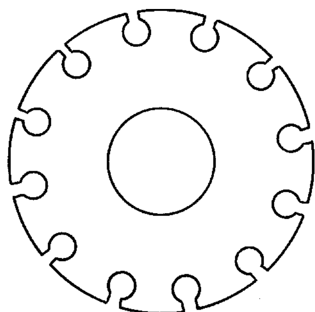


图 11-4　转子铁心冲片

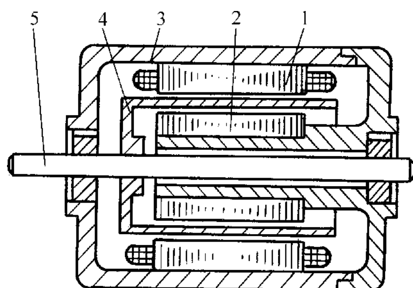


图 11-5　非磁性杯形转子交流伺服电动机结构示意图

1—外定子　2—内定子　3—定子绕组　4—杯型转子　5—转轴

杯形转子与笼型转子虽形状不一样，但实际上，杯形转子可以看作是笼型导条数目非常多的、条与条紧靠在一起的笼型转子，这样，杯形转子就成了笼型转子的一种特殊形式。从在电动机中所起的作用看，二者并无实质的差别，所以在以后分析工作原理时，只以笼型转子为例。

2. 工作原理　交流伺服电动机的电气原理图如图 11-6 所示，1 是控制绕组，2 是励磁绕组，3 是笼型转子。

为分析方便，假设控制绕组 C 与励磁绕组 f 的匝数相等，分别加上大小相等，相位相差 90°的电压 u_c 和 u_f，则产生大小相等、相位相差 90°的电流 i_c 和 i_f，用数学式表示：

$$i_c = I_{cm}\sin\omega t$$

$$i_f = I_{fm}\sin(\omega t - 90°)$$

$$I_{cm} = I_{fm} = I_m$$

其波形图如图 11-7 所示。两相绕组中分别通入这样的电流，就会在定子中产生一个旋转磁场。下面分析不同时间电动机内部所形成的磁场。

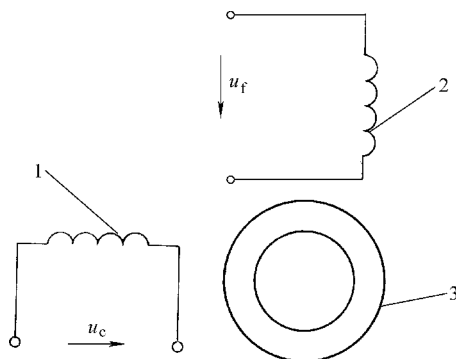


图 11-6　交流伺服电动机电气原理图

假定正值电流从绕组始端 c_1（或 f_1）流入，从末端 c_2（或 f_2）流出，负值电流从绕组末端流入，从始端流出，并用⊕表示电流从纸面流入，⊙表示电流从纸面流出。

$t=t_0$ 时刻，控制电流为零，励磁电流为负最大值，相当于从末端 f_2 流入，从首端 f_1 流出，根据右手螺旋定则判断，产生的磁场方向如图 11-8a 所示，主磁场仅由励磁电流产生，其幅值为 Φ_m。

$t=t_1$ 时刻，控制电流为正最大值，励磁电流为零，控制电流从首端 c_1 流入，从末端 c_2 流出，产生的磁场方向如图 11-8b 所示。此刻的主磁场仅由控制电流产生，合成磁通幅值仍等于 Φ_m，而方向则顺时针转了 90°。

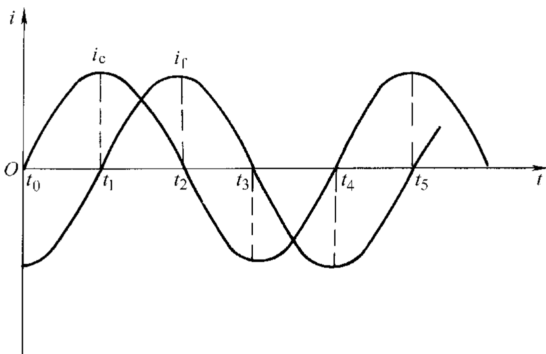


图 11-7　两相对称电流

$t=t_2$ 时刻，励磁电流 i_f 达正最大值，产生的磁通也达到最大值 Φ_m。这时控制电流为零。i_f 从 f_1 流入，从 f_2 流出，产生的磁场方向如图 11-8c 所示。此刻主磁场仅由励磁电流产生，主磁通即为励磁磁通，其幅值大小仍等于 Φ_m，方向则又顺时针转了 90°。

同理可分析出 t_3、t_4、t_5 时刻的磁场方向，如图 11-8d、e、f 所示。

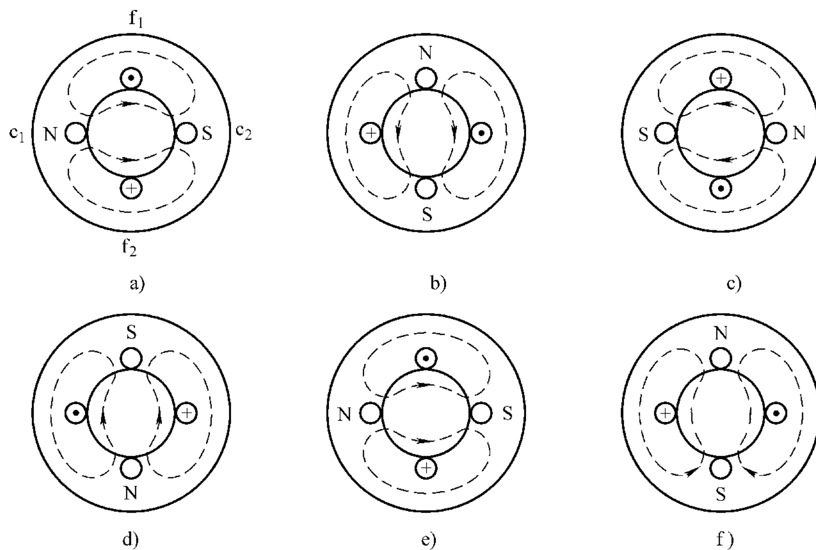


图 11-8　两相绕组产生的圆形旋转磁场

a) $t=t_0$　b) $t=t_1$　c) $t=t_2$　d) $t=t_3$　e) $t=t_4$　f) $t=t_5$

从上面的分析可以看出，当两相对称电流通入两相对称绕组时，在电动机内就会产生一个旋转磁场。实际上，由励磁电流和控制电流所激励的磁通也具有与电流相同的变化规律，见图 11-9a，两个正弦磁通幅值相同。即 $\Phi_{cm}=\Phi_{fm}=\Phi_m$。由于两个绕组的空间位置，决定了 Φ_c 总是在水平方向，而 Φ_f 总是在垂直方向。在研究任一时刻的合成磁场时，可以把 Φ_f、Φ_c 看成是一个空间向量，向量长短和方向代表该磁通在这一瞬间的大小和方向，且规定 Φ_c 为正时方向向右，为负时，方向向左；Φ_f 为正时方向向下，为负时，方向向上。这样合成的磁通在任意瞬时幅值相等，Φ_f 与 Φ_c 变化一个周期，即 i_f 与 i_c 变化一个周期，合成磁通

在空间转了一圈，其轨迹是一个以 Φ_m 为半径的圆，见图 11-9b，其频率与 i_c 或 i_f 相同。

所以，当两相对称交流电流通入两相对称绕组时，在电动机内会产生圆形旋转磁场，简称圆磁场。这与普通三相异步电动机在对称状态下运行时的情况一样，圆磁场在转子上将产生与磁场旋转方向一致的电磁转矩，使转子运转起来。

如果控制电压 u_c 反相，则两相绕组中两相电流的相序随之改变，转子的转向也就改变了。

如果控制电压和励磁电压的大小都随控制信号的减小而同样地减小，并始终保持两者的相位差为 90°，则电动机仍处于对称运行状态，合成磁场仍为圆形磁场，但磁通的幅值变小了，相应的电磁转矩也随之减小。在负载一定的情况下，转子的转速必然下降。可见，控制信号电压 u_c 可以控制电动机的转速 n。负载一定时，控制电压 u_c 越高，转速也越高，在控制电压一定时，负载增加，转速下降。见图 11-10 机械特性曲线。

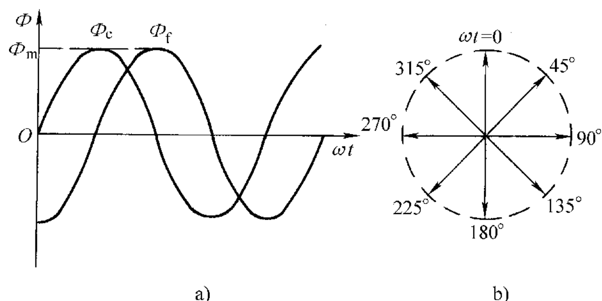


图 11-9　圆形磁场

a）磁通波形　b）合成磁通

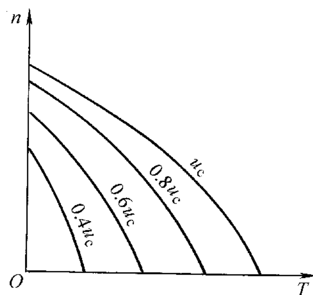


图 11-10　交流伺服电动机的 $n=f(T)$ 曲线

以上分析的是交流伺服电动机处于对称状态的情况，即 u_c 与 u_f 幅值相同，相位差为 90°。

当 u_f 等于额定值，u_c 小于额定值，相位差仍保持 90°；或 u_c 与 u_f 幅值相同，相位差小于 90°，这两种情况均使电动机处于不对称状态。这两种情况下 Φ_f 与 Φ_c 的波形及合成磁通分别如图 11-11a 和 b 所示。可以看出合成磁通末端的轨迹为一椭圆，称为椭圆形旋转磁场。

椭圆磁场也可以如图 11-12 那样分解为两个转速相同，转向相反，但幅值不等的圆磁场。其中 Φ_1 的幅值大，与原椭圆磁场转向相同，称为正向圆磁场；Φ_2 的幅值小，与原椭圆磁场转向相反，称为反向圆磁场。电动机的工作状态越不对称，反向圆磁场的幅值就越接近正向圆磁场。而当电动机处于单相供电状态时，Φ_1 与 Φ_2 幅值相等；电动机处于对称工作状态时，反相圆磁场 Φ_2 幅值为零，只有正向圆磁场。

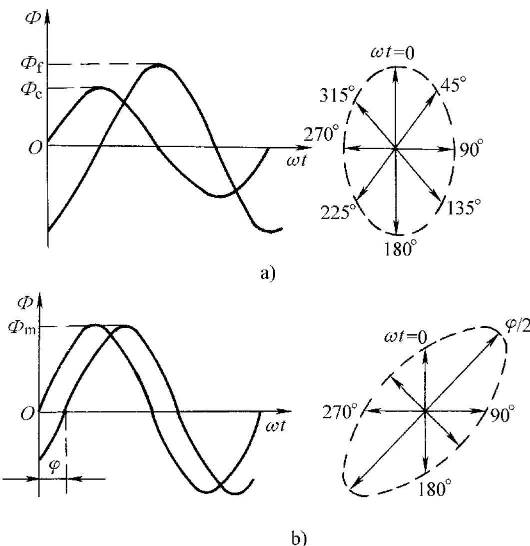


图 11-11　椭圆形旋转磁场

交流伺服电动机在不对称状态下运行时的总电磁转矩 T 应等于正向和反向两个圆磁场分别产生的电磁转矩 T_1 和 T_2 之差。电动机的工作状态越不对称，总电磁转矩 T 就越小，转速就越低。可见，改变控制电压的数值或相位便可控制电动机的转速。

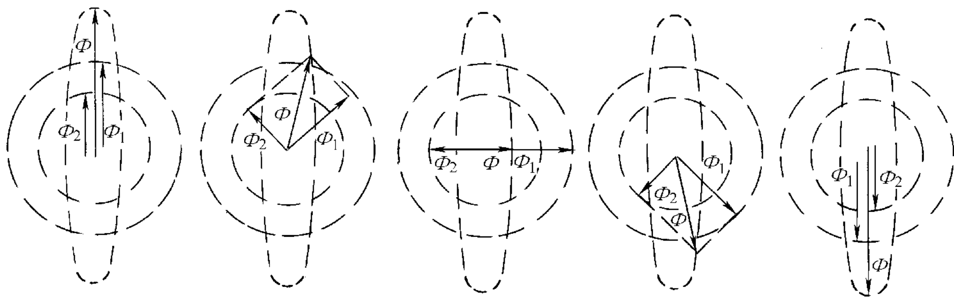


图 11-12　椭圆磁场的分解

综上所述，交流伺服电动机控制转速的方式有以下三种：

（1）双相控制　保持 u_c 与 u_f 相位差 90°不变，同时改变两个电压的大小，可以控制电动机的转速。

（2）幅值控制　保持 u_c 与 u_f 相位差 90°不变，仅改变控制电压 u_c 幅值以控制电动机转速。

（3）相位控制　保持 u_c 与 u_f 幅值相等，均为额定值不变，通过改变二者的相位差来改变电动机的转速。

3. 交流伺服电动机特性　交流伺服电动机的输出功率一般是 0.1～100W。当电源频率为 50Hz 时，电压一般有 36V、110V、220V、380V；当电源频率为 400Hz 时，电压有 20V、36V、115V 等多种。

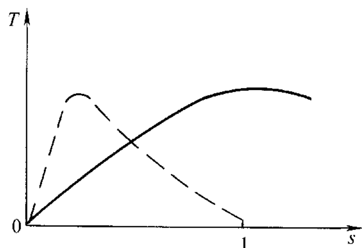


图 11-13　交流伺服电动机 T-s 曲线

交流伺服电动机由于转子电阻很大，所以起动转矩很大，它的临界转差率 s_m 可以等于 1，定子一有控制电压，转子立即旋转。在转差率 s 从 0～1 的范围内，电动机均能稳定运行，如图 11-13 所示，图中虚线部分为单相异步电动机的 T-s 曲线。在控制电压消失后，电动机能立即停转。但是从图 11-10 中可明显看出，交流伺服电动机的转速与转矩间具有非线性关系，也就是它的转速与控制信号 u_c 间是非线性关系。

11.1.2　直流伺服电动机

1. 基本结构　直流伺服电动机按控制方式可分为电枢控制和磁极控制两种。信号电压加在电枢绕组两端称为电枢控制，如永磁式、他励式（励磁电压恒定）均属于电枢控制。信号电压加在励磁绕组两端称为磁极控制。直流伺服电动机的基本结构与普通直流电动机并无本质区别，也是由定子和转子两部分组成。图 11-14 是电动机的外形构造侧视图。图 11-15a、b 分别为他励式和永磁式电动机的剖面图。图 11-16a 为电枢结构图，图 11-16b 为端盖示意图。

（1）定子部分的构造

机壳：它的作用一方面用来固定主磁极、电刷、端盖及绕组出线端子；另一方面，它也

是电动机磁路的一部分，为了保证良好的导磁性能，机壳通常用薄钢作成，外形为圆桶形，见图 11-14。

主磁极：主磁极固定在机壳上。他励式直流伺服电动机的主磁极由主磁极铁心、极掌和励磁绕组构成；永磁式电动机的主磁极由永久磁铁构成。这一部分必须保证电动机空气隙中磁感应强度按设计要求合理分布，如图 11-15 所示。

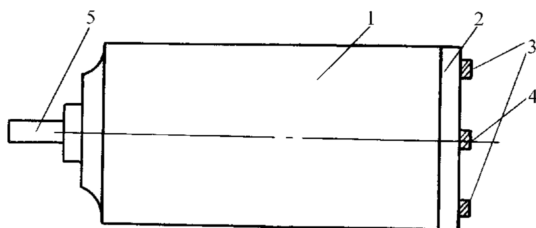


图 11-14　直流伺服电动机外形图

1—机壳　2—端盖　3—电枢绕组出线端

4—励磁绕组出线端　5—转轴

电刷装置与端盖：电刷装置通常是两个固定在端盖上的簧片，其作用是通过电刷与换向器的滑动接触，使电枢电路与外电路相连接，见图 11-16b。端盖的作用是固定电刷装置，即电枢绕组出线端子；对他励式电动机，也是固定主磁极励磁绕组出线端的装置。另外端盖负责将电动机封闭起来同时保持良好散热，通常只需在端盖上加装通风孔。

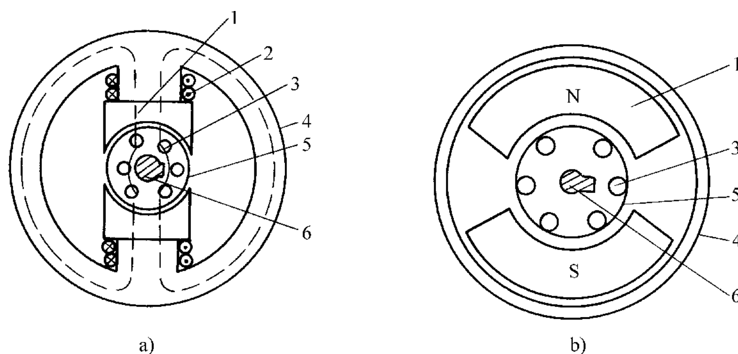


图 11-15　直流伺服电动机剖面图

a）他励式　b）永磁式

1—磁极　2—励磁绕组　3—电枢绕组　4—机壳　5—电枢铁心　6—转轴

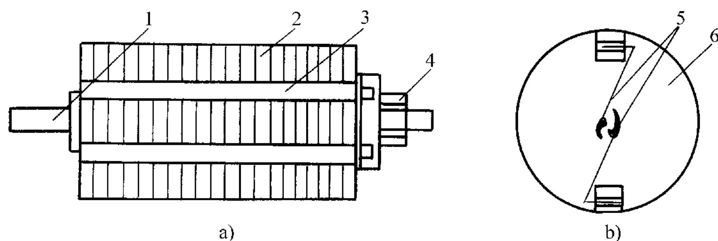


图 11-16　电枢与端盖示意图

a）电枢　b）端盖

1—轴　2—电枢铁心　3—槽　4—换向器　5—电刷　6—端盖

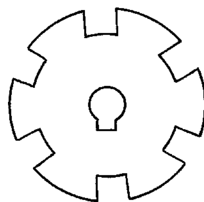
（2）转子部分的构造

电枢铁心：它的作用是安放电枢绕组，同时也是电动机磁路的一部分。通常都用硅钢片叠成。铁心冲片是外环带齿槽的圆环，如图 11-17 所示。

电枢绕组：它的作用是为控制信号电压提供电流通路并获得感应电动势，从而获得起动

转矩。绕组一般用漆包线绕成，均匀分布在电枢铁心的槽内，并按一定的规则联起来，线圈的端部接到换向片上。

换向器：由多个互相绝缘的铜片（换向片）组成，铜片数量与铁心线圈的数量相同。工作时，换向器与电刷保持滑动接触，见图 11-16。


图 11-17　电枢铁心冲片

2. 工作原理　图 11-18 是直流伺服电动机的原理图。图中 N 和 S 是一对固定不变的磁极，用以产生电动机的主磁场。两磁极间置一线圈 *abcd*（即电枢绕组），线圈两端分别接到两个彼此绝缘的半圆形铜环（换向器）上，线圈连同换向器可以绕中心轴旋转。换向器上压着两个固定不动的电刷 *A* 与 *B*，*AB* 之间外加直流电压，*A* 接电源正极，*B* 接电源负极，则线圈中便有电流流过。当线圈处于图 11-18a 所示的位置时，有效边（与磁力线垂直的边）*ab* 在 N 极下，*cd* 边在 S 极，两边中的电流方向为 $a \to b$，$c \to d$。由安培定律可知，两有效边所受的电磁力均为

$$F = BlI$$

式中，I 为导线中的电流（A）；l 为有效边的长度；B 为磁场的磁感应强度。

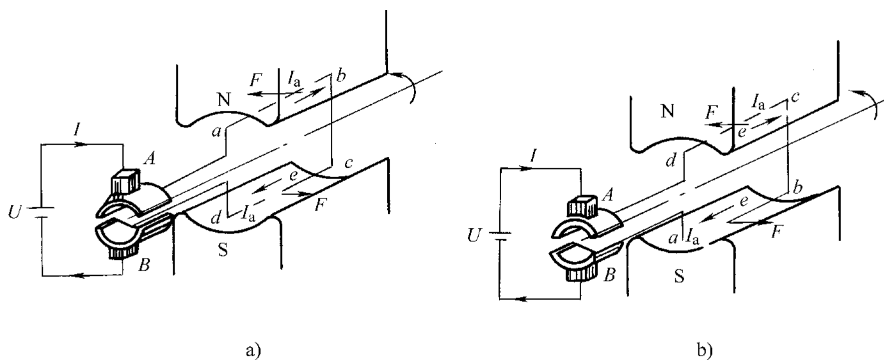


图 11-18　直流伺服电动机原理图

根据左手定则可知，两个 F 的方向相反，形成电磁转矩，驱使线圈逆时针方向旋转。当线圈转过 180°，处于图 11-18b 所示的位置时，*cd* 边处在 N 极上，*ab* 边处在 S 上，而此时流过有效边的电流与原来相反，变为 $d \to c$，$b \to a$。对于位置固定不变的磁极来说，每一极面下有效边中的电流方向始终保持不变，这样，每一极面下有效边的受力方向亦不变，所以电磁转矩方向亦不变。这个转矩驱使线圈一直按逆时针方向旋转。这是问题的主要方面。

另一方面，当线圈转动时，两有效边 *ab* 和 *cd* 切割磁力线，因而产生感应电动势 e。由右手定则可知，其方向与线圈中电流方向相反，因此称为反电动势，在电路中起限制电流的作用，它影响电动机从电源吸取电流的大小。

以上叙述的是直流伺服电动机将电能转换为机械能的工作原理。实际上的电动机，其线圈是下在电枢铁心槽中的，分布均匀，称为电枢绕组，相当于有多个如图 11-18 中的线圈分布在不同的方位上，且每一线圈不是一匝，而是多匝。这些线圈的有效边均在磁场中受到电磁力，形成同一方向的电磁转矩，驱使线圈连同电枢铁心和转轴一同旋转。这时电动机可带动轴上负载运转。

3. 直流伺服电动机的特性

（1）电磁转矩 T　当电枢绕组中流过电流时，一根导体所受电磁力为 $F = BlI$。电动机总的电磁转矩 T 正比于每一根导体所受的电磁力 F。主磁极的磁通 Φ 正比于磁感应强度 B。导体中的电流 I 与从电刷流入或流出的电流 I_a 成正比。因此直流伺服电动机的电磁转矩 T 可表示为

$$T = K_T \Phi I_a$$

式中，K_T 是与电动机结构有关的常数；Φ 是主磁极磁通（Wb）；I_a 为电枢电流（A）。

从上式可以看出，改变 I_a 或 Φ 之中的任一个量，均可达到控制电动机转速与转向的目的。对于电枢控制的直流伺服电动机，Φ 是常数。此时电磁转矩 T 的大小和方向只与电枢电流 I_a 的大小和方向有关。显然，改变控制信号（亦即改变 I_a）的大小和方向，即可改变电动机的转速和转向。同理，对于磁极控制的直流伺服电动机，改变信号电压的大小和方向，相当于改变磁通 Φ 的大小和方向，同样可以控制电动机的转速与转向。

（2）电枢反电动势 E　电动机旋转时绕组切割磁力线必然产生感应电动势 E。此电动势方向与电流方向相反，所以又称之为反电动势。反电动势与磁极磁通 Φ 及转速 n 成正比，可用下式表示：

$$E = K_e \Phi n$$

（3）机械特性与调节特性　由直流伺服电动机的工作原理，可列出电枢控制的电枢回路的电压平衡方程式：

$$U = E + I_a R_a$$

与前述电磁转矩 T 和反电动势 E 方程联立得到电枢控制的直流伺服电动机的机械特性方程：

$$n = U/(K_e \Phi) - R_a/(K_e K_T \Phi^2 T)$$

对于电枢控制的直流伺服电动机，磁极的磁通 Φ 是常数。K_e 与 K_T 均是与电动机有关的常数。R_a 是电枢绕组的内阻，也是常数。这样当电枢电压 U 一定时，直流伺服电动机的机械特性是一直线，如图 11-19 所示。改变电枢电压 U，机械特性曲线平行移动。这表明当电枢电压一定时，电动机转速与电磁转矩间具有良好的线性关系。

机械特性的下降斜率代表着机械特性的软硬程度。斜率大，机械特性就软，反之斜率小，机械特性就硬。一般来说，直流伺服电动机的机械特性是属于硬特性。

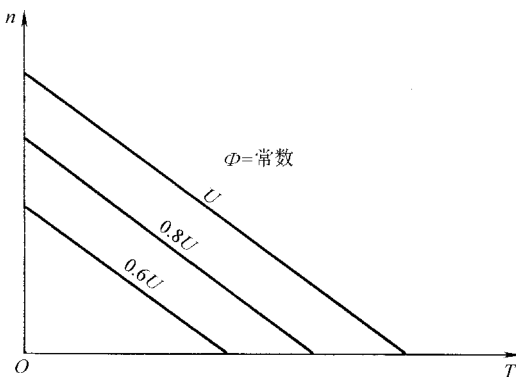


图 11-19　直流伺服电动机的机械特性

当电动机的负载转矩不变（电磁转矩 T 也不变）时，稳态转速 n 随控制电压 U 变化的关系称为电动机的调节特性。实际上它也是一直线，且不过原点，如图 11-20 所示。当控制信号电压（电枢电压）U 大于 U_0 时，电动机开始起动。这一电压 U_0 称为某一负载时的死区电压。它是由电动机的总阻矩引起的。对于不同的负载，死区电压是不同的，但调节特性的斜率是不变的。从调节特性可以看出，对于固定负载的直流伺服电动机，其控制电压和转速间具有较为理想的线性关系，所以在工程上，电枢控制方式用得比较多。

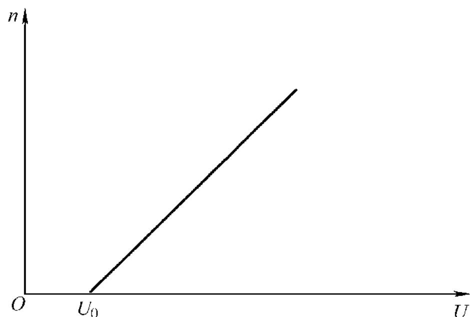


图 11-20　直流伺服电动机的调节特性

11.1.3　应用举例

1. 自动平衡电子电位差计　图 11-21 是交流伺服电动机在电子自动平衡电位差计原理。

电子自动平衡电位差计由测量桥路、检测部分、电子放大器、伺服电动机、平衡机构及指示、记录等几个基本部分构成。其测量原理是电压平衡法。图中电桥的 4 个桥臂分别由电阻 R_1、R_2、R_3、R_4 及滑线电阻 R_5 组成，它实际上是一测量温度的仪器。热电偶将温度信号变成电压（直流）信号 E_t，加在电桥的 AB 端，电桥的 CD 端加直流电源电压 E，这样就有电流 I_1、I_2 分别流过桥臂，由于被测信号 E_t 比较小，流过各桥臂电流将始终不变。当信号 E_t 为零时，电路参数的选择会使滑线变阻器的滑动触点停在中间点 A 的位置上，即 A、B 两点电位相等，送入放大器的偏差信号 $\Delta E=0$。

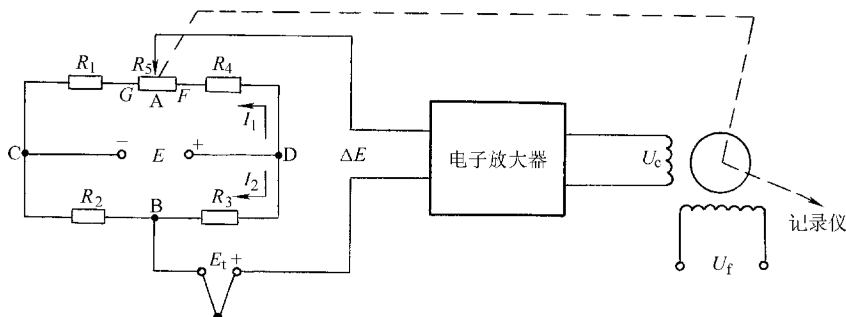


图 11-21　电子自动平衡电位差计原理

电子放大器的作用，是将微弱的直流偏差信号首先调制成交流信号，然后将此信号进行隔离放大，最后获得一个可以足够推动交流伺服电动机的信号。

当被测点温度升高，热电偶信号 E_t 增大，放大器输入端接受的不再是零偏差信号，而是 $\Delta E=E_t$。放大器将此信号放大，驱使电动机带动变阻器滑动端向右滑动，使 A 点电位升高，电桥重新达到平衡，偏差信号 ΔE 再一次变为零，电动机停转，滑动端稳定。同时，伺服电动机也带动记录仪完成记录。

当 E_t 减小，放大器接受另一方向的偏差信号，经放大后，将使电动机反转，带动变阻器滑动端向左滑动，使 A 点电位回落，电桥再一次达到平衡。总之，只要有偏差信号存在，放大器就会有输出，根据偏差信号的极性，推动伺服电动机正转或反转，以使电桥达到新的平衡。被测温度将与变阻器滑动端具有一一对应关系，这就是电位差计测量温度的原理。

显然，一个未知的电压信号 E_x，或其他可以转换成电压信号的量（如温度、压力等）均可用电子电位差计测量。

2. 电火花加工装置　图 11-22 是直流伺服由动机用于电火花加工装置中以维持最佳火花间隙的电路示意图。图中可变电阻的两部分和电阻 R_2 以及加工工件与工作电极之间的火花间隙构成电桥的 4 个桥臂。电桥的 CD 端接直流电源 E，AB 端接直流伺服电动机的电枢绕组。电动机通过减速器控制加工电极的位置。加工击穿电压可通过 R_2 来调节。如果电极间

隙内不打火花，火花间隙电阻无穷大，电桥处于不平衡状态，将有电流自电源正极经 R_2 流经伺服电动机电枢绕组，再经 R_1 下部分流回电源负极。因此直流伺服机起动，通过减速器带动加工电极向加工工件靠近，同时，脉冲发生器电容 C 充电。当火花间隙的距离和两端电压达到一定数值时，间隙被击穿，电容 C 放电，工件被电火花加工。此时，火花间隙的电阻突然下降，电枢电流反向，从 C→A→B→D，电动机反转，带动加工电极迅速离开加工工件。之后，再重开始上述循环。

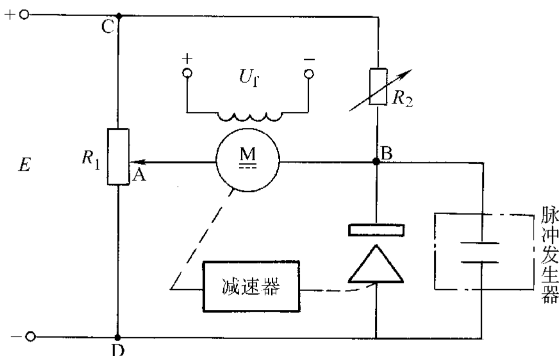


图 11-22　电火花加工装置原理示意图

以上是伺服电动机应用的两个实例。作为执行元件，伺服电动机在各类自控系统及计算装置中的应用不胜枚举，例如：雷达天线的自动跟踪系统，导弹、飞机、舰船的自动导航系统，水位、温度的自动调节系统等，都离不开伺服电动机。

练习与思考

11-1-1　简述交流伺服电动机的工作原理。

11-1-2　如何改变交流伺服电动机的转向与转速？通常采用哪些方法？

11-1-3　交流伺服电动机有哪些优缺点？

11-1-4　直流伺服电动机控制转速的方法有哪几种？控制方法上有什么不同？

11-1-5　直流伺服电动机实际空载转速是否等于理想空载转速？为什么？

11-1-6　怎样改变直流伺服电动机的旋转方向？

11-1-7　比较交、直流伺服电动机的优缺点。

11.2　步进电动机

步进电动机也称脉冲电动机，是一种将输入脉冲信号转换成输出轴的角位移或直线位移的执行元件。这种电动机每输入一个脉冲信号，电动机就转动一定的角度或前进一步，因此输出轴转过的总角度是与输入脉冲数成正比的，而输出轴的转速则是与脉冲频率成正比的。

11.2.1　步进电动机的结构

步进电动机的种类繁多，按励磁方式可分为反应式、永磁式和感应式三种。其中反应式步进电动机具有惯性小、反应快、结构简单等特点，应用比较普遍，所以本节只介绍反应式步进电动机。

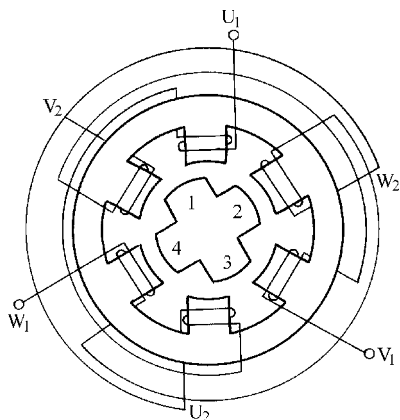


图 11-23　三相反应式步进电动机结构示意图

图 11-23 是反应式步进电动机的结构示意图，定子和转子都用硅钢片叠成。定子上有均匀分布的 6 个磁

极，磁极上绕有控制（励磁）绕组，相对两个极上的绕组串联起来组成一相，6 个磁极共有三相绕组，每相绕组接法如图 11-23 所示。显然这是一个三相电动机。步进电动机还可做成四相、五相、六相等，但至少要有三相，否则不能形成起动力矩。步进电动机的转子是一柱形，沿圆周有小齿，为了分析方便，假定转子上有 4 个均匀分布的小齿，如图 11-23 所示。

11.2.2　步进电动机的工作原理

步进电动机工作时，驱动电源将脉冲信号电压按一定的顺序轮流加到定子三相绕组上，按其通电顺序的不同，三相反应式步进电动机可以有单三拍、六拍和双三拍工作方式。

1. 三相单三拍控制　“三相”指三相步进电动机；“单”指每次只给一相绕组通电，“三拍”指通电三次完成一个通电循环。

图 11-24 为步进电动机三相单三拍控制步进电动机工作原理图。当 U 相绕组单独通入电脉冲时，由于磁力线总是力图从磁阻最小的路径通过，即要建立以 U_1U_2 为轴线的磁场，因此在反应转矩的作用下（见图 11-24a），使转子齿 1、3 和定子磁极 U_1U_2 对齐。U 相脉冲结束后，V 相通入脉冲，又会建立以 V_1V_2 为轴线的磁场（见图 11-24b），靠近 V 相的转子齿 2、4 将转到与 V_1V_2 极对齐的位置。这样转子顺时针转过 30°角。而当 V 相脉冲结束，W 相通入脉冲后，靠近 W 相的转子齿将转到与 W_1W_2 极对齐的位置（见图 11-24c），转子又顺时针转了 30°角。如果按着 U→V→W→U→…的顺序通电，则转子按顺时针方向一步一步转动，每步转过 30°。这个角度称为步距角。电动机的转速取决于脉冲的频率，频率越高，转速越高。如果通电顺序改为 U→W→V→U…，则电动机反转。

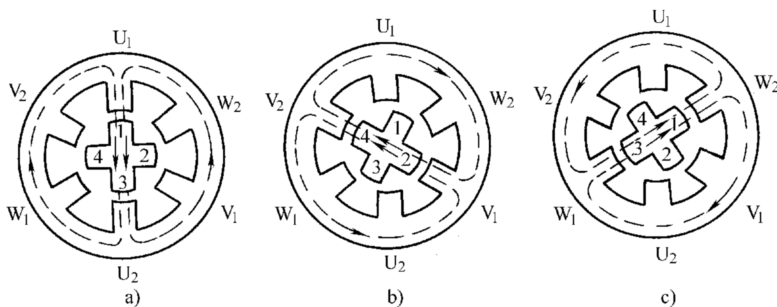


图 11-24　三相单三拍控制时步进电动机工作原理图
a）U 相通电　b）V 相通电　c）W 相通电

2. 三相单、双六拍控制　这种控制方式中通电顺序按 U→UV→V→VW→W→WU→U…进行，即一开始 U 相绕组通电，而后是 U、V 两相同时通电，然后是 V 相通电，接着是 V、W 两相同时通电…当 U 相单独通电时，转子将转到图 11-24a 所示的位置。当 U、V 两相同时通电时，转子将转到图 11-25a 所示的位置。以后情况以此类推，每转换一次，步进电动机顺时针旋转 15°，即步矩角为 15°。若通电顺序反过来，变为 U→UW→W→WV→V→VU→U…则电动机反转。在这种控制方式时，定子三相绕组经 6 次换接完成一个循环，故称六拍控制。这种方式因转换时始终保证有一相通电，故工作比较稳定。

3. 三相双三拍控制　双三拍控制方式是每次有两相绕组同时通电，即按照 UV→VW→WU→UV…顺序通电。其步距角仍然是 30°。若通电顺序反过来，则步进电动机反转。

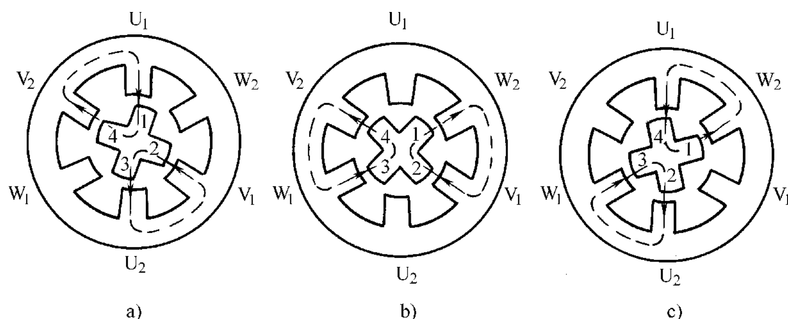


图 11-25　双三拍控制时步进电动机的工作原理
a）U 和 V 相通电　b）V 和 W 相通电　c）W 和 U 相通电

当首先 UV 两相同时通电时，由于 UV 两相的磁极对转子齿都有吸引力，所以转子将转到如图 11-25a 所示的位置。而当 U 相绕组断电，VW 两相绕组同时通电时，同理，转子将转到图 11-25b 所示的位置。当 WU 两相同时通电时，转子会转到图 11-25c 的位置。

由于双三拍控制时，每次都有两相绕组通电，在转换中始终都有一相保持通电，因此工作比较平稳。

由以上的讨论可以看到，无论采用何种方式控制，步距角 θ 与转子齿数 z_r 和拍数 m 之间都存在着如下关系：

$$\theta=\frac{360°}{z_r m}$$

如三相单三拍控制时，$z_r=4$，$m=3$（拍），则步距角应为 $\theta=360°/(4\times3)=30°$。而三相六拍控制时，转子齿数 $z_r=4$，拍数 $m=6$，则步距角 $\theta=360°/(4\times6)=15°$。

转子每经过一个步距角相当于转了 $1/(z_r m)$ 圈，若脉冲频率为 f，则转子每秒钟就转了 $f/(z_r m)$ 圈，所以转子每分钟的转速为

$$n=\frac{60f}{z_r m}$$

由此可见，步进电动机的转速与脉冲频率成正比。

在实际应用中，为了使步进电动机运行平稳，要求步距角越小越好，通常为 3°或 1.5°。减小步距角的途径有两个，一是增加相数（即增加拍数），二是增加转子的齿数。由于增加相数会使驱动电源复杂化，所以较好的办法还是增加转子的齿数。图 11-26 为步进电动机的典型结构图。图中转子的齿数 $z_r=40$，定子每一极上也开了 5 个齿。当 U 相绕组通电时，U 相磁极下的定、转子齿应全部对齐，而 V、W 相上的定、转子齿依次错开 1/3 个齿距角，这样在 U 相断电而别的相通电时，转子才能继续转动。当采用单三拍运行时

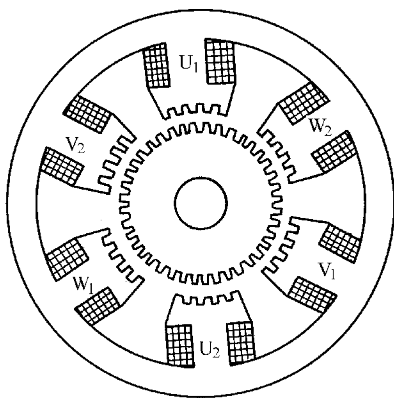


图 11-26　步进电动机典型结构图

$$\theta=\frac{360°}{z_r m}=\frac{360°}{40\times3}=3°$$

采用六拍运行时

$$\theta = \frac{360°}{z_r m} = \frac{360°}{40 \times 6} = 1.5°$$

11.2.3　步进电动机应用实例

如前所述，步进电动机可直接将电脉冲信号变换成相应的机械位移，正好符合数字控制系统的要求。并且它的主要特点是能够实现精确位移、精确定位、无积累误差。因此步进电动机的应用越来越广泛。

石英手表中的步进电动机　第三代石英电子手表是用石英振荡器、CMOS 电路和特微型步进电动机（体积大约为 $2mm^2 \times 5mm$ 或 $2mm^2 \times 3mm$）来代替传统机械手表的发条、游丝和擒纵机构等高精度零部件。不仅走时精度大大提高，每日时差不到 1s。而且制造简单、成品率高、使用方便、寿命长。

石英手表的结构框图如图 11-27 所示。其工作原理是石英振子产生高稳定的频率信号，频率为 32768Hz，经 CMOS 固体电路组成的 15 个二分频的分频电路和功率放大器将信号放大，以每秒一个脉冲，推动微型步进电动机轴旋转 180°，由电动机轴经轮系传动带动秒针、分针和时针进行计时。

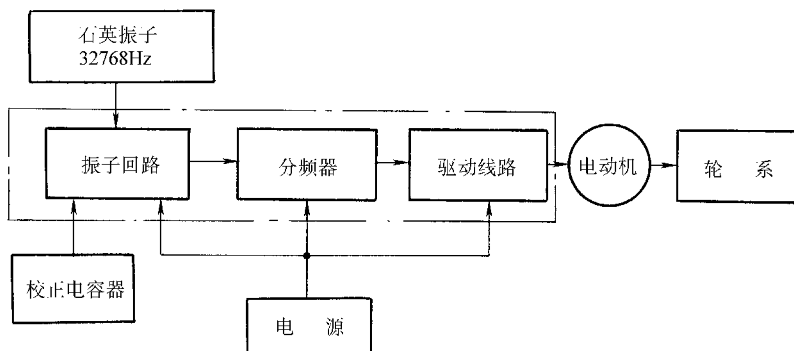


图 11-27　石英手表结构框图

石英手表的精确度完全由高稳定度的石英振子所决定的。石英振子是一个极小的薄圆形带叉头状的振荡器，当施加电压后，其振频为 32768Hz。为了获得长期的稳定振荡及避免外界干扰，一般均将石英振子封装在圆柱形的真空管内。石英手表的电源，由于体积限制，只能使用小容量的纽扣电池。而一个纽扣电池使用的时间一般指标为一年以上，国外有些厂家将指标定为三年。

作为步进电动机而言，驱动的脉冲频率越低，则所消耗的能量越小。同时，由于手表是以秒为计时单位的，因此往往分频到 1s 一个脉冲信号。这说明功放管最大允许通电时间为 1s。而实际通电时间是由脉冲信号的脉冲宽度决定的。1s 仅是脉冲信号的周期。脉冲宽度依表的不同而有三种规格：3.4、5.8 或 7.8ms。可见，功放管的通电时间仅为千分之几秒，也就是说，电动机在千分之几秒时间内，以一定的电流进行励磁，则电动机产生一个冲击力矩，带动手表轮系转动。由于齿轮系基本上是一个惯性负载，当冲击力矩起动惯性轮系后，脉冲电流随即消失，而轮系依靠惯性继续转动到下一个脉冲的起动位置。脉宽的选择首先应

保证电动机和齿轮系将不会产生振荡，其次应注意节能。

石英手表的机械传动系统是：当电动机轴转过180°，秒针走1s；即360°/60 = 6°，则从电机轴到秒针的传动比为180°/6° = 30，通常分为2级传动；而秒针到分针的传动比为60，则电动机到分针的传动比为30 × 60 = 1800；分针到时针的传动比为60，则电动机到时针的传动比为30 × 60 × 60 = 108000。

练习与思考

11-2-1　如何控制步进电动机的输出角位移或线位移量，转速或线速度？

11-2-2　步进电机技术数据中标的步距角有时为两个数，如步距1.5°/3°，试问这是什么意思？

11.3　直流电动机

由于直流电动机有较大的起动转矩和良好的调速性能，所以，对于需要较大的起动转矩和对调速要求较高的生产机械，如大型起重机械、矿井提升设备、电气机车和龙门刨床、轧钢机、造纸机等仍大量采用直流电动机拖动。但直流电动机构造复杂，价格昂贵，可靠性较差，维修较难。随着电力电子元器件的发展，交流调速理论的完善和交流调速器性能的进一步提高，促进直流电动机向无刷和电子控制方向发展。本节简述直流电动机的构造、工作原理和分类，以后各节再扼要分述其机械特性、调速方法和实际应用中的一些有关问题。

1. 构造　直流电动机由定子和转子两大部分组成。图11-28为其结构示意图。

定子主要包括机座、主磁极与换向极（磁极铁心上绕有励磁绕组）、电刷装置、端盖和接线盒等部件。

转子主要包括电枢（铁心上安放有电枢绕组）、换向器、冷却用风扇和转轴等部件。由换向器通过电刷将旋转的电枢与外电路相连接，其作用是把电动机外部的直流电流变成内部的交流电流，使某磁极下的电枢导体电流方向不变。

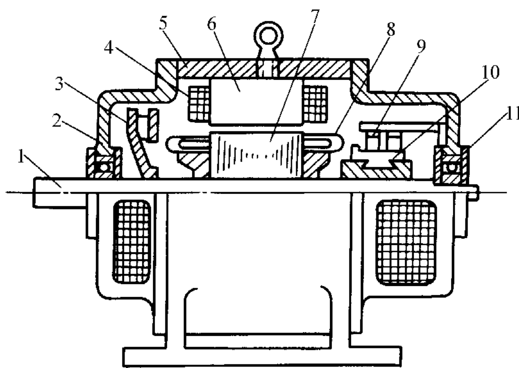


图11-28　直流电动机结构示意图

1—轴　2—端盖　3—风扇　4—励磁绕组　5—机座　6—磁极　7—电枢　8—电枢绕组　9—电刷　10—换向器　11—轴承

2. 工作原理　任何电机的工作原理都是建立在电磁感应和电磁力基础上的，直流电动机也一样，其转动原理已在中学物理中阐明。对于直流电动机，由于磁场是固定静止的，所以要使转子沿某一方向转动，就要保持每一磁极下电枢导体的受力方向不变，这就必须设置换向器、电刷装置，保证每一磁极下电枢导体电流方向不变来实现。

直流电动机的工作原理与前一节（11.1.2）直流伺服电动机相同，这里就不再重复了。

3. 分类　按励磁方式不同，直流电动机可分为：他励直流电动机；并励直流电动机；串励直流电动机；复励直流电动机。图11-29a、b、c、d分别是它们的结构原理图。

4. 他励直流电动机的机械特性　他励直流电动机的机械特性方程为（参见11.1.2）

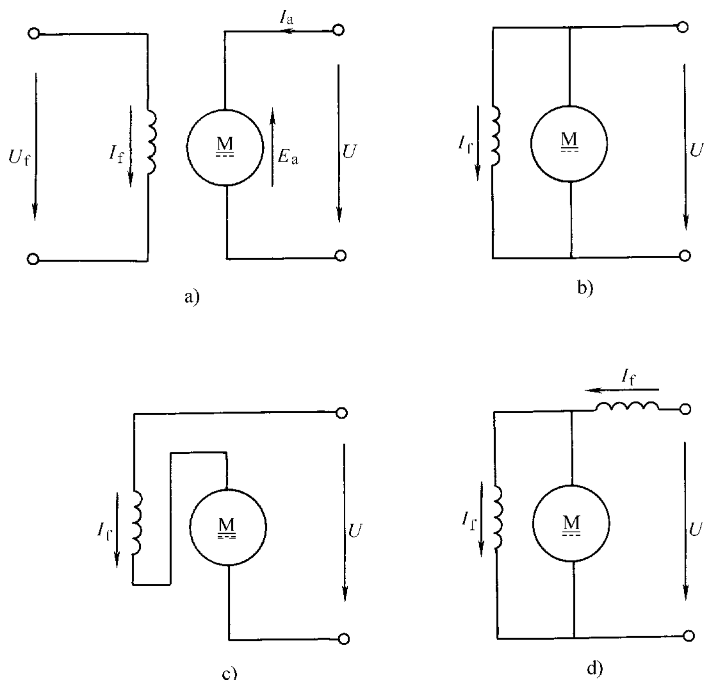


图 11-29　直流电动机分类

$$n=\frac{U-R_aI_a}{K_e\Phi}=\frac{U}{K_e\Phi}-\frac{R_a}{K_eK_T\Phi^2}T$$

当 U、Φ 不变时

$$n=n_0-bT=n_0-\Delta n$$

式中

$$n_0=\frac{U}{K_e\Phi}$$

称为他励直流电动机的理想空载转速，而 $b=R_a/(K_eK_T\Phi^2)$ 是一个很小的常数。由此可见，他励直流电动机的机械特性是一条 n 随 T 的增大而略有下降的直线，如图 11-30 所示，属硬特性。

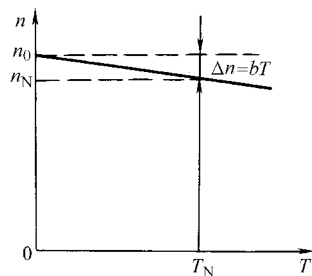


图 11-30　他励直流电动机的机械特性

并励直流电动机的机械特性与他励直流电动机一样。

例 11-1　已知一台他励电动机的技术数据如下：额定功率 $P_N=5.5\text{kW}$，电枢的额定电压 $U_N=110\text{V}$，额定电流 $I_{aN}=59\text{A}$，额定转速 $n_N=1500\text{r/min}$，电枢电阻 $R_a=0.2\Omega$。试粗略画出这台电动机的机械特性。

解　他励直流电动机的机械特性是一条略为向下倾斜的直线，可根据理想空载运行点（$n=n_0$，$T=0$）和额定负载运行点（$n=n_N$，$T=T_N$）画出。

根据

$$n=\frac{E_a}{K_e\Phi}=\frac{U-R_aI_a}{K_e\Phi}\qquad n=\frac{U-R_aI_a}{K_e\Phi}=\frac{U}{K_e\Phi}-\frac{R_a}{K_eK_T\Phi^2}T$$

得
$$\frac{n_0}{n}=\frac{U_N}{U_N-R_aI_{aN}}$$
代入数据得
$$n_0=\frac{U_N}{U_N-R_aI_{aN}}n_N=\frac{110\times1500}{110-0.2\times59}\text{r/min}=1680\text{r/min}$$
对应于 n_N 的额定输出转矩为
$$T_N=9550\frac{P_N}{n_N}=9550\times\frac{5.5}{1500}\text{N}\cdot\text{m}=35\text{N}\cdot\text{m}$$
忽略机械摩擦和铁损，可认为额定运行状态下的电磁转矩近似等于额定输出转矩，这样便可绘出这台电动机的机械特性曲线如图11-31所示。

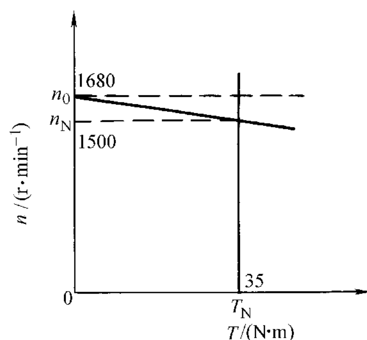


图11-31 例11-1图

5. 他励直流电动机的起动、反转和调速 在使用直流电动机时，一定要先接通励磁回路，起动时要满励磁，工作过程中也不许断开励磁回路。

（1）起动 直流电动机不允许在额定电压 U_N 下直接起动。因为当电枢接通电源起动瞬间，$n=0$，$E_e=K_e\Phi n=0$，所以得起动电流为
$$I_{st}=\frac{U-E_a}{R_a}=\frac{U}{R_a}$$
由于 R_a 很小，所以额定电压下直接起动时，I_{st}很大，一般可达额定电流的10~20倍。这是电枢绕组、尤其是换向器所承受不了的。同时，过大的起动转矩会产生很大的机械冲击，易造成传动机构的损坏。

通常，直流电动机的起动电流不应超过额定电流的1.5~2.5倍。限流的方法可以用增加电枢电路电阻或降低电枢两端电压来实现。

采用电枢串联电阻起动时，起动电阻可用下式计算：
$$R_{st}=\frac{U}{I_{st}}-R_a=\frac{U}{(1.5\sim2.5)\ I_N}-R_a$$
随着转速的上升，应逐渐减小起动电阻，待起动过程结束时将 R_{st}全部短接，电动机进入正常运行，如图11-32所示。

若有专用的可调直流电源，则可采用减压起动方法。

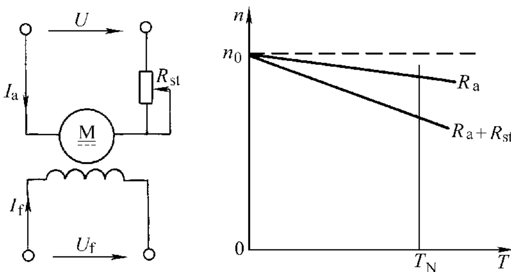


图11-32 电枢串联电阻起动

必须注意，直流电动机在起动或工作时，励磁电路一定要接通，不能让它断开（起动时要满励磁）。否则，由于磁路中只有很小的剩磁，就可能发生下述事故：①如果电动机是静止的，由于转矩太小（$T=K_T\Phi I_a$），它将不能起动，这时反电动势为零，电枢电流很大，电枢绕组有被烧坏的危险；②如果电动机在有载运行时断开励磁电路，反电动势立即减小而使电枢电流增大，同时由于所产生的转矩不能满足负载的需要，电动机必将减速而停转，更加促使电枢电流的增大，以致烧毁电枢绕组和换向器；③如果电动机在空载运行，它

的转速可能上升到很高值（这种事故称为“飞车”），使电动机遭受严重的机械损伤，而且因电枢电流过大而将绕组烧坏。

（2）反转　直流电动机的转动方向，由电枢导体中电流的方向和电枢表面磁场的方向决定。所以，只需改变电枢电流的方向或磁场的方向，便可以改变电动机的转向。通常是采用改变电枢电流 I_a 方向的方法。

（3）调速　由机械特性方程式

$$n = \frac{U}{K_e \Phi} - \frac{R_a}{K_e K_T \Phi^2} T$$

可知，在负载一定时，改变电枢电压、电枢电路电阻和磁通 Φ 都可以达到调速的目的。

1）调压调速　这种调速方法是在 Φ 不变，电枢电阻 R_a 不变的条件下，通过降低电枢端电压 U 来进行的。U 降低时，理想空载转速 $n_0 = U/(K_e\Phi)$ 下降了，但 $\Delta n = bT$ 不变，所以对应于不同电压的机械特性是一组平行线，如图 11-33 所示。这种调速方法属于恒转矩调速。它只许降压而使转速 n 往下调。

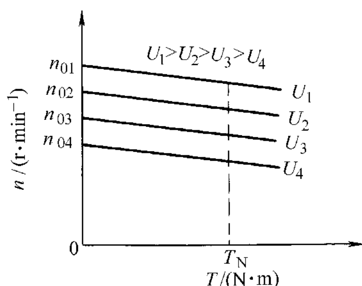


图 11-33　改变电枢电压的机械特性

调压调速的优点是机械特性硬度不变，调速范围大，可实现无级调速。但需用电压可调的直流电源。目前已普遍采用晶闸管可控整流电源来实现。

例 11-2　一台他励直流电动机，其铭牌数据为 $U_N = 110V$，$I_{aN} = 23.67A$，$I_{fN} = 1.33A$，$n_N = 1500r/min$，并已知 $R_a = 0.4\Omega$。若负载转矩 $T_L = 0.85T_N$，采用降低电枢电压调速，试求当电枢电压降低 10% 时电动机的转速。

解　在额定状态时

$$K_e\Phi = \frac{E_a}{n_N} = \frac{U_N - I_{aN}R_a}{n_N} = \frac{110 - 23.67 \times 0.4}{1500} = 0.06702$$

当电枢电压降低 10% 时

$$U_a = (1 - 0.1)U_{aN} = 0.9 \times 110V = 99V$$

因为 Φ_N 不变，所以 $I_a \propto T_L$

当 $T_L = 0.85T_N$ 时，$I_a = 0.85I_{aN}$

所以
$$n = \frac{U_a - 0.85I_{aN}R_a}{K_e\Phi} = \frac{99 - 0.85 \times 23.67 \times 0.4}{0.06702} r/min = 1357 r/min$$

2）调磁调速　这种调速方法是指 U、R_a 不变时，增大 R_f，使 I_f 减小，从而减弱 Φ 来实现的。原理接线如图 11-34a 所示。由 n-T 关系式可知，Φ 减小时，理想空载转速 n_0 将增大，且转速降 Δn 也增大，特性曲线变陡、变软，如图 11-34b 所示。因为电动机额定运行时，磁路已接近饱和，所以通常只允许减弱磁通使转速 n 往上调。

由 $T = K_T\Phi I_a$ 可知，若负载转矩 T_L 不变，则 Φ 减小时，I_a 增大，但不能超过额定电流，即 Φ 不能无限制地减小。所以这种调速方法只适用于转矩与转速约成反比而输出功率基本不变（即恒功率调速）的场合，如金属切削机床。

这种调速方法的优点是调速经济、平滑，属无级调速，控制方便。

例 11-3　如果在额定负载情况下，例 11-2 的电动机采取电枢串联电阻的方法调速，当

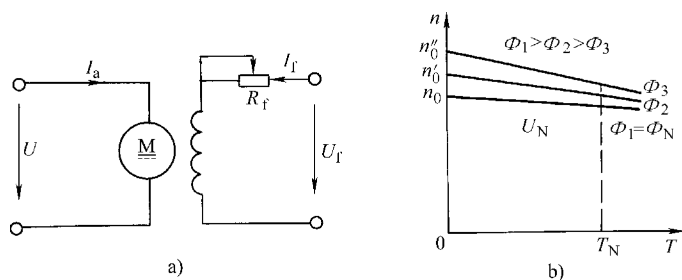


图 11-34　改变磁通调速

a）原理图　b）机械特性

串联电阻 $R_c=0.6\Omega$ 时，求稳定转速。

解　由例 11-2 结果知该电机 $K_e\Phi_N=0.06702$。

因为在额定负载下运行，所以

$$I_{aN}=23.67\text{A}$$

不变。当在电枢电路中串入 R_c 时，稳定转速为

$$n=\frac{U_N-(R_a+R_c)I_{aN}}{K_e\Phi_N}=\frac{110-(0.4+0.6)\times 23.67}{0.06702}\text{r/min}=1288\text{r/min}$$

小　　结

控制电动机是自控装置及数控系统中的执行检测和解算的元件，是具有特殊用途的小型电动机。

交流伺服电动机控制转速的方式有三种，即双相控制、幅值控制和相位控制。一般常用的是幅值控制。直流伺服电动机也有信号电压控制和磁场控制两种方式，通常采用信号电压控制方式。

交流伺服电动机结构简单，运行可靠，维护简便。但它的机械特性与调节特性均为非线性，且损耗大，效率低。而直流伺服电动机相对的体积小，重量轻，效率高。最大优点是它的机械特性与调节特性均为理想直线，且起动转矩较大，调速范围宽，但结构较复杂。

步进电动机是将电脉冲信号变换为相应的角位移或直线位移，位移量与脉冲数成正比，而转速与脉冲频率成正比，还能按照控制脉冲的要求，迅速起动、反转、制动和无级调速，步矩精度高。

反应式步进电动机按励磁绕组通入脉冲的方式可分为单三拍、双三拍和单-双六拍控制方式。步矩角与转子齿数及运行拍数有关，其相互间的表达式为

$$\theta=\frac{360°}{z_r m}$$

步进电动机的转速 n 为

$$n=\frac{60f}{z_r m}$$

步进电动机的转速与脉冲频率间有严格的正比关系，因此调速非常方便，只需改变电源

频率即可。负载变化、电压波动时只要保持频率不变，则电动机速度就不变。

习　题

11-1　某直流伺服电动机，电枢控制，当控制电压不变，而负载转矩减半时，电动机的转速将如何变化？若负载转矩连续变化，转速是否也是连续变化的？为什么？

11-2　有一永磁式直流伺服电动机，带某一固定负载，现测得死区电压 $U_0=1.2\text{V}$，且当控制电压为 24V 时，转速 $n=3000\text{r/min}$，试计算当控制电压为 36V 时，转速 $n=$？

11-3　应用题 11-2 的计算结果，你能否用简捷的方法快速得出当控制电压分别为 12V、48V 时所对应的电动机的转速？

11-4　一台三相反应式步进电动机，转子齿数为 50，试求各种运行方式时的步距角。

11-5　一台三相反应式步进电动机的步距角为 1.5°，若脉冲频率为 3000Hz，试问转速是多少？

11-6　一台五相反应式步进电动机，其步距角为 1.5°/0.75°，试问该电动机的转子齿数为多少？

11-7　他励直流电动机在下述情况下转速、电枢电流和电动势有无变化？如何变化？

1）主磁通和电枢电压不变，负载转矩减小；2）主磁通和负载转矩不变，电枢电压降低；3）电枢电压和负载转矩不变，励磁电流变小；4）电枢电压、主磁通和负载转矩不变，电枢电路中串入适当的电阻 R。

11-8　他励直流电动机有几种调速方法？比较它们的调速性能。

11-9　一台他励直流电动机，励磁绕组另用恒压电源供电。已知额定电枢电压 $U_N=220\text{V}$，额定电枢电流 $I_{aN}=53\text{A}$，额定转速 $n_N=1100\text{r/min}$，电枢电阻 $R_a=0.328\Omega$，用可调电源供电，电源内阻为 0.1Ω，试求：1）在额定负载下，达到 1000r/min 的转速时，电源电压应调至多大？2）如果电源电压可以连续调节，起动时最大电流限制在 $2I_{aN}$，问起动开始允许加上的电枢电压为多少？（答案：206.9V；34.77V）

* 第 12 章　可编程序控制器

可编程序控制器的起源可以追溯到 20 世纪 60 年代。美国通用汽车（GM）公司为了适应汽车型号不断翻新的需要，提出希望有这样一种控制设备：

1）它的继电控制系统设计周期短，更改容易、接线简单，成本低。

2）它能把计算机的许多功能和继电控制系统结合起来，但编程又比计算机简单易学、操作方便。

3）系统通用性强。

1969 年美国 DEC 公司研制出第一台可编程序控制器，用在 GM 公司生产线上获得成功。其后日本、德国等相继引入，可编程序控制器迅速发展起来。但这一时期它主要用于顺序控制，虽然也采用了计算机的设计思想，但实际只能进行逻辑运算，故称为可编程序逻辑控制器，简称 PLC（Programmable Logic Controller）。

进入 20 世纪 80 年代，随着微电子技术和计算机技术的迅猛发展，才使得可编程序控制器有了突飞猛进的发展。其功能已远远超出逻辑控制、顺序控制的范围，故称为可编程序控制器简称 PC（Programmable Controller）。但由于 PC 容易和个人计算机（Personal Computer）混淆，故人们仍习惯地用 PLC 作为可编程序控制器的缩写。

目前，PLC 功能日益增强，可进行模拟量控制、位置控制。特别是远程通信功能的实现，易于实现柔性加工和制造系统（FMS），使得 PLC 如虎添翼。PLC 已成为现代工业控制的三大支柱（即 PLC、机器人和 CAD/CAM）之一。

目前，PLC 已广泛应用于冶金、矿业、机械、轻工等领域，为工业自动化提供了有力的工具，加速了机电一体化的实现。

12.1　PLC 的特点及应用场合

12.1.1　PLC 的特点

PLC 的特点可以大致归纳如下：

1）抗干扰能力强和可靠性高。PLC 的设计者采用了各种措施来提高可靠性，主要有这样几方面：

①输入、输出均采用光隔离，提高了抗干扰能力。

②主机的输入电源和输出电源可相互独立，减少了电源间干扰。

③采用循环扫描工作方式，提高抗干扰能力。

④内部采用“监视器”电路，以保证 PLC 可靠地工作。

⑤采用密封防尘抗振的外壳封装及内部结构，可适应恶劣环境。

由于采取了这些措施，使得 PLC 有很强的抗干扰能力，实验表明一般产品可抗 1kV、1μs 的窄脉冲干扰。其平均无故障时间（MTBF）一般可达 5～10 万 h。

2）采用模块化组合式结构，使系统构成十分灵活，可根据需要任意组合，易于维修，易于实现分散式控制。

3）编程语言简单易学，便于普及。PLC 采用面向控制过程的编程语言，简单、直观、易写易记，没有微机基础的人也很容易学会，故适于在工矿企业中推广。

4）可进行在线修改，柔性好。

正是由于有了这些优点使得 PLC 受到广泛的欢迎。

12.1.2　PLC 的应用场合

PLC 在国内外已广泛应用于钢铁、采矿、水泥、石油、化工、电力、机械制造、汽车装卸、造纸、纺织、环保及娱乐等各行各业。它的应用大致可分为以下几种类型：

1）用于开关逻辑控制。这是 PLC 最基本的应用范围。可用 PLC 取代传统继电控制，如机床电气、电机控制中心等，也可取代顺序控制，如高炉上料、电梯控制、货物存取、运输、检测等。总之，PLC 可用于单机、多机群以及生产线的自动化控制。

2）用于机械加工的数字控制。PLC 和计算机数控（CNC）装置组合成一体，可以实现数值控制，组成数控机床。

3）用于机器人控制，可采用一台 PLC 实现 3～6 轴的机器人控制。

4）用于闭环过程控制。现代大型 PLC 都配有 PID 子程序或 PID 模块，可实现单回路，多回路的调节控制。

5）用于组成多级控制系统，实现工厂自动化网络。

12.2　PLC 的基本结构及工作原理

12.2.1　PLC 的基本结构

目前 PLC 生产厂家很多，产品结构也各不相同，但其基本组成部分大致如图 12-1 和图 12-2 所示。

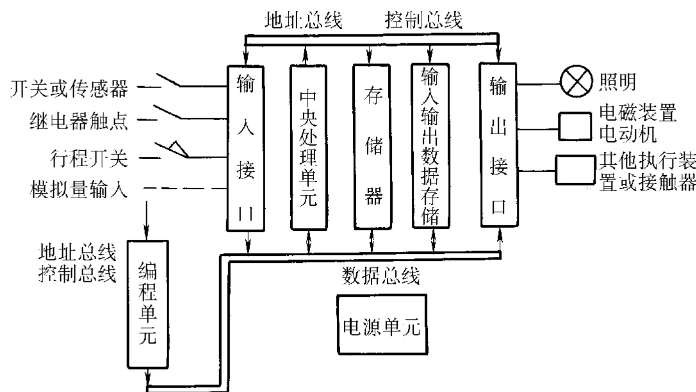


图 12-1　PLC 结构示意图

由图可以看出，PLC 采用了典型的计算机结构，主要包括 CPU、RAM、ROM 和输入、

输出接口电路等。其内部采用总线结构，进行数据和指令的传输。如果把 PLC 看作一个系统，该系统由输入变量→PLC→输出变量组成，外部的各种开关信号、模拟信号、传感器检测的各种信号均作为 PLC 的输入变量，它们经 PLC 外部输入端子输入到内部寄存器中，经 PLC 内部逻辑运算或其他各种运算，处理后送到输出端子，它们是 PLC 的输出变量。由这些输出变量对外围设备进行各种控制。这里可以将 PLC 看作一个中间处理器或变换器，以将输入变量变换为输出变量。

下面结合图 12-1、图 12-2 具体介绍各部分的作用

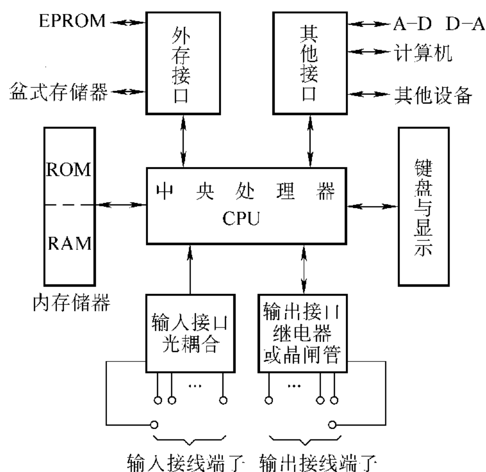


图 12-2　PLC 逻辑结构示意图

1. CPU　CPU 是中央处理器（Centre Processing Unit）的英文缩写。它作为整个 PLC 的核心，起着总指挥的作用。它主要完成以下功能：

1）将输入信号送入 PLC 中存储起来。

2）按存放的先后顺序取出用户指令，进行编译。

3）完成用户指令规定的各种操作。

4）将结果送到输出端。

5）响应各种外围设备（如编程器、打印机等）的请求。

通常 PLC 中所用的 CPU 多为单片机，在高档机中现已采用 16 位甚至 32 位 CPU，功能极强。

2. 存储器　PLC 内部存储器有两类：一类是 RAM（即随机存取存储器），可以随时由 CPU 对它进行读出、写入；另一类是 ROM（即只读存储器），CPU 只能从中读取而不能写入。RAM 主要用来存放各种暂存的数据、中间结果及用户正在调试的程序，ROM 主要存放监控程序及用户已调试好的程序，这些程序都事先烧在 ROM 芯片中，开机后便可运行其中程序。

3. 输入、输出接口电路　它起着 PLC 和外围设备之间传递信息的作用。为了保证 PLC 可靠工作，设计者在 PLC 的接口电路上采取了不少措施。常用接口电路有以下特点：

1）输入、输出接口电路使现场信号及外围设备与 PLC 直接相联，一般不需设计接口电路，使用更方便。

2）输入采用光耦合电路，可大大减少电磁干扰。

3）输出也采用光隔离并有三种方式，即继电器、晶体管和晶闸管。这使得 PLC 可以适合各种用户的不同要求。如低速、大功率负载一般采用继电器输出；高速大功率则采用晶闸管输出；高速小功率可采用晶体管输出等。而且有些输出电路做成模块式，可插拔，更换起来十分方便。

除了上面介绍的这几个主要部分外，PLC 上还配有和各种外围设备的接口，均用插座引出到外壳上，可配接编程器、打印机、录音机以及 A-D、D-A、串行通信模块等，可以十分方便地用电缆进行连接。

12.2.2　PLC 的工作原理

PLC 虽具有微机的许多特点，但它的工作方式却与微机有很大不同。微机一般采用等待命令的工作方式，如常见的键盘扫描方式或 I/O 扫描方式，有键按下或 I/O 动作，则转入相应的子程序，无键按下，则继续扫描。PLC 则采用循环扫描工作方式。在 PLC 中，用户程序按先后顺序存放。CPU 从第一条指令开始执行程序，直至遇到结束符后又返回第一条。如此周而复始不断循环。每一个循环称为一个扫描周期。一个扫描周期大致可分为 I/O 刷新和执行指令两个阶段。

所谓 I/O 刷新即对 PLC 的输入进行一次读取，将输入端各变量的状态重新读入 PLC 中存入内部寄存器，同时将新的运算结果送到输出端。这实际是将存放输入、输出状态的寄存器内容进行了一次更新，故称为“I（输入）/O（输出）刷新”。

由此可见，若输入变量在 I/O 刷新期间状态发生变化，则本次扫描期间输出端也会相应地发生变化，或者说输出对输入产生了响应。反之，若在本次 I/O 刷新之后，输入变量才发生变化，则本次扫描输出不变，即不响应，而要到下一次扫描期间输出才会产生响应。由于 PLC 采用循环扫描的工作方式，所以它的输出对输入的响应速度要受扫描周期的影响。扫描周期的长短主要取决于这几个因素：一是 CPU 执行指令的速度，二是每条指令占用的时间，三是指令条数的多少，即程序的长短。

对于慢速控制系统，响应速度常常不是主要的，故这种工作方式不但没有坏处反而可以增强系统抗干扰能力。因为干扰常是脉冲式的，短时的，而由于系统响应较慢，常常要几个扫描周期才响应一次，而多次扫描后，瞬间干扰所引起的误动作将会大大减少，故增加了抗干扰能力。但对控制时间要求较严格，响应速度要求较快的系统，这一问题就需慎重考虑。应对响应时间做出精确的计算，精心编排程序，合理安排指令的顺序，以尽可能减少扫描周期造成的响应延时等不良影响。

总之，采用循环扫描的工作方式，是 PLC 区别于微机和其他控制设备的最大特点，使用者应充分注意。为了按传统的继电器控制系统的方式理解可编程序控制器，可认为可编程序控制器是由许多继电器组成的，这些继电器不是实际的继电器，称为“软继电器”。这样，PLC 的工作过程就可认为是由输入继电器接收现场控制信号，由中间继电器实现控制要求，再由输出继电器去驱动负载。

12.3　MASTER-K30 PLC 的 I/O 配置及内部软继电器

1. I/O 配置　MASTER-K30 型 PLC 的 I/O 配置为输入 16 点，输出 16 点，共 32 点，都用 P 表示。输入继电器的编号为 P00 ~ P07，P10 ~ P17；输出继电器的编号为 P20 ~ P27，P30 ~ P37。

输入继电器的作用是接收外部信号，其状态只由外部传感器或开关的状态来决定，不能由程序改变。一个输入点对应一个输入继电器，一个输入继电器具有许多常开、常闭触点，供编程时使用，输入继电器的线圈由 K30 PLC 内部 DC24V 电源供电。图 12-3 是输入继电器的等效电路。

输出继电器的作用是将 PLC 的信号传给外部负载，一个输出继电器对应一个输出点，

其输出方式有继电器触点式，如图12-4所示，还有双向晶闸管和晶体管输出方式。输出继电器的状态由程序的执行情况而定，每个输出继电器还带有多个内部常开和常闭触点，供编程使用。

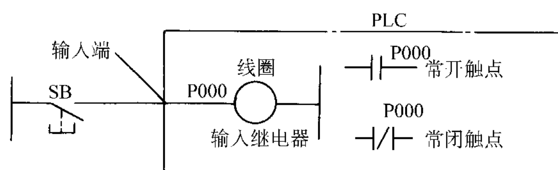


图12-3 输入继电器等效电路

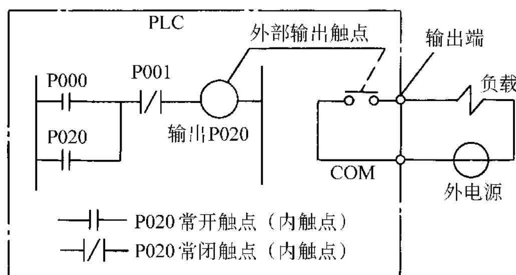


图12-4 输出继电器等效电路

2. 辅助继电器 辅助继电器用M表示，编号为M000～M637（用8位二进数表示），共512点。辅助继电器由PLC内部软继电器的触点来驱动，它具有许多常开、常闭触点，供编程用。但外部负载不能由这些触点驱动，而必须由输出继电器驱动。辅助继电器的电路如图12-5所示。

3. 定时器 定时器用T表示，编号为

T00～T095（96点，时钟单位0.1s，定时范围0.1～6553.5s）；

T096～T127（32点，时钟单位0.01s，定时范围0.01～655.35s）。

定时器的作用是对继电器的状态进行定时控制，定时时间可由编程器设定。定时器有5种工作方式指令（TON，TOFF，TMR，TMON，TRTG），当输入条件成立时，则开始计时，到达设定值或零时接通输出节点，完成一次定时。

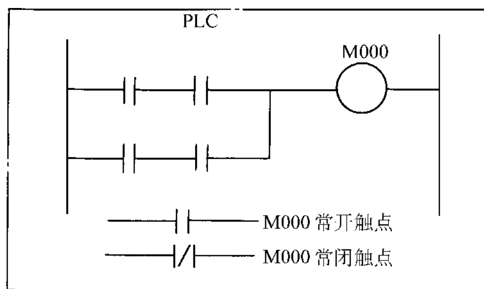


图12-5 辅助继电器电路

4. 计数器 计数器用C表示，编号为

C000～C095（96点，挥发性）；

C096～C127（32点，非挥发性）；

计数范围0～65535，以十进制数表示。

计数器用作数量统计，计脉冲个数，当计数脉冲（输入条件）的上升沿到来时，计数器计数，到达设定值时计数器C的常开触点闭合，常闭触点断开，发出控制信号。当计数器收到复位（RESET）信号时，停止计数并将现在值清零或用设定值取代。计数器C有4种工作方式指令，即CTU，CTD，CTUD，CTR。

5. 数据寄存器 用D表示，用来存储内部数据，可进行基本16位和倍长32位读写。当定为32位时，指定的号为低16位，此号+1为高16位。数据寄存器仅用于应用指令，共有1024点，其中D1000以上由系统使用，使用此区域时应予以注意。数据寄存器没有触点。

电源接通或RUN开始时，除指定参数区域（D768～D1024）以外的其他区域全部被清

零。

6. 移位寄存器　数据可以按位移动的 8 位或 16 位存储器。MASTER-K30 的 P、M、K、T、C、D 都可进行移位操作，成为移位寄存器。

7. 步控制继电器　用 S 表示，用来控制程序的执行顺序。用 OUT、SET 指令设定由后向前或由前向后执行程序。当接通电源或 RUN 开始时除参数指定的区域外全部被清零。

8. 特殊继电器　用 F 表示，由 F000 ~ F157 共 128 点，它们各自具有特殊功能。

12.4　MASTER-K30 的指令系统与编程语言

K30 PLC 的指令有 180 余条，编程语言主要有梯形图语言和助记符语言，下面介绍 K30 PLC 的基本指令及编程语言。

1. LOAD、LOAD NOT、OUT 指令　LOAD 为取指令，用于一条支路开始，即与左侧母线相联的常开触点指令。

LOAD NOT 为取反指令，用于一条支路开始，即与左侧母线相联的常闭触点指令。

OUT 为输出指令，用于一条支路的结束（与右母线相联），将这条支路的逻辑运算结果输出给指定的继电器。OUT 指令可以多次并联使用。

LOAD、LOAD NOT 指令可使用的继电器（操作数）有 M、P、K、F、T、C、S。

OUT 指令可驱动的继电器有 P、M、K、S，但不能驱动输入继电器。

下面是这三条指令的编程举例，图 12-6 是梯形图语言程序（右母线省略），该程序是根据控制要求编制的。

与图 12-6 对应的助记符程序为

步序	指令(操作符)	继电器号码（操作数）
0000	LOAD	P000
0001	OUT	M000
0003	OUT	P020
0004	LOAD NOT	M000
0005	OUT	M001

2. AND、AND NOT 指令　AND 为与指令，用于与前一个触点相串联的常开触点指令。

AND NOT 为与非指令，用于与前一个触点相串联的常闭触点指令。

AND、AND NOT 指令可使用的继电器有 M、P、K、F、T、C、S。

AND、AND NOT 指令梯形图如图 12-7 所示。图 12-7a 相应的助记符程序如下：

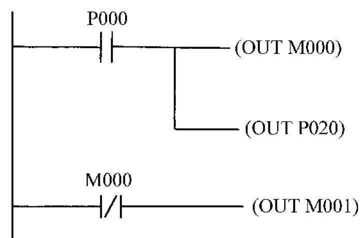


图 12-6　梯形图语言程序

0000	LOAD	P000
0001	AND	P001
0002	OUT	P020
0003	LOAD	P002

0004	AND NOT	P003
0005	OUT	P021
0006	LOAD	P004
0007	AND	P005
0008	OUT	P022
0009	AND	P006
0010	OUT	P023

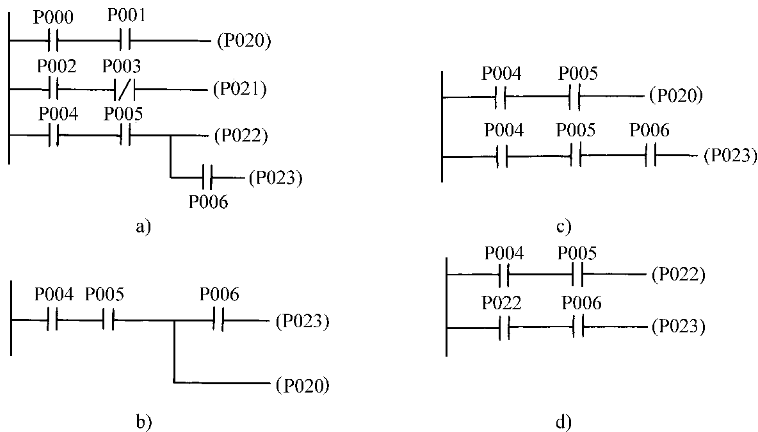


图 12-7　AND、AND NOT 指令梯形图

现就 AND、AND NOT 指令作如下说明：

1）按照梯形图从上到下，从左至右的顺序写人程序，是必须遵守的一般规律。这样可防止程序书写错误。

2）一条支路串联触点的个数没有限制。

3）在图 12-7a 中，P006、P023 构成的支路必须画在 P022 的下方，才能编程。若把它们的位置倒换如图 12-7b 所示，则无法编程。

4）经过分析，图 12-7a 中的 P022、P023 支路可变换为图 c 或图 d 中的任何一种形式进行编程。

5）梯形图是 PLC 形象化的编程手段，梯形图母线间是没有任何电源连接的。梯形图中并没有真实的物理电流流动，而仅只是假想电流，是用户程序解算中满足输出执行条件的形象表示方式。假想电流只能从左向右流动，层次改变只能先上后下。

3. OR、OR NOT 指令　OR 为或指令，用于一个常开触点与前面一个触点并联的电路。OR NOT 为或非指令，用于一个常闭触点与前面一个触点并联的电路。

OR、OR NOT 指令可使用的继电器有 M、P、K、F、T、C、S。

OR、OR NOT 指令梯形图如图 12-8 所示。与之对应的助记符程序如下：

步序	指令	操作数
0000	LOAD	P000
0001	OR	P001
0002	OR NOT	P002

0003	AND	P003
0004	OUT	P020
0005	LOAD	P004
0006	AND	P005
0007	OR	P006
0008	AND NOT	P007
0009	OR	P010
0010	OUT	P021

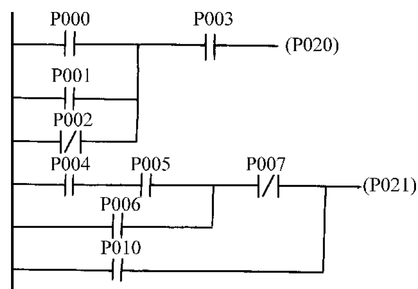


图 12-8　OR、OR NOT 指令梯形图

在写较复杂电路的指令时，应建立这样的概念，即一批触点串联或并联后，便可当作一个触点看待了，这就是与门、或门的概念。

4. AND LOAD 指令　AND LOAD 为块与指令，用于两个或两个以上触点组成的串并（混）联块电路间的联接。

AND LOAD 指令梯形图程序如图 12-9 所示。其相应的助记符程序有如下两种：

图 12-9 程序 A

步序	指令	操作数
0	LOAD	M000
1	OR	M001
2	LOAD	M002
3	OR	M003
4	AND LOAD	
5	LOAD	M004
6	OR	M005
7	AND LOAD	
8	LOAD	M006
9	OR	M007
10	AND LOAD	
11	LOAD	M008
12	OR	M009
13	AND LOAD	
14	OUT	P030
15	END	

图 12-9 程序 B

步序	指令	操作数
0	LOAD	M000
1	OR	M001
2	LOAD	M002
3	OR	M003
4	LOAD	M004
5	OR	M005
6	LOAD	M006
7	OR	M007
8	LOAD	M008
9	OR	M009
10	AND LOAD	
11	AND LOAD	
12	AND LOAD	
13	AND LOAD	
14	OUT	P030
15	END	

在程序 A 中，AND LOAD 的使用次数不受限制；在程序 B 中，AND LOAD 最多使用 8 次（K30 PLC）。

还有每一块电路的开始要使用 LOAD 或 LOAD NOT 指令，即每块电路开始看成新的母线。

5. OR LOAD 指令　OR LOAD 为块或指令，用于两个或两个以上触点组成的串联块电路间的连接。

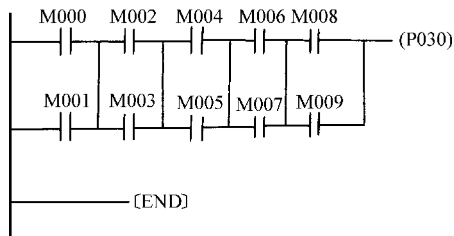


图 12-9　AND LOAD 指令梯形图

OR LOAD 指令梯形图程序举例如图 12-10 所示。其助记符程序也有两种方式：

图 12-10 程序 A

步序	指令	操作数
0	LOAD	M000
1	AND	M001
2	LOAD	M002
3	AND	M003
4	OR LOAD	
5	LOAD	M004
6	AND	M005
7	OR LOAD	
8	LOAD	M006
9	AND	M007
10	OR LOAD	
11	OUT	P037
12	END	

图 12-10 程序 B

步序	指令	操作数
0	LOAD	M000
1	AND	M001
2	LOAD	M002
3	AND	M003
4	LOAD	M004
5	AND	M005
6	LOAD	M006
7	AND	M007
8	OR LOAD	
9	OR LOAD	
10	OR LOAD	
11	OUT	P037
12	END	

程序 A 中 OR LOAD 的使用次数不限，程序 B 中最多可连续使用 8 次。

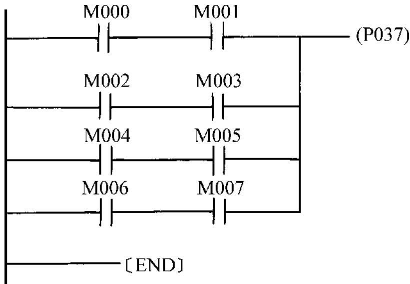


图 12-10 OR LOAD 指令梯形图

6. SET、RST 指令 SET 为置位输出指令，当输入条件满足时，将指定输出接点为 ON，并自锁，即使输入变为 OFF，输出仍保持 ON 状态。另外 SET 指令不同于 SET S、OUT S 指令，可同时将同一程序内的许多接点为 ON。

RST 为复位输出指令，当输入条件满足时，将指定输出接点为 OFF，并自锁，即使输入变为 OFF，输出仍维持 OFF 状态。

被指令 SET 指定的输出接点，可通过 RST 指令变为 OFF。

SET、RST 指令可使用的继电器有 P、M、K、S、F（不是所有的 F 都能使用）。RST 使 TON、TMR 由现在值变为零，使 TOFF、TOMN、TRTG 由现在值变为设定值。

SET、RST 指令的程序举例和时序图如图 12-11 所示。

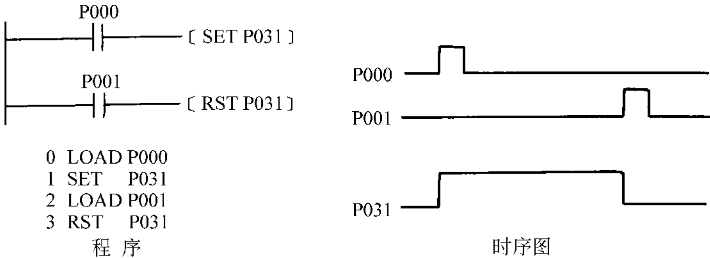


图 12-11 SET、RST 指令的程序举例和时序图

7. NOT、NOP、END 指令　NOT 为“非”逻辑指令，其功能是将 NOT 指令左侧的逻辑运算的结果取反后传递给右侧。程序举例和时序图如图 12-12 所示。

NOP 为空操作指令，将已编程序中的指令改为 NOP 指令时，该指令将被取消，使程序改变。若将某步指令用 NOP 代替，该步指令将被取消，但保留步序，可减少程序中步序号码的变动。

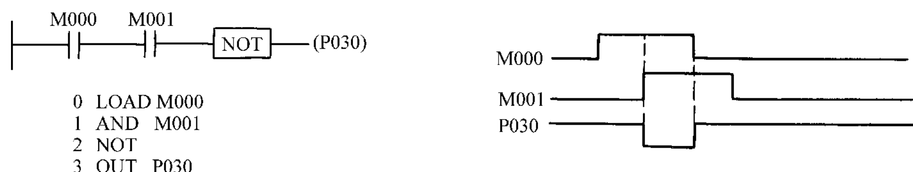


图 12-12　程序举例和时序图

END 为结束指令，用于程序的结束。PLC 执行 END 指令后能自动返回 0000 步，这样步数较少时可缩短工作周期，提高工作效率。在试运行时，可将 END 插入各程序段，分段检查其动作，检查结束后再消除插入的 END。

8. SET S、OUT S 指令　SET S 为步进控制指令，可使用的继电器为步控制继电器 S。S 的编号用 SXX、YY 表示，XX 表示步控继电器的组号，K30 为 00～31 共 32 组。YY 表示每组的步号为 00～99。

图 12-13 为用步控继电器组 S01 进行步进控制的 SET S 程序举例和时序图。

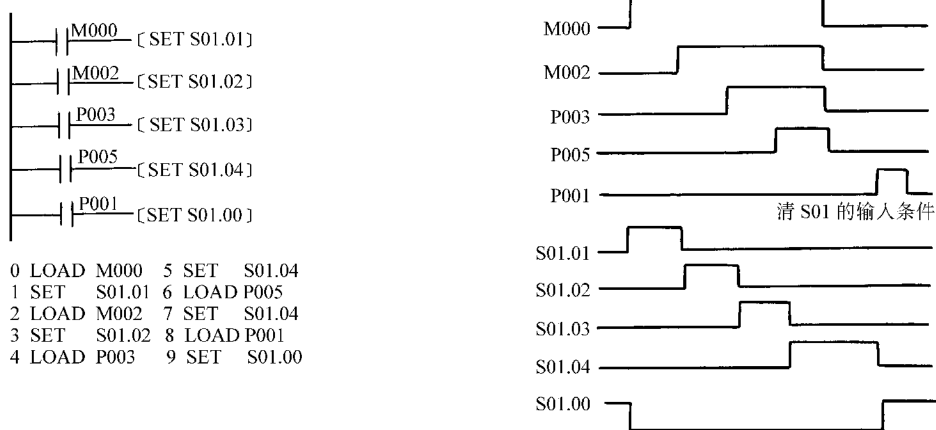


图 12-13　SET S 程序举例和时序图

由图可见：①在同一步组内，前一步号为 1（ON）且当前的输入条件满足时，当前的步号才能为 1，即具有顺序控制功能；②当前的步号一旦为 1，便自锁使输入 OFF 时也维持 1 状态；③当输入条件同时满足时，在同一组 S 继电器内只有一个步号能为 1，同一组 S 间具有互锁功能；④当清零步控指令 SET S01. 00 的条件满足时，相应的继电器被清零。

OUT S 为输出步控制指令，所使用的继电器同上。图 12-14 为 OUT S 程序举例，该指令的功能可用表 12-1 来表示：

可见在同一步组内有多个输入条件满足时，只能有一个步号为 1，并且后编程的先输出

（后入先出）；当前的步号一旦为1，便自锁使输入为0（OFF）时也维持1状态；当清零步控指令 SET S02.00 的条件满足时，相应的继电器被清零。

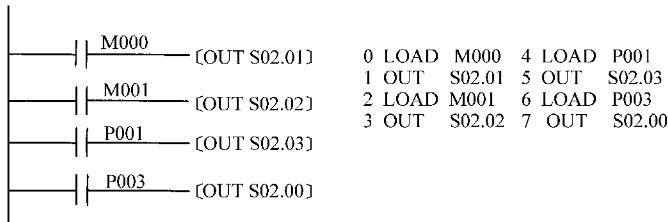


图 12-14 OUT S 程序举例

表 12-1 OUT S 指令功能表

No	M000	M001	P001	P003	S02.01	S02.02	S02.03	S02.00
1	1	0	0	0	1			
2	0	1	0	0		1		
3	1	0	1	0			1	
4	1	1	1	1				1

9. D.D NOT 指令 D.D NOT 为单脉冲输出指令（微分指令），K30 PLC 可使用的继电器为 M、K 两种。

D 指令的功能是在输入条件的上升沿（由0变1）时将指定的继电器接通1s，其余时间断开；D NOT 指的功能是在输入条件的下降沿（由1变0）时将指定继电器接通1s，其余时间断开。

10. MCS、MCS CLR 指令 MCS n 为主控指令，用于公共逻辑条件控制多个线圈。MCS CLR n 为主控返回指令，主控结束时返回原母线。该指令的设定值 n＝0～7（整数）。

在梯形图中，由一个接点控制多条逻辑行的电路称为主控。主控点处加人主控指令 MCS 后其所接多条逻辑行均以 LOAD/LOAD NOT 指令开始，即母线移至主控点上。

在多次使用 MCS 指令时，优先顺序为 MCS0 最高，MCS7 最低，使用时由高到低，解除时为逆顺序。若主控返回指令级别高，则级别低的主控指令一起返回。

图 12-15 为 MCS、MCS CLR 指令的梯形图程序举例，图 12-5a 是多点输出电路，图 b 是应用 MCS、MCS CLR 后的多点输出电路。下面是图 12-15b 所示梯形图程序的键操作过程。

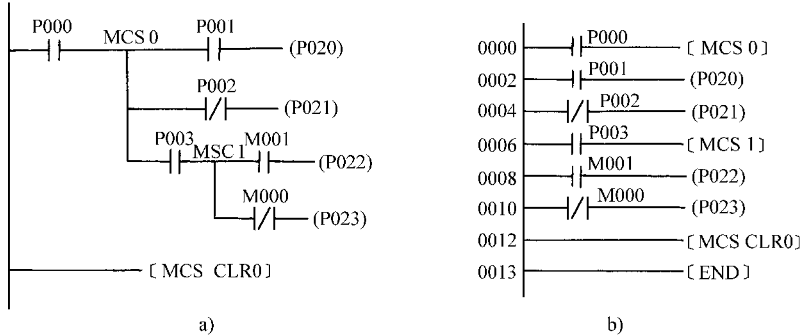


图 12-15 MCS、MCS CLR 指令的梯形图和程序举例

步序	键　操　作
0000	LOAD　P　0　0　0　ENT
0001	FUN　0　1　0　ENT
0002	LOAD　P　0　0　1　ENT
0003	OUT　P　0　2　0　ENT
0004	LOAD　NOT　P　0　0　2　ENT
0005	OUT　P　0　2　1　ENT
0006	LOAD　P　0　0　3　ENT
0007	FUN　0　1　0　SHIF　1　ENT
0008	LOAD　M　0　0　1　ENT
0009	OUT　P　0　2　2　ENT
0010	LOAD　NOT　M　0　0　0　ENT
0011	OUT　P　0　2　3　ENT
0012	FUN　0　1　1　ENT
0013	FUN　0　0　1　ENT

11. TON TXXX t 指令　TON TXXX t 为通延时指令，TON 表示延时器的类型，TXXX 表被操作的定时器号，t 表定时器的设定值。该指令的功能是当输入条件满足时，定时器 T 的现在值开始增加，当达到设定值 t 时，其接点变为 ON；输入条件变为 OFF 或遇到 RST 指令时，定时器 T 输出变为 OFF，现在值变为零。

图 12-16 为 TON TXXX t 指令的程序举例和时序图。

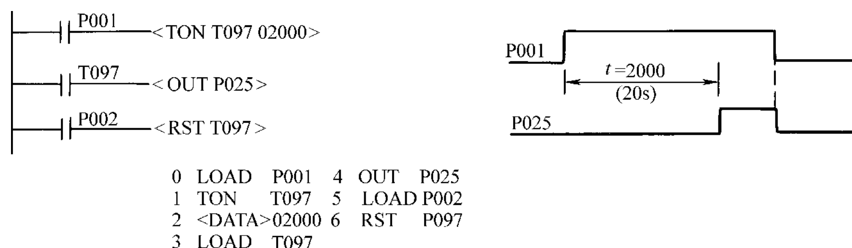


图 12-16　TON TXXX t 指令的程序举例和时序图

12. TOFF TXXX t 指令　TOFF TXXX t 为断延时指令，该指令的功能是当输入条件满足时，定时器 T 的现在值变成设定值，输出为 ON；当输入条件变为 OFF 时，T 的现在值由设定值开始减少，现在值等于零时输出变为 OFF；当遇到 RST 指令时，T 的输出变为 OFF，现在值变为设定值。

图 12-17 为 TOFF TXXX t 指令的程序举例和时序图。

13. TMR TXXX t 指令　TMR TXXX t 为累积导通延时指令。其功能是输入条件成立时现在值开始增加，其累积值等于定时器 T 的设定值 t 时，T 的触点变为 ON；当 RST 条件成立时，T 的触点变为 OFF，现在值变成零。

图 12-18 为 TMR TXXX t 指令的程序举例和时序图。

14. TMON TXXX t 指令　TMON TXXX t 为单稳态延时指令。其功能是输入条件成立时，定时器 T 的输出变成 ON，定时器的现在值开始减少（减计数），其值减至零时，定时

```
P000 <TOFF T000 00500>
T000 <OUT P025>
P002 <RST T000>

0  LOAD    P000   4  OUT   P025
1  TOFF    T000   5  LOAD  P002
2  <DATA>  00500  6  RST   P000
3  LOAD    T000
```

P000 P025 t 50s

图 12-17 TOFF TXXX t 指令的程序举例和时序图

```
P000 <TMR T096 3000>
P096 (OUT P031)
P003 <RST T096>

1  LOAD  P000
2  TMR   T096
3  DATA  03000
4  LOAD  T096
5  OUT   P031
6  LOAD  P003
7  RST   T096
```

P003 P000 T096 P031 t_1 20s t_2 10s t 设定值

图 12-18 TMR TXXX t 指令的程序举例和时序图

器的触点变成 OFF；定时器变成 ON 后，输入条件可任意变化；RST 输入条件成立时，定时器的触点变为 OFF，现在值变成设定值。

图 12-19 为 TMON TXXX t 指令的程序举例和时序图。

```
P000 <TMON T000 01000>
T000 (OUT P021)
P003 <RST T000>

0  LOAD    P000
1  TMON    T000
2  <DATA>  01000
3  LOAD    T000
4  OUT     P021
5  LOAD    P003
6  RST     T000
```

P003 P000 T000 P021 t 的减计数

图 12-19 TMON TXXX t 指令的程序举例和时序图

15. TRTG TXXX t 指令 TRTG TXXX t 为多次触发延时指令。其功能是输入条件成立时，定时器的输出变成 ON，定时器的现在值开始减少（减计数），其值减至零时，定时器的触点变成 OFF；在定时器的现在值减至零之前，输入条件再次成立时，定时器的现在值变成设定值，现在值减至零时，定时器的输出变成 OFF；RST 条件成立时，定时器的触点变成 OFF，现在值变成设定值。

图 12-20 为 TRTG TXXX t 指令的程序举例和时序图。

TON、TOFF、TMR、TMON TRTG 指令的键操作使用 TMR 键，并且依次使用 1 ~ 5 次。下面是图 12-17 中程序的键操作过程：

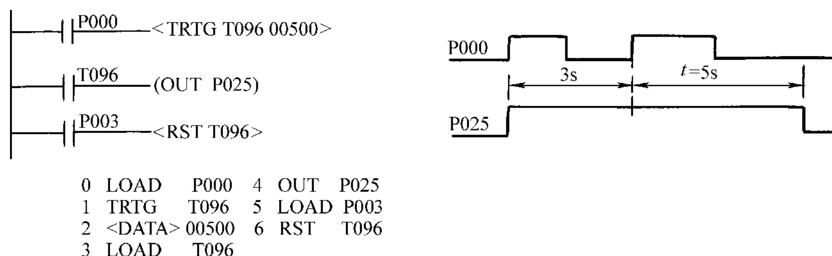


图 12-20　TRTG TXXX t 指令的程序举例和时序图

步序	键操作					
0000	LOAD	P	0	0	0	ENT
0001	TMR	TMR	TMR	TMR	TMR	TMR
	T	0		9	6	ENT
0002	0	0	5	0	0	ENT
0003	LOAD	T	0	9	6	ENT
0004	OUT	P	0	2	5	ENT
0005	LOAD	P	0	0	3	ENT
0006	RST	T	0	6	9	ENT

16. CTU CXXX n 指令　CTU CXXX n 为加法计数指令，CTU（U_p Counter）表示计数方式，CXXX 表示被操作的计数器号码，n 表示计数器的设定值，n 为整数或以 D 寄存器为设定值。其功能是每次输入计数脉冲时，计数器 C 的现在值加 1，增加到等于设定值时，C 的输出为 ON，并且 C 继续计数到取大值；R（S）复位输入，信号为 ON 时，输出变为 OFF 且 C 的现在值变为零。

图 12-21 为 CTU CXXX n 指令的程序举例和时序图。

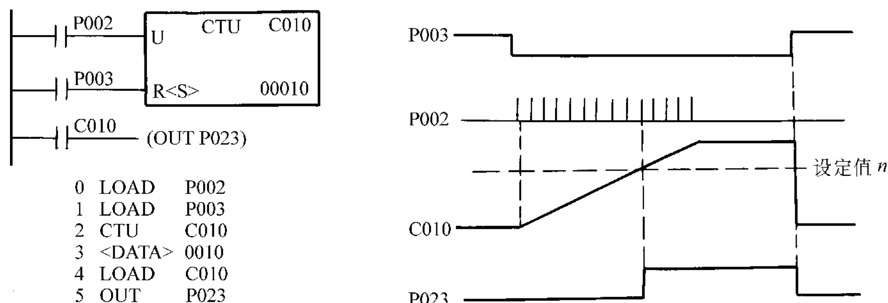


图 12-21　CTU CXXX n 指令的程序举例和时序图

17. CTD CXXX n 指令　CTD CXXX n 为减法计数指令，CTD（Down Counter）表示计数方式。其功能是每次输入计数脉冲时，C 的现在值由设定值减 1，现在值等于零时，C 的输出为 ON；R〈S〉信号为 ON 时，C 的输出变为 OFF 且现在值变成设定值。

图 12-22 为 CTD CXXX n 指令的程序举例和时序图。

18. CTUD CXXX n 指令　CTUD CXXX n 指令为加减计数指令。其功能是每次输入加计数脉冲时，C 的现在值加 1，等于设定值时，输出为 ON，并且计数器计数到最大值；每

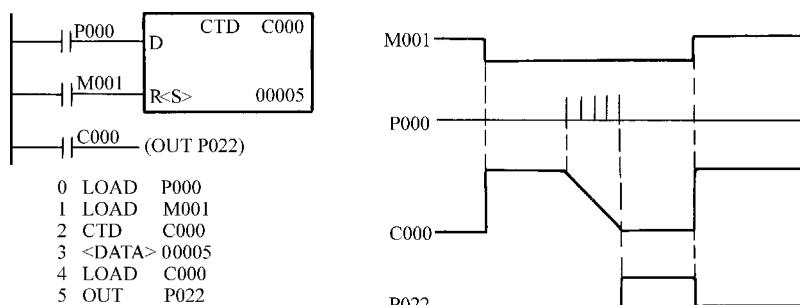


图 12-22　CTD CXXX n 指令的程序举例和时序图

次输入减计数脉冲时将加计数脉冲的现在值减 1；加计数脉冲与减计数脉冲同时为 ON 时，现在值不变；R〈S〉信号满足时，输出为 OFF 且现在值变为零。

图 12-23 是 CTUD CXXX n 指令的程序举例和时序图。

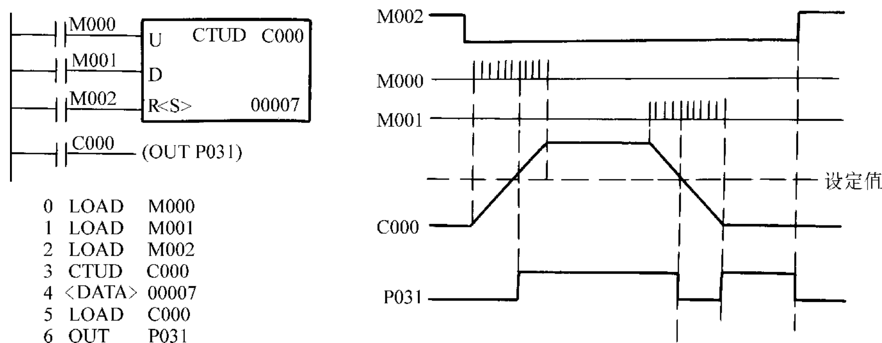


图 12-23　CTUD CXXX n 指令的程序举例和时序图

19. CTR CXXX n 指令　CTR CXXX n 为循环计数指令。其功能是每次输入计数脉冲时，C 的现在值加 1，加到等于设定值后，再有计数脉冲输入时，现在值变成零；现在值等于设定值时，C 的输出为 ON；现在值等于零或 R〈S〉的输入条件满足时，C 的输出变成 OFF。

图 12-24 是 CTR CXXX n 指令的程序举例和时序图。

CTU、CTD、CTUD、CTR 四种计数指令可使用的继电器除 C 外，还有 M、P、K、F、T、S。

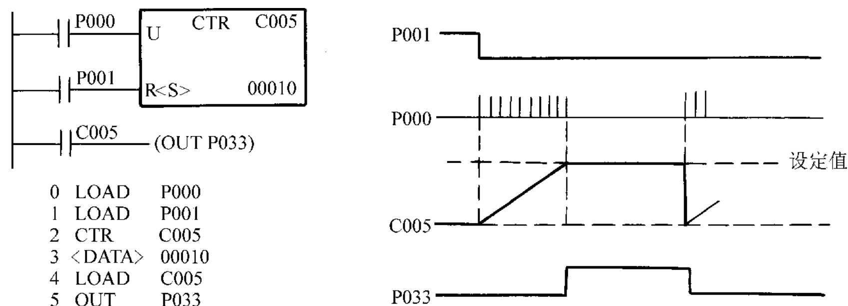


图 12-24　CTR CXXX n 指令的程序举例和时序图

CTU、CTD、CTUD、CTR 的键操作依次用 1 ~4 次 CNT 键。例如图 12-22 中程序的键输入过程如下：

步序		键操作
0000	LOAD	P　0　0　0　ENT
0001	LOAD	M　0　0　1　ENT
0002	CNT	CNT
	C	0　0　0　ENT
0003	0	0　0　0　5　ENT
0004	LOAD	C　0　0　0　ENT
0005	OUT	P　0　2　2　ENT

例 12-1　试用 PLC 实现 5 台电动机的优先起、停控制。控制要求是：5 台电动机 M1 ~ M5，前级电动机不起动时，后级电机无法起动，即 M1 不起动，M2 无法起动，如此类推；前级电动机停止时，后级电动机也停止，即当 M2 停止时，M3 ~ M5 也停止。

解　1）I/O 点数的确定与分配

输入 10 点，其中起动和停车各 5 点；输出 5 台电动机共 5 点。分配如下：

输入		输出
SB1：P000	SB6：P005	KM_1：P020
SB2：P001	SB7：P006	KM_2：P021
SB3：P002	SB8：P007	KM_3：P022
SB4：P003	SB9：P010	KM_4：P023
SB5：P004	SB10：P011	KM_5：P024

2）电动机优先起停的电气控制图如图 12-25a 所示，用 MASTER-K30 PLC 设计的梯形图如图 12-25b 所示。

3）由梯形图列助记符程序清单如下：

步序	指令	操作数	步序	指令	操作数
0000	LOAD	P001	0004	LOAD	P003
0001	OR	P020	0005	OR	P021
0002	AND NOT	P000	0006	AND NOT	P002
0003	OUT	P020	0007	AND LOAD	
0008	OUT	P021	0017	AND LOAD	
0009	LOAD	P005	0018	OUT	P023
0010	OR	P022	0019	LOAD	P011
0011	AND NOT	P004	0020	OR	P024
0012	AND LOAD		0021	AND NOT	P010
0013	OUT	P022	0022	AND LOAD	
0014	LOAD	P007	0023	OUT	P024
0015	OR	P023	0024	END	(FUN001)
0016	AND NOT	P006			

例 12-2　有三台电动机 M1、M2、M3，按下起动按钮后 M1 起动，延时 3s 后 M2 自行起

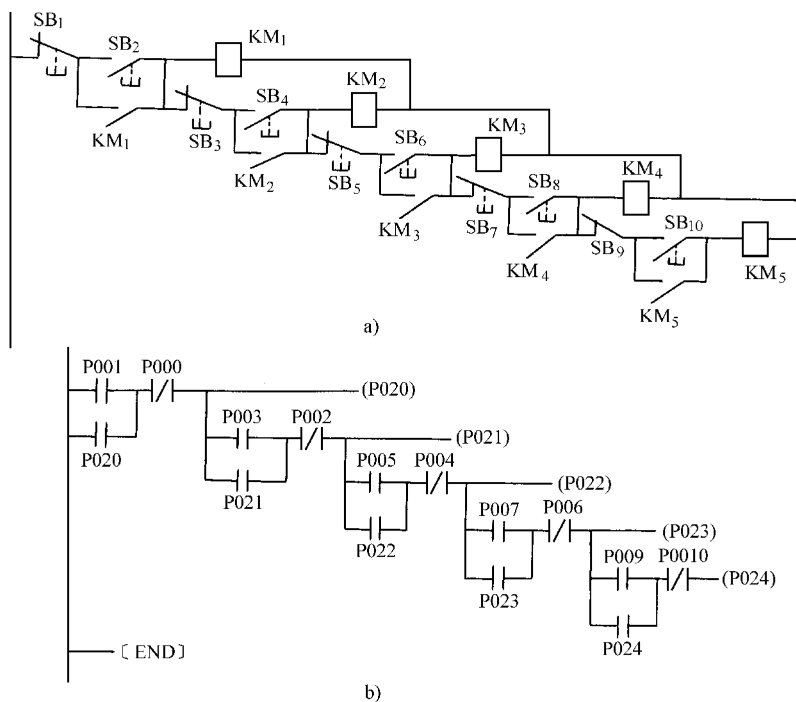


图 12-25　电动机优先起停的电气图和梯形图

动，再延时4s后M3自行起动，按下停车按钮3台电动机同时停车。

解　1）I/O分配

输入	输出
SB_1（停车）：P000	KM_1（M_1）：P020
SB_2（起动）：P001	KM_2（M_2）：P021
	KM_3（M_3）：P022

2）继电器控制图和梯形图如图12-26所示。

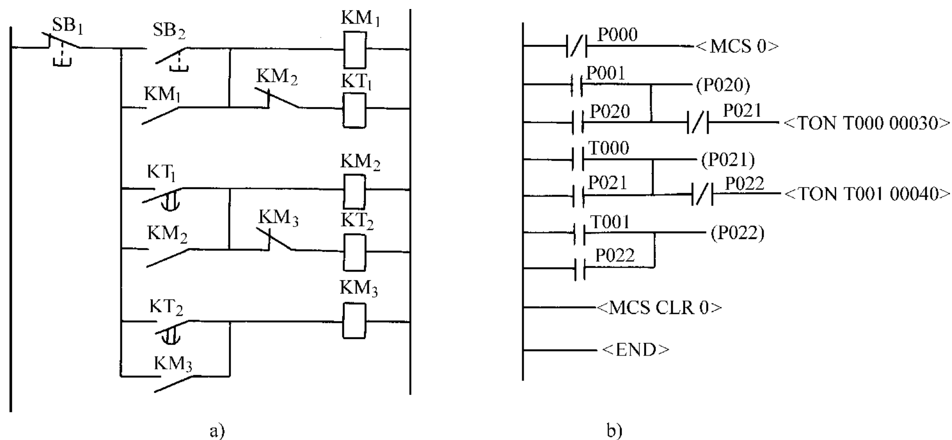


图 12-26　继电器控制图和梯形图

3）由梯形图列程序表如下：

步序	指令	操作数	步序	指令	操作数
0000	LOAD NOT	P000	0001	MCS 0	
0002	LOAD	P001	0011	AND NOT	P022
0003	OR	P020	0012	TON	T001
0004	OUT	P020	0013	〈DATA〉	00040
0005	AND NOT	P021	0014	LOAD	T001
0006	TON	T000	0015	OR	P022
0007	〈DATA〉	00030	0016	OUT	P022
0008	LOAD	T000	0017	MCS CLR 0	
0009	OR	P021	0018	END	
0010	OUT	P021			

12.5　PLC 控制系统的应用举例

熟悉了 PLC 的构成、扫描工作原理、指令系统及基本的编程方法之后就对 PLC 控制有了一定的认识。PLC 控制系统的应用，对用户来说关键是编程。本节概略介绍 PLC 控制系统设计步骤、程序设计内容，并以开关量控制系统为例说明程序设计方法。

12.5.1　PLC 控制系统设计的一般步骤

1. 明确控制任务　首先要全面了解被控对象的机械结构和生产工艺流程，画出工作循环图。弄清机构运动与电气执行元件之间的关系，排列出电气执行元件的动作节拍表、电气设计的任务是设计出正确、合理的电路来实现节拍表。

2. 确定 PLC 系统的输入、输出信号　根据节拍表的内容确定 PLC 的输入信号和输出信号，还要明确有哪些负载需由 PLC 驱动。

3. 选择机型、配置硬件　根据上述分析，选择合适的机型，并配置必备的硬件。

4. 程序设计　根据具体的控制要求设计出梯形图程序或语句表程序。

5. PLC 外部电路的设计　电气控制柜、控制台的设计、安装、接线。

6. 运行调试　先在实验室进行模拟运行，调试程序。如发现输入、输出关系不符合设计要求，需要修改程序，直到满足工作循环图要求为止。然后再进入现场调试，直至满足设计要求。

12.5.2　程序设计的内容和步骤

1. 程序设计的内容

（1）定义参数表　包括定义输入信号表、输出信号表、中间标志表、存储单元表。

（2）程序框图的绘制　包括程序结构框图和控制功能框图的绘制。结构框图是全部应用程序中各功能单元在内存中的先后顺序的图。功能框图是描述某一控制功能在程序中的具体实现方法及控制信号流程。

（3）程序编制　用操作系统所支持的编程语言，按程序框图所规定的顺序和功能编制

程序。

（4）编写程序说明书　程序说明书是对整个程序注释性的说明。

2. 程序设计的步骤

1）了解系统构成；

2）熟悉被控对象；

3）熟悉指令系统和编程器的用法；

4）定义输入、输出信号表；

5）框图设计；

6）程序编写；

7）程序测试；

8）编写程序说明书。

12.5.3　程序设计举例

例12-3　组合机床中自动钻孔的PLC控制（用MASTER-K30）。

1. 自动钻孔的控制要求

1）按下起动按钮SB，电磁阀YA_1，YA_2得电，滑台快进，同时钻头主轴电动机M1起动。

2）滑台快进到预定位置，行程开关SQ_1，动作YA_1失电、滑台由快进变为工进，钻削开始。

3）滑台工进钻削完毕后，压合行程开关SQ_2，YA_2失电、YA_3得电，滑台快退，并释放SQ_2，快退途中SQ_1再次被压合。

4）滑台快退到原位，压合原位行程开关SQ_3，YA_3失电，滑台原位停止且M1失电，完成一个工作周期。

2. I/O分配

输入	输出
SB（起动、快进）：P000	YA_1（滑台快进）：P021
SQ_1（工进）：P001	YA_2（滑台工进）：P022
SQ_2（快退）：P002	YA_3（滑台快退）：P023
SQ_3（停止）：P003	KM（主轴电动机M1）：P024

3. 设计梯形图　图12-27是自动钻孔梯形图。

4. 语句表

步序	指令	操作数	步序	指令	操作数
0000	LOAD	P001	0013	OUT	M002
0001	AND NOT	M002	0014	LOAD	M001
0002	OR	M001	0015	AND NOT	M002
0003	LOAD NOT	P002	0016	OUT	P021
0004	OR NOT	M002	0017	LOAD	M001
0005	AND LOAD		0018	OUT	P022
0006	OUT	M001	0019	LOAD NOT	M001

0007	LOAD	M001	0020	AND	M002
0008	AND	M001	0021	OUT	P023
0009	OR	M002	0022	LOAD	M001
0010	LOAD NOT	P003	0023	OR	M002
0011	OR	M001	0024	OUT	P024
0012	AND LOAD		0025	END	

例 12-4 顺序控制。

1. 控制要求 滑台导轨上有 4 个行程开关 SQ_1、SQ_2、SQ_3、SQ_4，如图 12-28 所示，滑台的起动和停止由按钮 SB_1、SB_2 控制。要求滑台的运动过程如下：

1）按下 SB_1，滑台向右运动到 *D* 处停留；

2）之后，又向左运动到 *B* 处停留；

3）之后，向右运动到 *C* 处停留 2s；

4）之后，向左运动到 *A* 处停止；

5）按下 SB_2，可停止在任意处。

2. I/O 分配

输入	输出
SB_1：P000	KM_1（滑台向右）：P020
SB_2：P001	
SQ_1：P011	KM_2（滑台向左）：P021
SQ_2：P012	
SQ_3：P013	
SQ_4：P014	

3. 设计梯形图如图 12-29 所示

P000 M002 P002 (M001)
M001 M002
P001 M001 P003 (M002)
M002 M001
M001 M002 (P021) 快进
M001 (P022) 工进
M001 M002 (P023) 快退
M001 (P024) 主轴电动机
M002
<END>

图 12-27 自动钻孔梯形图

A 滑 台 B C D
SQ_1 SQ_2 SQ_3 SQ_4

图 12-28 滑台运动示意图

P000 <SET S00.01>
P014 <SET S00.02>
T001 <SET S00.03>
P012 <SET S00.04>
T002 <SET S00.05>
P013 <SET S00.06>
T003 <SET S00.07>
P011 S00.07 <SET S00.00>
P001
各状态起动信号

S00.02 <TON T001 00050>
S00.04 <TON T002 00030>
S00.06 <TON T003 00020>
时间控制
S00.01 (P020)
S00.05
S00.03 (P021)
S00.07
输出
<END>

图 12-29 设计梯形图

4. 语句表

步序	指令	操作数	步序	指令	操作数
0000	LOAD	P000	0024	SET	S00. 00
0001	SET	S00. 01	0026	LOAD	S00. 02
0003	LOAD	P014	0028	TON	T001
0004	SET	S00. 02	0029	〈DATA〉	00050
0006	LOAD	T001	0030	LOAD	S00. 04
0007	SET	S00. 03	0032	TON	T002
0009	LOAD	P012	0033	〈DATA〉	00030
0010	SET	S00. 04	0034	LOAD	S00. 06
0012	LOAD	T002	0036	TON	T003
0013	SET	S00. 05	0037	〈DATA〉	00020
0015	LOAD	P013	0038	LOAD	S00. 01
0016	SET	S00. 06	0040	OR	S00. 05
0018	LOAD	T003	0042	OUT	P020
0019	SET	S00. 07	0043	LOAD	S00. 03
0021	LOAD	P011	0045	OR	S00. 07
0022	AND	S00. 07	0047	OUT	P021
0023	OR	P001	0048	END	

小　　结

本章介绍了 PLC 的构成、扫描工作方式以及指令系统和编程方法。

PLC 的硬件由 CPU、存储器、I/O 接口、电源等部分组成。PLC 的软件分为系统软件和应用软件。常用的编程语言有梯形图和助记符语言。PLC 内部可以看成是由许多软继电器构成的电路，电路的内在逻辑关系是由程序实现的。

PLC 在执行用户程序时，以扫描的方式工作。

PLC 技术是工业生产自动化的先进技术之一。学习本章内容时，应在了解 PLC 结构、原理、工作方式的基础上，重点放在熟悉和运用 PLC 的基本指令上，并能用这些指令实现较简单的控制系统，作为 PLC 技术的入门，为进一步学习与开发 PLC 技术打下一定的基础。

习　　题

12-1　PLC 由哪几部分组成？简述各部分的作用。

12-2　PLC 的程序有哪几种表达方式？常用的表达方式是哪两种？

12-3　简述 PLC 的扫描工作过程。用户程序的扫描周期是由哪些因素决定的？

12-4　写出图 12-30 所示梯形图的助记符程序。

12-5　写出图 12-31 所示各电路的助记符程序。

12-6　绘出下列助记符程序的梯形图。

步序	指令	操作数	步序	指令	操作数
0000	LOAD	P000	0003	AND	P004

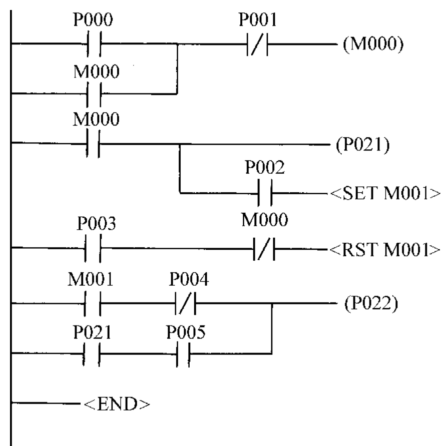


图 12-30　题 12-4 图

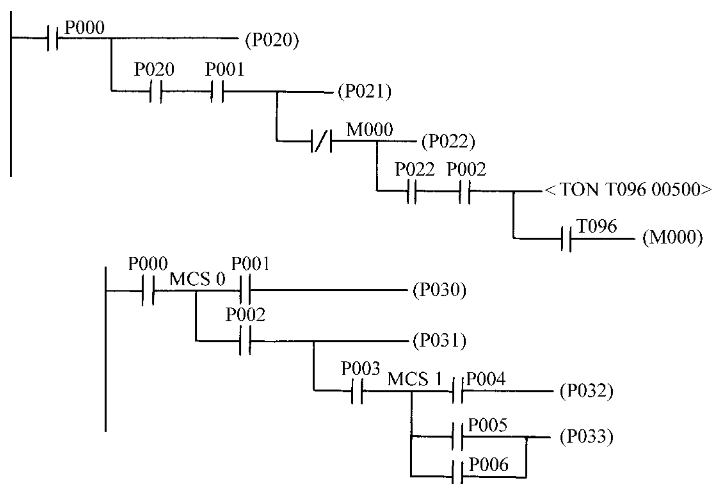


图 12-31　题 12-5 图

0001	AND NOT	M006	0004	OR	P002
0002	LOAD	M000	0005	AND	P005
0006	OR LOAD		0012	AND	P006
0007	LOAD NOT	P030	0013	OUT	M001
0008	OR	C000	0014	AND	P007
0009	AND LOAD		0015	TON	T096
0010	OR	P021	0016	〈DATA〉	00500
0011	OUT	P020			

12-7　试述图 12-32 所示各电路的工作过程，并写出其助记符程序。

12-8　试用 PLC 实现三相异步电动机的正、反转控制以及点动控制，画出接线图、梯形图并列出助记符程序清单。

12-9　有一用三条带传动的传输系统，分别用三台电动机 M1、M2、M3 带动，控制要求是：起动时，M3 起动经 5s 后 M2 起动，再经 5s 后 M1 起动；停止时，M1 停止经 5s 后 M2 停止，再经 5s 后 M3 停止。试用 PLC 构成此控制系统，画出控制梯形图、接线图，并写出助记符程序清单。

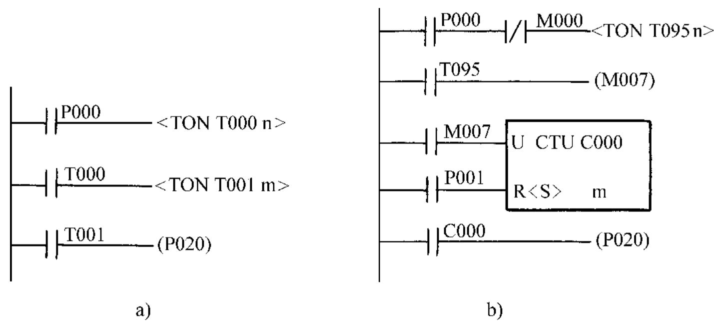


图 12-32　题 12-7 图

12-10　两台电动机 M1、M2 的控制要求是：M1 起动 2s 后 M2 起动，M2 起动 5s 后 M1 停止，M1 停止 2s 后 M2 停止。试用 PLC 实现上述控制要求，画出相应的梯形图、接线图，并列助记符程序清单。

附　　录

附录 A　电气原理图中常用新旧电气图形及符号对照表

名称		新标准 图形符号	新标准 文字符号	旧标准 图形符号	旧标准 文字符号
一般三极电源开关			QS		K
组合开关			SA		HK
断路器			QF		UZ
限位开关	常开触点		SQ		XK
	常闭触点				
	复合触点				
熔断器			FU		RD
旋转开关			SA		K

名称		新标准 图形符号	新标准 文字符号	旧标准 图形符号	旧标准 文字符号
按钮	起动		SB		QA
	停止				TA
	急停				TA
	旋钮开关		SA		K
	复合		SB		AN
接触器	线圈		KM		C
	主触点				
	常开辅助触点				
	常闭辅助触点				

（续）

名称		新标准 图形符号	新标准 文字符号	旧标准 图形符号	旧标准 文字符号
速度继电器	常开触点		KA		SDJ
	常闭触点				
压力继电器			KA		YJ
时间继电器	线圈		KT		SJ
	断电延时线圈				
	通电延时线圈				
	常开延时闭合触点				
	常闭延时打开触点				
	常闭延时闭合触点				

名称		新标准 图形符号	新标准 文字符号	旧标准 图形符号	旧标准 文字符号
时间继电器	常开延时打开触点				SJ
热继电器	热元件		FR		RJ
	常闭触点				
继电器	中间继电器线圈		KA		ZJ
	欠电压继电器线圈		KA		QYJ
	过电流继电器线圈		KI		GLJ
	常开触点		相应继电器符号		相应继电器符号
	常闭触点				
	欠电流继电器线圈		KI	与新标准相同	QLJ
转换开关			SA	与新标准相同	HK

（续）

名称	新标准 图形符号	新标准 文字符号	旧标准 图形符号	旧标准 文字符号
制动电磁铁		YB		DT
电磁离合器		YC		CH
电位器		RP	与新标准相同	W
桥式整流装置		VC		ZL
照明灯		EL		ZD
信号灯		HL		XD
电阻器	或	R		R
电抗器	或	L		DK
电铃		HA		DL
蜂鸣器		HA		FM
接插器		X		CZ

名称	新标准 图形符号	新标准 文字符号	旧标准 图形符号	旧标准 文字符号
电磁铁		YA		DT
电磁吸盘		YH		DX
换向绕组	D1 D2		H1 H2	HQ
补偿绕组	C1 C2		BC1 BC2	BCQ
串励绕组	D1 D2		C1 C2	CQ
并励绕组	E1 E2		B1 B2	BQ
他励绕组	F1 F2		T1 T2	TQ
串励直流电动机	M	M		ZD
并励直流电动机	M			
他励直流电动机	M			
复励直流电动机	M			
直流发电机	G	G	F	ZF
三相笼型异步电动机	M 3～	M		D

（续）

名称	新标准		旧标准	
	图形符号	文字符号	图形符号	文字符号
三相绕线转子异步电动机		M		D
单相变压器		T		B
整流变压器				ZLB
照明变压器				ZB
控制电路电源用变压器		TC		B
三相自耦变压器		T		ZOB
半导体二极管		V		D

名称	新标准		旧标准	
	图形符号	文字符号	图形符号	文字符号
稳压管		VS		D_2
PNP 型三极管				T
NPN 型三极管				T
N 型单结晶体管				T
晶闸管（普通）				SCR

附录 B　本书中英文名词对照表

A

AC(Alternating Current)　交流电
AC circuit analysis　交流电路分析
active element　有源元件
active power　有功功率
active two-terminal network　有源二端网
AC motor　交流电机
AC synchronous motor　交流同步电机
admittance　导纳
air-core transformer　空心变压器
alternator　交流发电机
ammeter　电流表
ampere(Amp)　安培
Ampere's circuital law　安培环路定律
amplitude　幅值
angular frequency　角频率
apparent power　视在功率
auto-transformer　自耦变压器
average power　平均功率
averager　平均值

B

B, symbol for magnetic flux density　B,磁通密度的符号
balanced three-phase sources　对称三相电源
balanced load　对称负载
balanced circuit(system)　对称电路/系统
battery　电池
branch　支路
branch current method　支路电流法

C

C, symbol for capacitance　C,电容符号
calculus　微积分
capacitor　电容器
capacitive reactance　容抗
cell　电池
charge　电荷
circuit　电路

closed circuit　闭合电路
closed surface　闭合面
complete response　全响应
complex impedance　复阻抗
complex number　复数
complex number arithmetic　复数运算
complex plane　复平面
complex conjugate　共轭复数
conductance　电导
conductivity　电导率
conductor　导体
coil　线圈
core loss　铁损
current　电流
current controlled current source(CCCS)　电流控制的电流源
current controlled voltage source(CCVS)　电流控制的电压源
current division　分流
current source　电流源
current transformer　电流互感器
cycle　周期

D

DC(Direct Current)　直流电
dielectric　绝缘体
doubly fed induction generator　双馈感应发电机

E

eddy current　涡流
eddy current loss　涡流损耗
effective value　有效值
efficiency　效率
electric charge　电荷
electrical circuit　电路
electric field　电场
electric motor　电动机
electric power　电功率
electrolytic capacitor　电解电容
electromagnetic field　电磁场
electromagnetic induction　电磁感应
electromotive force　电动势
electronic design automation　电子设计自动化(EDA)
equivalent circuit　等效电路

equivalent resistance　等效电阻
excitation　激励
exciting current　励磁电流

F

Faraday's law　法拉第电磁感应定律
ferromagnetic substance　铁磁物质
field winding　励磁绕组
final(steady state)current　稳态电流
final(steady state)voltage　稳态电压
first-order circuit　一阶电路
first-order differential equation　一阶微分方程
flux　磁通
flux density　磁感应强度(磁通密度)
flux lines, lines of force　磁力线
flux linkage　磁链
flux-sweeping effect　磁通移动效应
forward　正转
forced response　强制响应
Fourier analysis　傅里叶分析
Fourier series　傅里叶级数
frequency　频率
full load　满载
fundamental frequency　基波频率
fundamental　基波
fundamental frequency　基波频率
fuse　熔体、熔断器

G

general solution　通解
generator　发电机
ground　地
grid　电网

H

harmonic　谐波
Henry　亨利
Hertz　赫兹
homogeneous differential equation　齐次微分方程
hybrid stepper motor　混合式步进电机
hysteresis　磁滞
hysteresis loop　磁滞回线

I

ideal current source　理想电流源
ideal transformer　理想变压器
ideal voltage source　理想电压源
imaginary part　虚部
impedance　阻抗
impedance angle　阻抗角
impedance matching　阻抗匹配
impedance triangle　阻抗三角形
inductance(Inductor)　电感
inductive　感性
inductive reactance　感抗
induction generator　感应发电机，异步电机
inductive reactance　感抗
inductor filter　电感滤波器
initial condition　初始条件
initial phase　初相位
input/excitation　输入/激励
input resistance　输入电阻
instantaneous power　瞬时功率
instantaneous value　瞬时值
iron coil　铁心线圈
iron core　铁心
isolation transformer　隔离变压器

J

Joule's Law　焦耳定律

K

Kirchhoff's Current Law(KCL)　基尔霍夫电流定律
Kirchhoff's Voltage Law(KVL)　基尔霍夫电压定律

L

law of switch　换路定理
lead　超前
leakage flux　漏磁通
leakage inductance　漏感
line current　线电流
line voltage　线电压
load　负载
loop　回路

M

magnetic circuit 磁路
magnetic field 磁场
magnetism 磁性
magnetizing current 磁化电流
magnetization curves(B-H curves) 磁化曲线
magnetizing force 磁场强度
magnetomotive force(MMF) 磁动势
magnitude 幅值
maximum power transfer theorem 最大功率传输原理
mechanical characteristic 机械特性
mesh current analysis 网孔电流分析
method of branch current 支路电流法
milliamp 毫安
Millman's Theorem 弥尔曼定理
mmf drop 磁压降
model/manufactory 型号/厂家
motor 电动机
multimeter 万用表
mutual inductance 互感

N

network 网络
network analysis 网络分析
network theorem 网络定理
neutral line 中性线
node/loop 结点/回路
node voltage method 结点电位法
no load 空载
nonlinear circuit 非线性电路
nonsinusoidal waveform 非正弦波形
nonsinusoidal periodic excitation 周期性非正弦激励
normally closed contact 常闭触点
normally open contact 常开触点
Norton's Theorem 诺顿定理

O

Ohm's Law 欧姆定律
ohmmeter 欧姆表
open circuit 开路
open-circuit voltage 开路电压

output　输出端
over load　过载
overload protection　过载保护

P

parallel connection　并联
parallel analysis　并联分析
parallel resonance　并联谐振
particular solution　特解
path　路径
peak　峰值
peak-to-peak　峰-峰值
percent slip　转差率
period　周期
periodic waveform　周期性波形
permanent magnet stepper motor　永磁步进电机
permeability　磁导率
permeance　磁导
phase　相位
phase current　相电流
phase difference　相位差
phase line(“hot”line)　相线(火线)
phase rotation　相位旋转
phase sequence　相序
phase shift　相移
phase current　相电流
phase voltage　相电压
phasor　相量
phasor diagram　相量图
polar form　极坐标形式
polarity　极性
positive/abc sequence　正序
potential difference　电位差
potential transformer　电压互感器
power　功率
power circuit　主电路
power factor　功率因数
power triangle　功率三角形
press button(PB)　按钮
primary coil　一次线圈
primary winding　一次绕组
programmable logic controller　PLC(可编程序控制器)

R

reactance　电抗
reactor　电抗器
reactive power　无功功率
real number　实数
reference direction　参考方向
relay　继电器
reluctance　磁阻
residual magnetism　剩磁
resistance　电阻
resonance　谐振
response　响应
reverse　反转
RMS(Root-Mean-Square)　有效值
rotating magnetic field　旋转磁场
rotor　转子

S

secondary coil　二次线圈
secondary winding　二次绕组
series resonance　串联谐振
series-parallel analysis　串并联分析
serve motor　伺服电动机
shaded-pole motor　罩极式单相异步电动机
short circuit　短路
shunt　分流
single-phase　单相
single-phase asynchronous motor　单相异步电动机
sinusoidal ac circuit　正弦交流电路
slip　转差
source transformation　电源变换
speed-control system　调速系统
split-phase motor　分相式单相异步电动机
square wave　方波
squirrel-cage　笼型
star connection, Y-connection　星形联结
start-stop control　起动-停止控制
stator　定子
steady state　稳态
stepper motor　步进电动机
superposition theorem　叠加定理

susceptance　电纳
synchronous motor　同步电动机

T

thermal overload relay　热继电器
Thevenin's Theorem　戴维南定理
three-phase　三相
three-factor method　三要素法
three-phase asynchronous motor　三相异步电动机
three-phase four-wire system　三相四线制
three-phase power　三相功率
three-phase source/ circuit　三相电源/ 电路
thyristor　晶闸管
time constant　时间常数
time relay　时间继电器
torque　转矩
transformer　变压器
transformer ratio　变压比
transient　暂态过程
transient state　暂态
travel switch　行程开关
triangle wave　三角波
triangular（Δ，delta）connection　三角形联结

V

variable capacitor　可变电容
volt　伏特
voltage　电压
voltage controlled voltage source（VCVS）　电压控制的电压源
voltage controlled current source（VCCS）　电压控制的电流源
voltage divider　分压器
voltage drop　电压降
voltmeter　伏特计，电压表
voltage regulation　电压调整率
voltage source　电压源
volt-ampere characteristic　伏安特性曲线

W

Watt　瓦特
wattmeter　瓦特表（功率计）
Weber　韦伯
wheatstone　惠斯通电桥

wire-wound　线绕式

Y

Y configuration　Y 结构

Z

zero potential　零电位
zero-input response　零输入响应
zero-state response　零状态响应

参 考 文 献

[1] 秦曾煌. 电工学[M]. 7版. 北京：高等教育出版社，2009.

[2] 秦曾煌. 电工学简明教程学习辅导与习题解答[M]. 北京：高等教育出版社，2004.

[3] 王卫. 电工学：上册　电工技术[M]. 2版. 北京：机械工业出版社，2008.

[4] 史仪凯. 电工技术[M]. 2版. 北京：科学出版社，2008.

[5] 高有华，袁宏. 电工技术试题题型精选汇编[M]. 2版. 北京：机械工业出版社，2010.

[5] 申永山，高有华. 现代电工电子技术[M]. 2版. 北京：机械工业出版社，2014.

[6] 袁宏，李忠波. 电子设计与仿真技术[M]. 2版. 北京：机械工业出版社，2011.

[7] 唐庆玉. 电工技术与电子技术：上册　[M]. 北京：清华大学出版社，2007.

[8] 唐介. 电工学(少学时)学习辅导与习题解答[M]. 3版. 北京：高等教育出版社，2009.

[9] 郑雪梅. 电工学(双语版)[M]. 北京：清华大学出版社，2012.

[10] Richard E Johnson. Introduction to Electric Circuits[M]. 5th ed. Hoboken：John Wiley and Sons，2001.

[11] 周新云. 电工技术[M]. 北京：科学出版社，2005.

地址：北京市百万庄大街22号
邮政编码：100037
电话服务
服务咨询热线：010-88379833
读者购书热线：010-88379649
网络服务
机工官网：www.cmpbook.com
机工官博：weibo.com/cmp1952
教育服务网：www.cmpedu.com
金书网：www.golden-book.com
封面无防伪标均为盗版



机工教育微信服务号

ISBN 978-7-111-54094-6
策划编辑◎贡克勤　王康 / 封面设计◎陈沛



定价：39.80元